

INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort	5
Einführung und geschichtlicher Überblick	15
Statik	23
1. Grundbegriffe	23
1.1. Die Kraft	23
1.2. Das Gleichgewicht	25
1.3. Der starre Körper	25
2. Das ebene Kraftsystem	25
2.1. Ebene Kräftegruppen, deren Wirkungslinien durch einen Punkt gehen (Das zentrale ebene Kraftsystem)	26
2.1.1. Zusammensetzung von Kräften	26
2.1.2. Kraftzerlegung	28
2.1.3. Gleichgewicht	29
2.2. Das allgemeine, ebene Kraftsystem	30
2.2.1. Grafische Ermittlung der Resultierenden	30
2.2.2. Kräftepaar und Moment	31
2.2.2.1. Kräftepaar	31
2.2.2.2. Moment einer Kraft in bezug auf eine Achse	32
2.2.2.3. Versetzungsmoment	33
2.2.3. Analytische Ermittlung der Resultierenden	34
2.2.4. Gleichgewichtsbedingungen	35
3. Ebene Tragwerke	36
3.1. Grundbegriffe	36
3.1.1. Grundelemente der Tragwerke	36
3.1.2. Lager und Verbindungen	37
3.2. Bestimmung der Auflagergrößen einfacher Tragwerke	40
3.2.1. Stützung eines Trägers durch ein Festlager (Gelenk) und ein Loslager (Rollenlager)	40
3.2.2. Stützung einer Scheibe durch drei Pendelstützen (Rollenlager)	41
3.2.3. Der einseitig eingespannte Träger	42
3.3. Schnittgrößen eines Trägers	44
3.3.1. Gerader Träger mit Einzellasten	46
3.3.2. Träger auf zwei Stützen mit Dreieckslast	47

3.3.3.	Abgewinkelter Träger mit Verzweigung	49
3.4.	Ebene Statik der Systeme starrer Körper	51
3.4.1.	Einteilung der Tragwerke	51
3.4.2.	Diskussion der getroffenen Annahmen	52
3.4.3.	Statische Bestimmtheit der Tragwerke	53
3.4.4.	Ermittlung der Auflagerreaktionen, Gelenkkräfte und Schnittgrößen von Stabwerken	55
3.4.4.1.	Systeme gerader Träger — Lager und Verbundgelenke liegen auf einer Geraden (GERBER-Träger)	55
3.4.4.2.	Gerade, gekrümmte oder abgewinkelte Träger — Lager und Verbundgelenke liegen nicht auf einer Geraden (Dreigelenkträger)	58
3.4.4.3.	Sprengwerk	61
3.4.5.	Fachwerke	63
3.4.5.1.	Bildungsgesetze für Fachwerke — Ausnahmefachwerke	63
3.4.5.2.	Rechnerische Bestimmung der Stabkräfte (Schnittverfahren)	65
3.4.5.3.	Grafische Bestimmung der Stabkräfte (CREMONA-Plan)	68
3.4.5.4.*	Weitere Lösungsverfahren	72
3.4.5.4.1.	Methode der Stabvertauschung	72
3.4.5.4.2.	Verfahren des unbestimmten Maßstabes	73
3.4.5.4.3.	Doppelschnittverfahren	73
3.4.6.*	Seile und Ketten	75
4.	Das räumliche Kraftsystem	78
4.1.	Kräfte im Raum, deren Wirkungslinien sich in einem Punkt schneiden (Das zentrale räumliche Kraftsystem)	78
4.1.1.	Kraftkomponenten	78
4.1.2.	Gleichgewichtsbedingungen	79
4.1.3.	Bockgerüst	79
4.2.	Kräfte im Raum, deren Wirkungslinien sich nicht in einem Punkt schneiden (Das allgemeine räumliche Kraftsystem)	80
4.2.1.	Moment	80
4.2.2.	Zusammensetzung beliebiger Kräfte	81
4.2.3.	Gleichgewichtsbedingungen	83
4.2.4.	Schnittgrößen	85
5.	Der Schwerpunkt	88
5.1.	Definition des Schwerpunktes	88
5.2.	Körper- und Volumenschwerpunkt	88
5.3.	Flächenschwerpunkt	89
5.4.	Linienschwerpunkt	89
5.5.*	Die Sätze von GULDIN	89
5.6.	Beispiele	90
6.	Reibung zwischen festen Körpern	91
6.1.	Haftreibung	91
6.2.	Gleitreibung (Coulombsche Reibung, trockene Reibung)	94
6.3.	Seilreibung	95
6.4.	Zapfenreibung	96
6.5.	Rollreibung	97

Festigkeitslehre	98
1. Grundlagen der Festigkeitslehre	98
1.1. Einleitung	98
1.2. Belastungsarten und Lastfälle	99
1.3. Definition der Spannungen	100
1.3.1. Der einachsige Spannungszustand	101
1.3.2. Der zweiachsige Spannungszustand	103
1.3.2.1. Spannungen an geneigten Schnittflächen	104
1.3.2.2. Hauptspannungen	105
1.3.2.3. MOHRscher Spannungskreis	107
1.3.3. Der dreiaachsige (räumliche) Spannungszustand	109
1.3.3.1. Spannungstensor	109
1.3.3.2. Hauptspannungen und Invarianten des räumlichen Spannungszustandes ..	110
1.3.3.3. MOHRscher Spannungskreis	112
1.4. Verschiebungen und Verzerrungen	112
1.5. Materialverhalten	115
1.5.1. Lineares Elastizitätsgesetz — HOOKESches Gesetz	113
1.5.1.1. HOOKESches Gesetz für den einachsigen Spannungszustand	116
1.5.1.2. Formänderungen durch Schubspannungen	118
1.5.1.3. Verallgemeinertes HOOKESches Gesetz	120
1.5.1.3.1. Ebener Spannungszustand	121
1.5.1.3.2. Ebener Verzerrungszustand	121
1.6. Formänderungsarbeit und Ergänzungsarbeit	123
1.6.1. Voraussetzungen	123
1.6.2. Formänderungsenergie bei einachsiger Zugbeanspruchung	123
1.6.3. Formänderungsenergie und Ergänzungsenergie für den ebenen Spannungs- zustand	124
1.6.4. Formänderungsenergie und Ergänzungsenergie für den räumlichen Span- nungszustand	126
1.7. Zusammenfassung	128
1.8. Beispiele	128
2. Zug und Druck	135
2.1. Voraussetzungen und Grundlagen	135
2.2. Spannungen und Verformungen von Stäben mit konstantem oder wenig veränderlichem Querschnitt	136
2.3. Spannungen in Stäben mit stark veränderlichem Querschnitt	138
2.4. Statisch unbestimmte Probleme	138
2.5. Wärmespannungen	141
3. Biegung	143
3.1. Voraussetzungen und Grundlagen	143
3.2. Flächenträgheitsmomente — Momente 2. Ordnung	145
3.2.1. Definition	145
3.2.2. Trägheits- und Zentrifugalmomente bei Parallelverschiebung der Koordi- natenachsen	146
3.2.3. Trägheits- und Zentrifugalmomente bei Drehung des Koordinatensystems ..	147
3.2.3.1. Hauptträgheitsmomente und Hauptträgheitsachsen	148
3.2.3.2. Trägheitskreis von MOHR-LAND	149
3.2.3.3.* Trägheitsellipse	150

3.2.4.*	Zeichnerische Ermittlung von Trägheitsmomenten	151
3.3.	Ermittlung der Spannungsverteilung bei Biegung	152
3.3.1.	Gerade Biegung	152
3.3.2.	Schiefe Biegung	153
3.3.2.1.	x, y sind Hauptträgheitsachsen	153
3.3.2.2.	x, y sind keine Hauptträgheitsachsen	154
3.4.	Überlagerung von Biege- und Längskraftspannungen	157
3.4.1.	Zug (Druck) und Biegung	157
3.4.2.	Außermittiger Zug (Druck)	157
3.4.3.	Querschnittskern	158
3.5.	Biegung eben gekrümmter, symmetrischer Stäbe	159
3.5.1.	Stäbe mit schwacher Krümmung	159
3.5.2.*	Stäbe mit starker Krümmung	159
3.6.	Verformung bei Biegung	162
3.6.1.	Differentialgleichung 2. Ordnung für die gerade Biegung prismatischer Träger	162
3.6.2.	Differentialgleichung 4. Ordnung für die gerade Biegung	165
3.6.3.	Durchlaufverfahren und Matrizenverfahren für die gerade Biegung prismatischer Stäbe	166
3.6.4.	Grafisches Verfahren zur Ermittlung der Biegelinie für die gerade Biegung gerader Stäbe	172
3.7.*	Ergänzungen zur Biegetheorie von Stäben	175
3.7.1.	Elastisch gebetteter Balken	175
3.7.2.	Verformung bei schiefer Biegung prismatischer Stäbe	177
3.7.3.	Verformung bei gerader Biegung gekrümmter Stäbe	179
3.7.4.	Der kurze Stab — Einfluß der Schubverformung	183
3.7.5.	Der breite Stab — Einfluß der Querkontraktion	185
3.7.6.	Die „mittragende“ Breite	186
3.7.7.	Biegung gekrümmter Rohre	187
3.7.8.	Nichthomogenes Material	187
3.7.9.	Wärmespannungen und -verformungen bei Balken	189
3.7.9.1.	Wärmespannungen	189
3.7.9.2.	Wärmeverformungen	194
3.7.9.2.1.	Längsverformung des Balkens	194
3.7.9.2.2.	Biegeverformungen des Balkens	195
3.8.	Beispiele	197
3.9.	Zusammenfassung	206
4.	Schubbeanspruchung infolge Querkraft	207
4.1.	Allgemeine Betrachtungen	207
4.2.	Querkraftschub in einfach zusammenhängenden Querschnitten	207
4.3.	Querkraftschub in dünnwandigen offenen Profilen	209
4.4.*	Querkraftschub in dünnwandigen geschlossenen Profilen	212
4.5.	Schubmittelpunkt	213
4.5.1.	Offene Profile	214
4.5.2.*	Geschlossene Profile	215
4.6.	Beispiele	216
5.	Reine Torsion prismatischer Stäbe	218
5.1.	Voraussetzungen und Grundlagen	218
5.2.	Torsion kreiszylindrischer Stäbe	219
5.3.*	Torsion von Stäben mit elliptischem Querschnitt	221

5.4.*	Membrangleichnis und hydrodynamisches Gleichnis	224
5.5.	Torsion dünnwandiger geschlossener Querschnitte	225
5.6.	Torsion dünnwandiger offener Querschnitte	227
5.7.	Beispiele	229
6.	Spannungen in dünnwandigen rotationssymmetrischen Behältern unter Innendruck	231
6.1.	Grundlagen und Voraussetzungen	231
6.2.	Ermittlung der Spannungen	232
6.3.	Beispiele	234
6.3.1.	Kugelkessel	234
6.3.2.	Zylindrisches Rohr	234
6.3.3.	Kegeliger Behälter	234
6.3.4.	Kreisringbehälter	235
6.3.5.	Zusammengesetzter Behälter	235
7.	Einflußzahlen	237
7.1.	Grundlagen	237
7.2.	Symmetrie der Einflußzahlen	239
7.2.1.	Kräfte und Durchbiegungen	239
7.2.2.	Momente und Verdrehungen	240
7.2.3.	Einfluß der Kräfte und Momente auf die Verdrehungen und Durchbiegungen	241
7.3.	Beispiele	242
8.	Sätze von CASTIGLIANO	244
8.1.	Grundlagen	244
8.2.	Beispiele zur Anwendung des Satzes von CASTIGLIANO auf statisch bestimmte Träger	247
8.3.	Berechnung der Einflußzahlen nach dem Satz von CASTIGLIANO	249
8.4.	Berechnung äußerlich statisch unbestimmter Probleme	250
8.5.	Anwendung des Satzes von CASTIGLIANO auf innerlich statisch unbestimmte Systeme	254
8.6.	Symmetrie- und Antimetriebetrachtungen	258
8.7.	Berücksichtigung der Biege-, Zug-, Torsions- und Querkraftschubarbeit	260
8.8.	Elastische Formänderung von Fachwerken	263
8.8.1.	Statisch bestimmte Fachwerke	263
8.8.2.	Statisch unbestimmte Fachwerke	265
8.8.3.*	Ausnahmefachwerk	266
8.9.*	Wärmespannungsprobleme	267
8.9.1.	Grundlagen	267
8.9.2.	Beispiele	269
9.	Einführung in die Stabilitätstheorie	272
9.1.	Allgemeine Betrachtungen	272
9.2.	Elastische Knickung gerader und leicht gekrümmter Stäbe; Differentialgleichungen der Theorie 2. Ordnung	277
9.3.	Näherungsmethoden zur Berechnung der kritischen Last	289
9.3.1.	Einfache Glättung	289
9.3.2.	Verfahren von GALERKIN	290
9.3.3.	Energiemethode	291
9.4.*	Elastische Knickung gerader Stäbe — Theorie 3. Ordnung	294

9.5.	Knickspannungen	295
9.6.*	Ergänzungen zur Berechnung von Knicklasten	299
9.6.1.	Nicht richtungstreue Kraft	299
9.6.2.	Einfluß der Schubverformung auf die Knicklast	300
10.	Rotationssymmetrische Spannungszustände	302
10.1.	Das dickwandige Rohr	303
10.1.1.	Gleichgewicht am Volumenelement	303
10.1.2.	Verformungen — Dehnungen — Stoffgesetz	303
10.1.3.	Die Differentialgleichung für die Radialverschiebung und deren Lösungen	304
10.1.3.1.	Lösung als ebener Verzerrungszustand	305
10.1.3.2.	Lösung als ebener Spannungszustand	306
10.1.4.	Beispiele	306
10.2.	Rotierende Scheiben	308
10.2.1.	Gleichgewicht am Volumenelement	308
10.2.2.	Verformungen — Dehnungen — Stoffgesetz	308
10.2.3.	Die Differentialgleichung für die Radialspannung und deren Lösungen	308
10.3.	Rotationssymmetrisch belastete Kreisringplatten	312
10.3.1.	Voraussetzungen	312
10.3.2.	Gleichgewichtsbedingungen	312
10.3.3.	Formänderungsbetrachtungen und Hooke'sches Gesetz	313
10.3.4.	Differentialgleichung und ihre Lösungen	314
10.4.	Kreiszylinderschalen	317
10.4.1.	Voraussetzungen	317
10.4.2.	Gleichgewichtsbedingungen	318
10.4.3.	Formänderungsbetrachtungen und Hooke'sches Gesetz	318
10.4.4.	Differentialgleichung und ihre Lösungen	320
10.5.	Zusammenfassung	322
11.	Vergleichsspannungshypothesen	322
11.1.	Hauptspannungshypothese	323
11.2.	Hauptdehnungshypothese	323
11.3.	Schubspannungshypothese	323
11.4.	Gestaltänderungshypothese	324
11.5.	Anwendung der Hypothesen auf spezielle Beanspruchungsarten	325
12.	Einführung in die Betriebsfestigkeit	326
12.1.	Allgemeine Betrachtungen	326
12.2.	Grundlagen zur Erfassung und Auswertung der stochastischen Beanspruchungen	327
12.3.	Einparametrische Auswertemethoden zur Bestimmung der Belastungs- und Spannungskollektive	330
12.4.	Versagensarten, Brucharten und statische Festigkeitswerte	335
12.5.	Ermittlung, Auswertung und Darstellung der Festigkeitskennwerte für Werkstoffe und Bauteile bei dynamischer Beanspruchung	340
12.6.	Einflußgrößen auf die Gestaltfestigkeit	349
12.6.1.	Formzahl und bezogenes Spannungsgefälle	349
12.6.2.	Mikro- und Makrostützwirkung	354
12.6.3.	Kerbwirkungszahl β_K	355
12.6.4.	Anisotropie	357
12.6.5.	Größenfaktoren	358
12.6.6.	Querschnittsform	360

12.6.7.	Oberflächenfaktor	360
12.7.	Berechnung der Gestaltfestigkeit	361
13.	Einblick in die Plastizitätstheorie	364
13.1.	Einführung	364
13.2.	Spannungs-Dehnungs-Modelle	364
13.3.	Zug	365
13.4.	Biegung	367
13.5.	Torsion	369
13.6.	Mehrachsige Spannungszustände	370
14.	Einblick in die Viskoelastizitätstheorie	370
14.1.	Einführung	370
14.2.	Das Materialgesetz für einen Werkstoff mit „linearem Gedächtnis“	371
14.2.1.	Voraussetzungen	371
14.2.2.	Herleitung des Stoffgesetzes	372
14.2.3.	Elastisches Verhalten als Sonderfall viskoelastischen Materials	374
14.3.	Gerade Biegung als Anwendung	375
14.4.	Relaxation	377
14.5.	Zusammenfassung	378
Kinematik		379
1.	Kinematik des Punktes	379
1.1.	Darstellung der Bewegung	379
1.2.	Geradlinige Bewegung des Punktes	380
1.2.1.	Die kinematischen Grundaufgaben	380
1.2.2.	Beispiele zur geradlinigen Bewegung	381
1.3.	Allgemeine Bewegung des Punktes	386
1.3.1.	Darstellung in cartesischen Koordinaten	387
1.3.2.	Darstellung in Bahnkoordinaten	388
1.3.3.	Darstellung in Zylinderkoordinaten	390
1.3.4.	Beispiele zur allgemeinen Punktbewegung	392
2.	Kinematik des starren Körpers	397
2.1.	Allgemeine Bewegung des starren Körpers	398
2.1.1.	Translation	398
2.1.2.	Rotation	398
2.1.3.	Zusammengesetzte Bewegung	400
2.2.	Ebene Bewegung des starren Körpers	400
2.2.1.	Der Momentanpol	400
2.2.2.	Grafische Verfahren der Kinematik	401
2.3.	Beispiele zur Kinematik des starren Körpers	404
3.	Relativbewegung	408
3.1.	Geschwindigkeits- und Beschleunigungsermittlung	408
3.2.	Beispiele zur Relativbewegung	410

Dynamik	415
1. Dynamik der Punktmasse	415
1.1. Dynamisches Grundgesetz und seine Anwendungen	415
1.1.1. Dynamisches Grundgesetz	415
1.1.2. Einige Kraftgesetze der Dynamik	416
1.1.2.1. Gravitation und Schwerkraft	417
1.1.2.2. Federkräfte	418
1.1.2.3. Widerstandskräfte	419
1.1.3. Beispiele zur Fragestellung: Bewegung gegeben, Kraft gesucht	420
1.1.4. Beispiele zur Fragestellung: Kraft gegeben, Bewegung gesucht	422
1.1.4.1. Allgemeine Beispiele	422
1.1.4.2. Schiefer Wurf	426
1.1.4.3. Bewegung mit Luftwiderstand	429
1.1.4.4. Erdferne Bewegung	431
1.1.5. Beispiel zur gemischten Fragestellung	434
1.2. Folgerungen des dynamischen Grundgesetzes	435
1.2.1. Impulssatz	435
1.2.2. Impulsmomentensatz, Drallsatz, Flächensatz	436
1.2.3. Arbeitssatz, Energiesatz, Potentialbegriff	437
1.2.4. Leistung	439
1.2.5. Beispiele zur Anwendung von Impulssatz und Arbeitssatz	441
2. Dynamik der Bewegung des starren Körpers in einer Ebene	447
2.1. Translation	447
2.2. Rotation um eine feste Achse	448
2.2.1. Dynamisches Grundgesetz der Drehbewegung	448
2.2.2. Achsenbezogene Massenträgheitsmomente	448
2.2.2.1. Beispiele für die Berechnung von Massenträgheitsmomenten	449
2.2.2.2. Satz von STEINER für Massenträgheitsmomente	450
2.3. Gegenüberstellung von Translation und ebener Rotation	451
2.4. Zusammengesetzte Bewegung	452
2.5. Beispiel zur ebenen Bewegung des starren Körpers	452
3. Sätze über die Dynamik des Systems von Punktmassen (Punkthaufen) und starre Körper	455
3.1. Freiheitsgrad und Zwangsbedingungen	456
3.2. Fundamentalsätze des Punkthaufens	458
3.2.1. Schwerpunktsatz und seine Anwendung	458
3.2.1.1. Schwerpunktsatz	458
3.2.1.2. Reaktionskräfte und Massenausgleich an ebenen Mechanismen	460
3.2.2. Impulssatz, Drallsatz und ihre Anwendung	463
3.2.2.1. Impulssatz	463
3.2.2.2. Impulsmomentensatz und Drallsatz	464
3.2.2.3. Stoß	466
3.2.2.4. Kupplungsvorgang von Drehbewegungen um eine starre Achse	472
3.2.3. Arbeitssatz	474
4. Aufstellen der Bewegungsgleichungen mit Hilfe des d'ALEMBERTSchen und des LAGRANGESchen Prinzips	476
4.1. Prinzip der virtuellen Arbeit und d'ALEMBERTSches Prinzip	477
4.2. LAGRANGESche Gleichungen 2. Art	480

4.3.	Beispiele zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen	485
4.3.1.	Gegenüberstellung der beiden Verfahren	485
4.3.2.	Ableitung der Bewegungsgleichung der starren Maschine mit einem Freiheitsgrad	491
5.	Dynamik des starren Körpers	496
5.1.	Dynamische Kennwerte des starren Körpers	496
5.1.1.	Allgemeine Beziehungen zwischen Trägheitsmomenten und Deviationsmomenten, die Trägheitshauptachsen	496
5.1.2.	Berechnung von Deviationsmomenten	501
5.1.3.	Beispiele für die Berechnung von Trägheitshauptachsen und Hauptträgheitsmomenten	502
5.2.	Kinetische Energie, Impuls und Drall des starren Körpers	507
5.3.	Bewegung des starren Körpers um einen festen Punkt	510
5.3.1.	Die EULERSchen Gleichungen	210
5.3.2.	Der Begriff des Kreisels	512
5.3.3.	Beispiele zur technischen Anwendung der Dynamik des starren Körpers	513
6.	Schwingungen linearer Systeme mit einem Freiheitsgrad und konstanten Parametern	519
6.1.	Kinematik der Schwingungen	521
6.1.1.	Harmonische Zeitfunktionen und ihre Synthese	521
6.1.2.	Periodische Zeitfunktionen und ihre Analyse	528
6.2.	Freie Schwingungen von Systemen mit einem Freiheitsgrad	535
6.2.1.	Freie Schwingungen ungedämpfter Systeme	535
6.2.2.	Freie Schwingungen gedämpfter Systeme	540
6.2.3.	Ermittlung von Systemparametern aus den freien Schwingungen	544
6.2.4.	Beispiele zu den freien Schwingungen	546
6.3.	Erzwungene Schwingungen von Systemen mit einem Freiheitsgrad	553
6.3.1.	Berechnung der stationären Bewegung bei harmonischer Erregung	553
6.3.2.	Stationäre Bewegung bei periodischer Erregung	557
6.3.3.	Ermittlung von Systemparametern aus den erzwungenen Schwingungen	561
6.3.4.	Beispiele zu den erzwungenen Schwingungen	567
7.	Schwingungen linearer Systeme mit zwei Freiheitsgraden und konstanten Parametern	573
7.1.	Freie Schwingungen von Systemen mit zwei Freiheitsgraden	573
7.1.1.	Bewegungsgleichungen und ihre Kopplung	573
7.1.2.	Eigenfrequenzen und Schwingungsformen gefesselter Systeme	578
7.1.3.	Eigenfrequenzen und Schwingungsformen freier Systeme	582
7.1.4.	Beispiele zur Berechnung freier Schwingungen	584
7.2.	Erzwungene Schwingungen von Systemen mit zwei Freiheitsgraden	589
7.2.1.	Bewegungsgleichungen und Resonanzfrequenzen	589
7.2.2.	Berechnung der Ausschläge des ungedämpften Systems, der Tilgereffekt	592
7.2.3.	Abschätzung der Resonanzausschläge des gedämpften Systems	593
	Sachwortverzeichnis	596