# 2022 Mittelschule M10

Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen

ActiveBook
Interaktives Training

MEHR ERFAHREN

Bayern

## Mathematik 10. Klass

*+ Basiswissen mit Übungen*

Original-Prüfungsaufgaben **2021** zum Download

STARK

# Inhalt



Das Corona-Virus hat auch im vergangenen Schuljahr die Prüfungsabläufe beeinflusst. Um dir die Prüfung 2021 schnellstmöglich zur Verfügung stellen zu können, bringen wir sie in digitaler Form heraus. Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2021 zur Veröffentlichung freigegeben sind, kannst du sie als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen.

Dieses Buch ist in zwei Versionen erhältlich: mit und ohne ActiveBook. Hast du die Ausgabe **mit ActiveBook** (93501**ML**) erworben, kannst du mit dem **interaktiven Training** online mit vielen zusätzlichen interaktiven Aufgaben zu allen prüfungsrelevanten Kompetenzbereichen trainieren.

Die **interaktiven Aufgaben** sind im Buch mit diesem Button gekennzeichnet. Am besten gleich ausprobieren!
Ausführliche Infos inkl. Zugangscode findest du in der Ausgabe mit ActiveBook auf den **Farbseiten** vorne in diesem Buch.

**Autorin und Autoren:**

*Training Grundwissen, Lösungen der Abschlussprüfung bis 2019:*
Walter Modschiedler und Walter Modschiedler jun.

*Lösungen der Abschlussprüfung ab 2020*:
Eva Dreher

# Vorwort

**Liebe Schülerin, lieber Schüler,**

mit dem vorliegenden Buch kannst du dich effektiv auf den **Mittleren Schulabschluss** nach der 10. Klasse an bayrischen **Mittelschulen** im Fach **Mathematik** vorbereiten.

- Im Kapitel **Training Grundwissen** wird der **Prüfungsstoff** klar strukturiert **zusammengefasst**. Die wichtigsten Begriffe, Formeln und Lösungswege werden übersichtlich hervorgehoben und anhand von anschaulichen **Beispielen** verdeutlicht. Die vielen abwechslungsreichen **Übungsaufgaben** bieten dir die Möglichkeit, den Stoff selbst zu vertiefen. Unter „**Fit für die Prüfung?**" findest du zu einzelnen Teilbereichen jeweils mehrere Aufgaben, anhand derer du deine Fähigkeiten ganz gezielt auf Prüfungsniveau trainieren kannst.
- Mit dem Vorwissen aus dem Trainingsteil kannst du dich nun an die **Original-Prüfungsaufgaben** wagen. Sie sollen dir einen Eindruck vermitteln, welche Bedingungen dich in der Abschlussprüfung erwarten.
- Zu den Trainings- und Prüfungsaufgaben gibt es ausführlich **kommentierte Lösungen** mit zahlreichen **Hinweisen und Tipps**. Diese erklären den Lösungsansatz und die Hauptschwierigkeit der jeweiligen Aufgabe genau, sodass du die Ergebnisse selbstständig verstehen und nachvollziehen kannst.

Viel Erfolg bei deinen Vorbereitungen und in der Prüfung!

# 10 Kugel

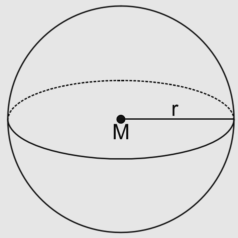
Das musst du wissen!

**Volumen einer Kugel:**

$V = \frac{4}{3} r^3 \pi$

**Oberfläche einer Kugel:**

$O = 4 r^2 \pi$




Beispiel

Das Volumen einer Kugel beträgt 14 $cm^3$.
Berechne die Oberfläche der Kugel.

*Lösung:*

$$14\ cm^3 = \frac{4}{3} r^3 \pi$$

Setze für $V = 14\ cm^3$ in die Volumenformel der Kugel ein und löse nach r auf.

$$r^3 = \frac{3 \cdot 14\ cm^3}{4 \cdot \pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 14\ cm^3}{4 \cdot \pi}}$$

$$r \approx 1{,}5\ cm$$

$$O = 4 r^2 \pi$$

$$O = 4 \cdot (1{,}5\ cm)^2 \cdot \pi$$

$$O \approx 28{,}27\ cm^2$$

Setze dann $r = 1{,}5$ cm in die Oberflächenformel der Kugel ein und berechne O.

Hinweis

Wenn nicht anders angegeben, wird im Folgenden der genaue Wert (Taschenrechnerwert!) von $\pi$ verwendet. Rechnest du mit $\pi = 3{,}14$, können kleine Abweichungen im Ergebnis auftreten.

**Aufgaben**

**Interaktive Aufgaben**
1. Bowlingkugel
2. Restkörper
3. Zusammengesetzter Körper
4. Knetkugel

**119.** Berechne den Rauminhalt und die Oberfläche der kugelförmigen Körper.

a) Fußball: $r = 11$ cm   b) Sonne: $d = 2{,}8 \cdot 10^7$ km

**120.** Ein kugelförmiger Gasbehälter ($d = 28$ m) benötigt einen neuen Schutzanstrich. Ein Fass Farbe reicht für 350 $m^2$.
Wie viele Fässer Farbe werden benötigt?

**121.** Berechne die Oberfläche und das Volumen einer Kugel mit dem Radius $r = 10$ cm.

a) Welchen Radius hat eine Kugel, deren Oberfläche nur halb so groß ist? Berechne ihr Volumen.

b) Welchen Radius hat eine Kugel, deren Oberfläche doppelt so groß ist? Berechne das Kugelvolumen.

**122.** Ein Bleibarren mit einer Masse von 7,345 kg wird eingeschmolzen. Aus der Schmelzmasse werden 50 kleinere Kugeln gegossen. 1 $dm^3$ Blei wiegt 11,3 kg.
Welchen Durchmesser hat eine kleine Kugel?

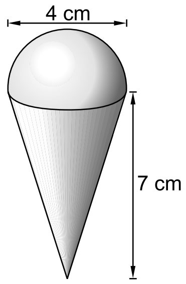
Fit für die Prüfung?

**123.** Berechne den Rauminhalt der Körper.
Zylinder: $r = 5$ cm; $h_Z = 10$ cm
Kugel: $r = 5$ cm
Kegel: $r = 5$ cm; $h_{Ke} = 10$ cm
Welchen Bruchteil des Rauminhalts des Zylinders besitzen die Kugel und der Kegel?

**124.** Ein Maurerlot (Senkblei) setzt sich aus einer Halbkugel und einem Kegel zusammen.

a) Berechne das Gewicht des Maurerlotes.
1 $cm^3$ Edelstahllegierung wiegt 7,8 g.

b) Wie groß ist die Oberfläche des Maurerlotes?




**125.** Ein kugelförmiger Gastank fasst 904 320 Liter Gas.

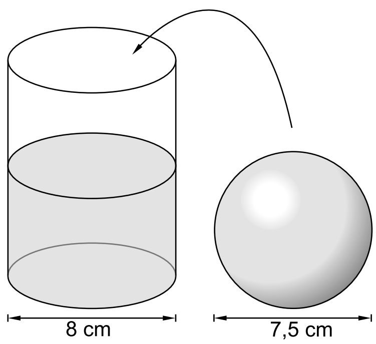
a) Wie hoch müsste ein zylinderförmiger Tank mit dem gleichen Durchmesser wie der kugelförmige Gastank sein, wenn er die gleiche Gasmenge fassen soll?
Gib die Höhe in Meter an.

b) Um wie viel Prozent ist die Zylinderoberfläche größer als die Kugeloberfläche?

**126.** In einem zylinderförmigen Gefäß befindet sich ein Liter Wasser.

a) Wie hoch steht das Wasser im Gefäß?

b) Nun wird eine Metallkugel in das zylinderförmige Gefäß gelegt. Um wie viele cm steigt das Wasser an?




**127.** Aus einem Seifenwassertropfen mit einem Durchmesser von 6 mm wird eine Seifenblase aufgeblasen. Der äußere Durchmesser der Seifenblase beträgt 6 cm.
Berechne die Wandstärke der Seifenblasenhaut.

**128.** Aus einem Granitwürfel ($a = 1{,}2$ m) wird ein halbkugelförmiges Brunnenbecken geschlagen. Das fertige Brunnenteil wiegt 4,463 t.
Die Dichte von Granit beträgt $2{,}8\ \frac{kg}{dm^3}$.

a) Wie viele Liter Wasser fasst das Brunnenbecken, wenn es bis zu Rand gefüllt wird?

b) Berechne den Durchmesser des halbkugelförmigen Brunnenbeckens.

**Hinweise und Tipps**

**114.** a) mögliche Zahlenkombinationen:
$9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9\,000$
Es gibt 9 000 verschiedene Zahlenkombinationen.

Für die erste Stelle gibt es 9 mögliche Ziffern, für die zweite, dritte und vierte Stelle stehen jeweils 10 Ziffern zur Verfügung.

b) $10 \cdot 10 - 1 = 100 - 1 = 99$
Julia kann noch 99 falsche Zahlenkombinationen eintippen.

Vergiss nicht, die richtige Zahlenkombination abzuziehen.

---

**115.** a) Aufstellung von 4 Läufern:
$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
Es gibt 24 Möglichkeiten.

b) Aufstellung von 3 Läufern:
$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
Es gibt 6 Möglichkeiten.

Der Startläufer steht fest. Es bleiben drei Läufer übrig.

---

**116.** a) $36! = 3{,}719\ldots \cdot 10^{41} \approx 3{,}72 \cdot 10^{41}$
Es gibt rund $3{,}72 \cdot 10^{41}$ Möglichkeiten.

b) $8! = 40\,320$
Es gibt 40 320 Möglichkeiten.

4 Asse und 4 Könige $\Rightarrow$ 8 Karten

---

**117.** a) Anzahl der Tipps für einen sicheren „Sechsertipp“:
$$\frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6!} = 13\,983\,816$$
Für einen sicheren „Sechsertipp“ müsste man 13 983 816 Tipps abgeben.

Aus 49 Kugeln werden 6 Kugeln gezogen (Auswahl ohne Berücksichtigung der Reihenfolge).
$n = 49$
$k = 6$
$n - k + 1 = 49 - 6 + 1 = 44$

b) Anzahl der Tipps für einen sicheren „Dreiertipp“:
$$\frac{49 \cdot 48 \cdot 47}{3!} = 18\,424$$
Für einen sicheren „Dreiertipp“ müsste man 18 424 Tipps abgeben.

Aus 49 Kugeln werden 3 Kugeln gezogen (Auswahl ohne Berücksichtigung der Reihenfolge).
$n = 49$
$k = 3$
$n - k + 1 = 49 - 3 + 1 = 47$

---

**118.** Wechselmöglichkeiten mit Berücksichtigung der Reihenfolge:
$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 15\,120$ Möglichkeiten
Wechselmöglichkeiten ohne Berücksichtigung der Reihenfolge:
$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{5!} = 126 \text{ Möglichkeiten}$$

Aus neun Spielerinnen werden fünf Spielerinnen ausgewählt:
$n = 9$
$k = 5$
$n - k + 1 = 9 - 5 + 1 = 5$

---

**119.** a) Fußball: $r = 11$ cm
$$V = \frac{4}{3} \cdot (11\text{ cm})^3 \cdot \pi$$
$$V = 5\,575{,}279\ldots\text{ cm}^3 \approx 5\,575{,}28\text{ cm}^3$$
$$O = 4 \cdot (11\text{ cm})^2 \cdot \pi$$
$$O = 1\,520{,}530\ldots\text{ cm}^2 \approx 1\,520{,}53\text{ cm}^2$$

Setze die gegebenen Werte in die Volumen- bzw. Oberflächenformel einer Kugel ein:
$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$
$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$

**Hinweise und Tipps**

b) Sonne: $d = 2{,}8 \cdot 10^7$ km $\Rightarrow$ $r = 1{,}4 \cdot 10^7$ km

$V = \frac{4}{3} \cdot (1{,}4 \cdot 10^7\ \text{km})^3 \cdot \pi$

$V = 1{,}149\ldots \cdot 10^{22}\ \text{km}^3 \approx 1{,}15 \cdot 10^{22}\ \text{km}^3$

$O = 4 \cdot (1{,}4 \cdot 10^7\ \text{km})^2 \cdot \pi$

$O = 2{,}463\ldots \cdot 10^{15}\ \text{km}^2 \approx 2{,}46 \cdot 10^{15}\ \text{km}^2$

---

**120.** Oberfläche des Gasbehälters:

Berechne zuerst die Oberfläche des Gasbehälters.

$d = 28$ m $\Rightarrow$ $r = 14$ m

$O = 4 \cdot (14\ \text{m})^2 \cdot \pi$

$O \approx 2\,463{,}01\ \text{m}^2$

Anzahl der benötigten Farbfässer:

1 Fass reicht für 350 m².

$2\,463{,}01\ \text{m}^2 : 350\ \text{m}^2 = 7{,}03\ldots$

Es werden rund 7 Fässer benötigt.

---

**121.** $r = 10$ cm

Berechne das ursprüngliche Volumen und die ursprüngliche Oberfläche.

$V = \frac{4}{3} \cdot (10\ \text{cm})^3 \cdot \pi$

$V \approx 4\,188{,}79\ \text{cm}^3$

$O = 4 \cdot \pi \cdot (10\ \text{cm})^2$

$O \approx 1\,256{,}64\ \text{cm}^2$

a) $1\,256{,}64\ \text{cm}^2 : 2 = 628{,}32\ \text{cm}^2$

Berechne zuerst die halbe Oberfläche.

$$628{,}32\ \text{cm}^2 = 4 \cdot r^2 \cdot \pi \quad |:4;:\pi$$
$$50\ \text{cm}^2 \approx r^2 \quad |\sqrt{\phantom{x}}$$
$$r \approx 7{,}07\ \text{cm}$$

Setze die bekannten Größen in die Formel für die Oberfläche ein und löse nach r auf.

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (7{,}07\ \text{cm})^3$

$V \approx 1\,480{,}29\ \text{cm}^3$

Berechne mit dem neuen Radius das Volumen der Kugel.

b) $1\,256{,}64\ \text{cm}^2 \cdot 2 = 2\,513{,}28\ \text{cm}^2$

Berechne zuerst die doppelte Oberfläche.

$$2\,513{,}28\ \text{cm}^2 = 4 \cdot r^2 \cdot \pi \quad |:4;:\pi$$
$$200\ \text{cm}^2 \approx r^2 \quad |\sqrt{\phantom{x}}$$
$$r \approx 14{,}14\ \text{cm}$$

Setze die bekannten Größen in die Formel für die Oberfläche ein und löse nach r auf.

$V = \frac{4}{3} \cdot (14{,}14\ \text{cm})^3 \cdot \pi$

$V \approx 11\,842{,}32\ \text{cm}^3$

Berechne mit dem neuen Radius das Volumen der Kugel.

---

**122.** Volumen des Bleibarrens:

Volumen = Masse : Dichte

$V = 7{,}345\ \text{kg} : 11{,}3\ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

$V = 0{,}65\ \text{dm}^3$

Volumen einer kleinen Kugel:

$0{,}65\ \text{dm}^3 : 50 = 0{,}013\ \text{dm}^3 = 13\ \text{cm}^3$

**Hinweise und Tipps**

Radius einer kleinen Kugel:

$13\text{ cm}^3 = \frac{4}{3}\cdot r^3 \cdot \pi \quad \left|\cdot \frac{3}{4};\ :\pi;\ \sqrt[3]{\ }\right.$

$r = 1{,}458\ldots\text{ cm} \approx 1{,}46\text{ cm}$

$\Rightarrow \quad d = 2\cdot 1{,}46\text{ cm} = 2{,}92\text{ cm}$

Eine kleine Kugel hat einen Durchmesser von 2,92 cm.

---

**123.** Volumen des Zylinders:

$V_Z = (5\text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 10\text{ cm}$

$V_Z \approx 785{,}40\text{ cm}^3$

$V_Z = r^2\cdot\pi\cdot h_Z$ mit $h_Z = 2r$

Volumen der Kugel:

$V_{Ku} = \frac{4}{3}\cdot(5\text{ cm})^3\cdot\pi$

$V_{Ku} \approx 523{,}60\text{ cm}^3$

$V_{Ku} = \frac{4}{3}\cdot r^3\cdot\pi$

Volumen des Kegels:

$V_{Ke} = \frac{1}{3}\cdot(5\text{ cm})^2\cdot\pi\cdot 10\text{ cm}$

$V_{Ke} \approx 261{,}80\text{ cm}^3$

$V_{Ke} = \frac{1}{3}\cdot r^2\cdot\pi\cdot h_{Ke}$ mit $h_{Ke} = 2r$

Bruchteile des Zylindervolumens:

Kugel:

$523{,}60\text{ cm}^3 : 785{,}40\text{ cm}^3 = 0{,}666\ldots = \frac{2}{3}$

$\frac{V_{Ku}}{V_Z} = \frac{\frac{4}{3}\cdot r^3\cdot\pi}{r^2\cdot\pi\cdot h_Z} = \frac{\frac{4}{3}\cdot r^3\cdot\pi}{r^2\cdot\pi\cdot 2r} = \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Kegel:

$261{,}80\text{ cm}^3 : 785{,}40\text{ cm}^3 = 0{,}333\ldots = \frac{1}{3}$

$\frac{V_{Ke}}{V_Z} = \frac{\frac{1}{3}\cdot r^2\cdot\pi\cdot h_{Ke}}{r^2\cdot\pi\cdot h_Z} = \frac{\frac{1}{3}\cdot r^2\cdot\pi\cdot 2r}{r^2\cdot\pi\cdot 2r} = \frac{1}{3}$

Die Kugel hat $\frac{2}{3}$ des Zylindervolumens.

Der Kegel hat $\frac{1}{3}$ des Zylindervolumens.

---

**124.** a) Volumen:

$V_{Lot} = V_{Halbkugel} + V_{Kegel}$

$V_{Lot} = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot r^3\cdot\pi + \frac{1}{3}r^2\cdot\pi\cdot h$

$V_{Lot} = \frac{2}{3}\cdot(2\text{ cm})^3\cdot\pi + \frac{1}{3}(2\text{ cm})^2\cdot\pi\cdot 7\text{ cm}$

$V_{Lot} \approx 16{,}76\text{ cm}^3 + 29{,}32\text{ cm}^3$

$V_{Lot} \approx 46{,}08\text{ cm}^3$

Der Kegel und die Halbkugel besitzen den gleichen Radius:
$d = 4\text{ cm} \Rightarrow r = 2\text{ cm}$

Gewicht:

$m = 46{,}08\text{ cm}^3\cdot 7{,}8\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

$m \approx 359{,}42\text{ g}$

Masse = Volumen · Dichte

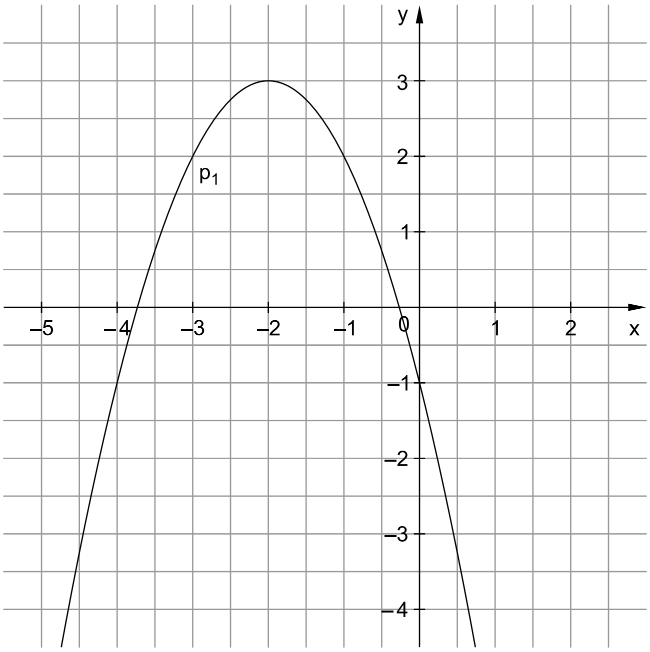
Das Maurerlot hat ein Gewicht von 359,42 g.

**M10-Prüfung an Mittelschulen in Bayern 2020**
**Mathematik – Aufgabengruppe I**

## Aufgaben

Punkte

**1.** a) Die nachfolgende Abbildung zeigt den Graphen einer Normalparabel $p_1$. Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von $p_1$ in der Normalform.




Quelle: StMUK

b) Überprüfen Sie durch Rechnung, ob die Punkte $A(-1|2)$ und $B(-3|-1{,}5)$ auf der Normalparabel $p_2$ mit der Funktionsgleichung $p_2$: $y = x^2 + 4x + 1{,}5$ liegen.

c) Ermitteln Sie rechnerisch den Scheitelpunkt $S_2$ der Parabel $p_2$.

d) Die Gerade g mit der Funktionsgleichung $y = 2x + 0{,}5$ hat mit der Parabel $p_2$ den Punkt R gemeinsam.
Berechnen Sie die Koordinaten von R und geben Sie diesen Punkt an.

e) Zeichnen Sie die Graphen der Parabel $p_2$ und der Geraden g in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

f) Eine nach unten geöffnete Normalparabel $p_3$ hat den Scheitelpunkt $S_3(-0{,}5|4)$. Durch Spiegelung an der y-Achse entsteht $p_4$. Durch eine weitere Spiegelung von $p_4$ an der x-Achse entsteht $p_5$.
Geben Sie die Funktionsgleichung der Parabel $p_5$ in der Scheitelpunktform an und stellen Sie Ihren Lösungsweg nachvollziehbar dar. 7

**2.** Das radioaktive Element Kobalt-60 hat eine Halbwertszeit von fünf Jahren.

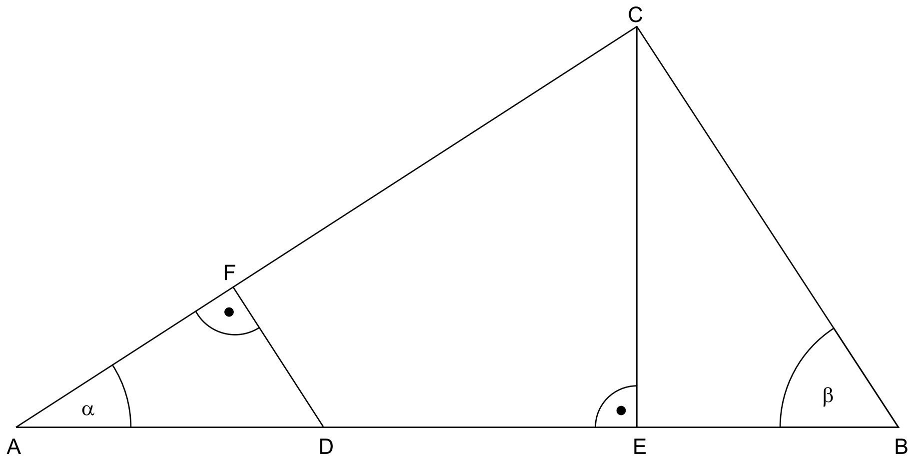
a) In einem Behälter befinden sich 3,675 kg Kobalt-60. Berechnen Sie, wie viele Kilogramm nach 13 Jahren von dieser Menge noch vorhanden sind.

b) Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren von den 3,675 kg Kobalt-60 nur noch 0,1 kg vorhanden sind.

c) Berechnen Sie die Ausgangsmenge des radioaktiven Elements Kobalt-60, von der nach 38 Jahren noch 0,742 kg vorhanden sind. 5

**3.** In der folgenden Skizze gilt:
$\overline{AF} = 4\,\text{cm}$; $\overline{AD} = 5\,\text{cm}$; $\overline{DF} : \overline{BC} = 1:3$; $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$

Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{CE}$ in cm.




Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu
Quelle: StMUK

4

**4.** Vereinfachen Sie den unten stehenden Term so weit wie möglich.
Es gilt: x, y > 0

$$\frac{2 \cdot x^5 \cdot 0{,}5 \cdot y^{-3} \cdot 4x^3 \cdot 2 \cdot y}{8 \cdot y^{-2} \cdot x^7} + \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}}$$

2

**5.** a) Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden $g_1$, die durch die Punkte $C(6|2)$ und $D(-3|-1)$ verläuft.

b) Die Gerade $g_3$ verläuft durch den Punkt $B(11|-23)$ und steht senkrecht auf der Geraden $g_2$: $y = x$.
Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden $g_3$.

c) Geben Sie eine mögliche Funktionsgleichung einer Geraden $g_4$ an, die parallel zur Geraden $g_2$: $y = x$ verläuft und nicht auf $g_2$ liegt.

d) Der Punkt $A(4|-1)$ liegt auf der Geraden $g_5$: $y = m_5 x - 4$.
Bestimmen Sie die Steigung $m_5$ rechnerisch.

e) Die Gerade $g_6$: $y = x - 2{,}5$ und die Gerade $g_7$ mit der Funktionsgleichung $g_7$: $2x = 3{,}5 - y$ schneiden sich im Punkt S.
Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten des Schnittpunkts S und geben Sie diesen Punkt an.

f) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts N der Geraden $g_7$ mit der x-Achse und geben Sie diesen Punkt an.

g) Zeichnen Sie die Geraden $g_5$ und $g_6$ in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

8

**6.** Lösen Sie die folgende Gleichung rechnerisch.
Geben Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge an.

$$\frac{-x}{x+3} + 2 = 1 - \frac{3x}{4 \cdot (x-2)}$$

4

# Lösungen

## Aufgabengruppe I

**Hinweise und Tipps**

**1.** a) Funktionsgleichung der Parabel $p_1$ in der Normalform:
$S_1(-2|3)$
$p_1$ nach unten geöffnet: $y = -(x - x_S)^2 + y_S$
$y = -(x-(-2))^2 + 3$
$y = -(x+2)^2 + 3$
$y = -(x^2 + 4x + 4) + 3$
$y = -x^2 - 4x - 4 + 3$
$y = -x^2 - 4x - 1$

Lies den Scheitelpunkt $S_1$ aus der Grafik ab.
Setze den Scheitelpunkt $S_1$ in die Scheitelpunktform für eine nach unten geöffnete Parabel ein. Achte auf die Vorzeichen.
Berechne die Klammer mithilfe der binomischen Formel.
Löse die Klammer auf und fasse zusammen.

b) Überprüfung, ob die Punkte A und B auf der Parabel $p_2$ liegen:
$A(-1|2)$; $B(-3|-1{,}5)$
$p_2$: $y = x^2 + 4x + 1{,}5$

$2 = (-1)^2 + 4 \cdot (-1) + 1{,}5$
$2 = 1 - 4 + 1{,}5$
$2 \neq -1{,}5$
$\Rightarrow$ A liegt nicht auf $p_2$.

Setze die Koordinaten des Punktes A in die Funktionsgleichung von $p_2$ ein und fasse zusammen.
Da beide Seiten nicht den gleichen Wert haben, liegt der Punkt A nicht auf der Parabel $p_2$.

$-1{,}5 = (-3)^2 + 4 \cdot (-3) + 1{,}5$
$-1{,}5 = 9 - 12 + 1{,}5$
$-1{,}5 = -1{,}5$
$\Rightarrow$ B liegt auf $p_2$.

Setze die Koordinaten des Punktes B in die Funktionsgleichung von $p_2$ ein und fasse zusammen.
Da beide Seiten den gleichen Wert haben, liegt der Punkt B auf der Parabel $p_2$.

c) Scheitelpunkt von Parabel $p_2$ rechnerisch ermitteln:
$p_2$: $y = x^2 + 4x + 1{,}5$
$y = x^2 + 2 \cdot 2x + 2^2 - 2^2 + 1{,}5$
$y = (x+2)^2 - 4 + 1{,}5$
$y = (x+2)^2 - 2{,}5$
$S_2(-2|-2{,}5)$

Wandle die Funktionsgleichung durch quadratische Ergänzung in die Scheitelpunktform um.
Bilde das Binom.
Lies die Koordinaten des Scheitelpunkts $S_2$ aus der Scheitelpunktform ab.

d) Koordinaten des Schnittpunkts R von g und $p_2$:
g: $y = 2x + 0{,}5$
$p_2$: $y = x^2 + 4x + 1{,}5$

Es gibt nur einen Schnittpunkt der Geraden und der Parabel, sodass es sich um einen Berührpunkt handeln muss.

$$
\begin{aligned}
2x + 0{,}5 &= x^2 + 4x + 1{,}5 \quad && |-2x; -0{,}5 \\
0 &= x^2 + 2x + 1 \\
0 &= (x+1)^2 && |\sqrt{\ } \\
0 &= x + 1 && |-1 \\
-1 &= x
\end{aligned}
$$

Setze die Funktionsgleichungen von g und $p_2$ gleich.
Forme die quadratische Gleichung in die Normalform um und bilde das Binom.
Berechne x.

$y = 2x + 0{,}5$
$y = 2 \cdot (-1) + 0{,}5$
$y = -1{,}5$

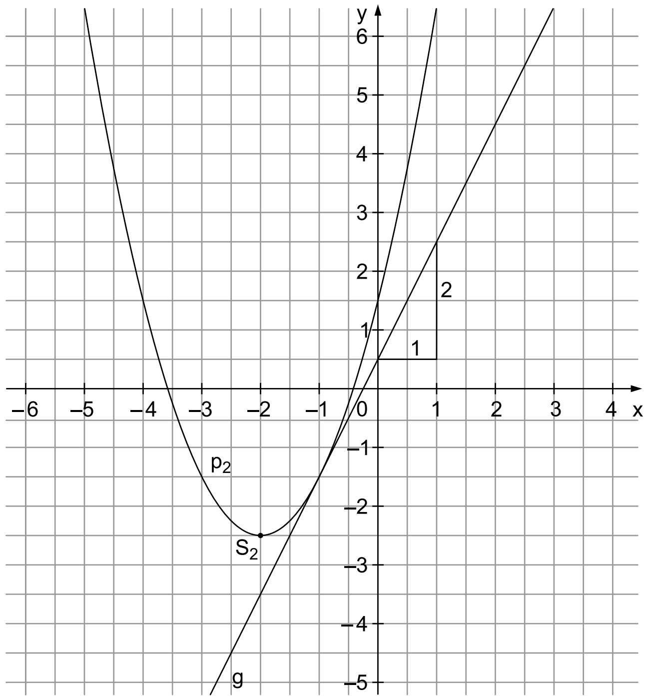
Setze x in eine der beiden Funktionsgleichungen (hier: g) ein und berechne die y-Koordinate des Schnittpunkts.

$R(-1|-1{,}5)$

Gib die Koordinaten des Schnittpunkts R an.

**Hinweise und Tipps**

e) grafische Darstellung:




Lege ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm an. Platzbedarf:
x-Achse: –6 bis +4
y-Achse: –5 bis +6

Beschrifte das Koordinatensystem vollständig.

Trage den Scheitelpunkt $S_2$ ein und zeichne mithilfe der Parabelschablone die nach oben geöffnete Normalparabel $p_2$.

Zeichne die Gerade g mithilfe des y-Achsenabschnitts und des Steigungsdreiecks ein.

Überprüfe anhand des Berührpunkts, ob du richtig gezeichnet hast.

f) Funktionsgleichung von $p_5$ in der Scheitelpunktform:
$p_3$: $S_3(-0{,}5\,|\,4)$; nach unten geöffnet

Spiegelung an der y-Achse:
$p_4$: $S_4(0{,}5\,|\,4)$; nach unten geöffnet

Wird ein Punkt an der y-Achse gespiegelt, ändert sich das Vorzeichen der x-Koordinate. Die Öffnung der Parabel bleibt gleich.

Spiegelung an der x-Achse:
$p_5$: $S_5(0{,}5\,|\,-4)$; nach oben geöffnet

Wird ein Punkt an der x-Achse gespiegelt, ändert sich das Vorzeichen der y-Koordinate. Die Öffnung der Parabel ändert sich (hier: von nach unten geöffnet zu nach oben geöffnet).

$$y = (x - x_S)^2 + y_S$$
$$y = (x - 0{,}5)^2 - 4$$

Setze die Koordinaten von $S_5$ in die Scheitelpunktform für eine nach oben geöffnete Parabel ein. Beachte die Vorzeichen.

**2.** a) Restmenge $N_t$ Kobalt-60 nach 13 Jahren in kg:
Anfangsmenge: $N_0 = 3{,}675$ kg
Zerfallsdauer: $t = 13$ Jahre
Halbwertszeit: $T = 5$ Jahre

Setze die Werte in die Formel für den radioaktiven Zerfall ein und berechne die nicht zerfallende Menge (Restmenge) $N_t$.
$N_t = N_0 \cdot 0{,}5^{\frac{t}{T}}$

$$N_{13} = 3{,}675\text{ kg} \cdot 0{,}5^{\frac{13}{5}}$$
$$N_{13} = 0{,}6061\ldots\text{ kg}$$
$$N_{13} \approx 0{,}61\text{ kg}$$

Runde sinnvoll (hier: zwei Dezimalstellen).

Nach 13 Jahren sind noch etwa 0,61 kg Kobalt-60 vorhanden.

b) Berechnung der Zerfallsdauer:
Anfangsmenge: $N_0 = 3{,}675$ kg
Restmenge: $N_t = 0{,}1$ kg
Halbwertszeit: $T = 5$ Jahre

Setze die Werte in die Formel für den radioaktiven Zerfall ein und löse nach der Zerfallsdauer auf.
$N_t = N_0 \cdot 0{,}5^{\frac{t}{T}}$

Pearson

STARK