

2022 Training

Abschlussprüfung

**MEHR
ERFAHREN**

Realschule Bayern

Mathematik II/III

+ Ausführliche Lösungen
+ Hinweise und Tipps

LÖSUNGEN



STARK

Inhalt

Vorwort

Training Grundwissen	1
1 Grundwissen 5.–8. Klasse	1
2 Grundwissen 9. Klasse	34
2.1 Lineare Funktionen	34
2.2 Lineare Gleichungssysteme	43
2.3 Reelle Zahlen	50
2.4 Flächeninhalt ebener Figuren	53
2.5 Viestreckensätze	69
2.6 Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck	72
3 Grundwissen 10. Klasse	80
3.1 Quadratische Funktionen	80
3.2 Weitere Funktionen	91
3.3 Quadratische Gleichungen	98
3.4 Berechnungen am Kreis	109
3.5 Trigonometrie	112
3.6 Raumgeometrie	124
Komplexe Aufgaben	153
Quadratische Funktionen	153
Ebene Geometrie	163
Raumgeometrie	175
Aufgaben im Stil der Prüfung	187
Teil A	187
Teil B	189
Original-Abschlussprüfung	2020-1
Abschlussprüfung 2020	2020-1
Teil A	2020-1
Teil B	2020-6
Abschlussprüfung 2021	www.stark-verlag.de/mystark

Das Corona-Virus hat auch im vergangenen Schuljahr die Prüfungsabläufe beeinflusst. Um dir die Lösungen zur Prüfung 2021 schnellstmöglich zur Verfügung stellen zu können, bringen wir sie in digitaler Form heraus. Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2021 zur Veröffentlichung freigegeben sind, kannst du die Lösungen als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen (Zugangscode vorne im Buch).

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsbuch zu dem Band **Training Abschlussprüfung Realschule 2022 – Mathematik II/III – Bayern** (Bestell-Nr. 915111) und zur **Kombination aus Trainingsband und interaktivem Training** (Bestell-Nr. 91511ML). Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Solltest du nicht weiterkommen, helfen dir die  **Hinweise und Tipps**. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen. Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autoren: Markus Hochholzer, Markus Schmidl

Lösung der Original-Abschlussprüfung: Alois Einhauser

Training Grundwissen

1 Grundwissen 5.–8. Klasse

1

$$a) \frac{3}{5} \cdot \frac{8}{8} \cdot \frac{24}{40} \cdot \frac{2}{2} = \frac{12}{20}$$

$$b) \frac{49}{28} = \frac{7}{4} \cdot \frac{2}{2} = 1 \frac{6}{8}$$

$$c) \frac{33ab}{121a} = \frac{3b}{11} = \frac{24bc^2}{88c^2}$$

$$d) \frac{12x^2y}{16x} = \frac{3xy}{4} = \frac{72x^3y^2}{96x^2y}$$

Hinweise und Tipps

Zähler und Nenner mit dem Erweiterungsterm multiplizieren bzw. durch den Kürzungsterm dividieren

Erweitern mit 8 und anschließend kürzen mit 2
Beachte: Die Brüche sind wertgleich.

Kürzen mit 7 und anschließend erweitern mit 2

Kürzen mit 11a und anschließend erweitern mit 8c²

Kürzen mit 4x und anschließend erweitern mit 24x²y

2

$$a) \frac{36}{90} = \frac{18}{18 \cdot 5} \quad \text{oder:} \quad \frac{36}{90} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

Das schrittweise Kürzen ist aufwendiger, aber oft einfacher.

$$b) \frac{55x^3y^2}{220x^5y} = \frac{55x^3y}{220x^5} \cdot \frac{y}{4x^2} \quad \text{oder:} \quad \frac{55x^3y^2}{220x^5y} = \frac{11x^3y}{220x^5} \cdot \frac{5y}{20x^2} = \frac{y}{4x^2}$$

Das schrittweise Kürzen ist aufwendiger, aber oft einfacher.

$$c) \frac{95 \cdot 26 \cdot 55}{143 \cdot 25 \cdot 76} \\ = \frac{95 \cdot 26^2 \cdot 55^{11}}{143^{11} \cdot 25^5 \cdot 76} \\ = \frac{95^{19} \cdot 2^1 \cdot 11^1}{11^1 \cdot 5^1 \cdot 76^{38}} \\ = \frac{19^1}{38^2} \\ = \frac{1}{2}$$

Hier empfiehlt es sich, schrittweise zu kürzen, um die Übersicht zu behalten.

$$d) \frac{5(a-b)^2}{0,5(a-b)(a+b)} \\ = \frac{\cancel{5}^{10} (a-b) \cancel{(a-b)}}{0,5^1 \cdot \cancel{(a-b)} (a+b)} \\ = \frac{10(a-b)}{(a+b)}$$

Zähler und Nenner liegen als Produktterm vor.
Auch Faktoren wie (a – b) können gekürzt werden.
Beachte: 5 : 0,5 = 10

3 a) $\frac{11}{12} - \frac{2}{9} + \frac{2}{3}$ HN: 36

$$\begin{aligned} &= \frac{11 \cdot 3}{12 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} + \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 12} \\ &= \frac{33}{36} - \frac{8}{36} + \frac{24}{36} \\ &= \frac{33 - 8 + 24}{36} \\ &= \frac{49}{36} \\ &= 1 \frac{13}{36} \end{aligned}$$

b) $\left(\frac{27}{4} - \frac{4}{3}\right) + \left(\frac{11}{16} - \frac{5}{8}\right)$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{27 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 4}\right) + \left(\frac{11}{16} - \frac{5 \cdot 2}{8 \cdot 2}\right) \\ &= \left(\frac{81}{12} - \frac{16}{12}\right) + \left(\frac{11}{16} - \frac{10}{16}\right) \\ &= \left(\frac{81 - 16}{12}\right) + \left(\frac{11 - 10}{16}\right) \\ &= \frac{65}{12} + \frac{1}{16} \quad \text{HN: 48} \\ &= \frac{65 \cdot 4}{12 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3}{16 \cdot 3} \\ &= \frac{260}{48} + \frac{3}{48} \\ &= \frac{263}{48} \\ &= 5 \frac{23}{48} \end{aligned}$$

c) $12 \frac{4}{5} - \left(4 \frac{4}{7} + 3 \frac{1}{2}\right) + 17 \frac{1}{5}$

$$\begin{aligned} &= 12 \frac{4}{5} + 17 \frac{1}{5} - \left(4 \frac{4 \cdot 2}{7 \cdot 2} + 3 \frac{1 \cdot 7}{2 \cdot 7}\right) \\ &= 30 - \left(4 \frac{8}{14} + 3 \frac{7}{14}\right) \\ &= 30 - 7 \frac{15}{14} \\ &= 30 - 8 \frac{1}{14} \\ &= 21 \frac{13}{14} \end{aligned}$$

d) $\frac{4}{3}b + \frac{1}{64}a^3 - \frac{1a^3}{2a} + \frac{1b}{5} - \frac{11}{13}$

$$\begin{aligned} &= \frac{4}{3}b + \frac{1b}{5} + \frac{1}{64}a^3 - \frac{1a^3}{2} - \frac{11}{13} \\ &= \frac{4}{3}b + \frac{1}{5}b + \frac{1}{64}a^3 - \frac{1}{2}a^3 - \frac{11}{13} \end{aligned}$$

Hinweise und Tipps

Bestimme den Hauptnenner (bzw. das kgV der Nenner) und erweitere die Brüche auf ihn.

Addiere bzw. subtrahiere nun die gleichnamigen Brüche.

Forme im Endergebnis den unechten Bruch in eine gemischte Zahl um.

Bestimme jeweils klammerweise den Hauptnenner und erweitere die Brüche in der Klammer auf den jeweiligen Hauptnenner.

Addiere bzw. subtrahiere die nun gleichnamigen Brüche in den Klammern.

Bestimme den Hauptnenner, erweitere und fasse die gleichnamigen Brüche zusammen.

Forme im Endergebnis den unechten Bruch in eine gemischte Zahl um.

Hier empfiehlt es sich, das Kommutativgesetz der Addition anzuwenden, um die bereits gleichnamigen Brüche zu ordnen und zusammenzufassen.

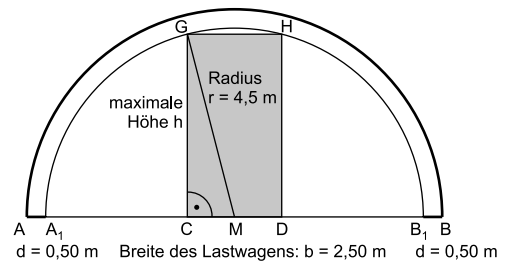
Das rechtzeitige Kürzen nicht vergessen

Bestimme jeweils die Hauptnenner der *gleichartigen* Summanden und erweitere.

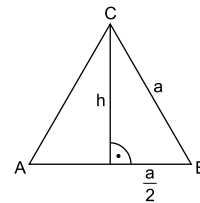
Hinweise und Tipps

- b) Es gilt ein Sicherheitsabstand von 50 cm zur Decke.
Der Radius des Halbkreises beträgt also nur noch 4,50 m!

$$\begin{aligned}\overline{GC} &= \overline{MG}^2 - \overline{CM}^2 \quad | \sqrt{} \\ \overline{GC} &= \sqrt{(4,5 \text{ m})^2 - (1,25 \text{ m})^2} \\ \overline{GC} &= 4,32 \text{ m}\end{aligned}$$


118 Berechnung der Höhe:

$$\begin{aligned}h &= \frac{a}{2}\sqrt{3} & \text{oder: } a^2 &= h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \\ h &= \frac{6}{2}\sqrt{3} \text{ cm} & h &= \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} \\ h &= 3\sqrt{3} \text{ cm} & h &= \sqrt{(6 \text{ cm})^2 - (3 \text{ cm})^2} \\ h &= 5,20 \text{ cm} & h &= 5,20 \text{ cm}\end{aligned}$$



Berechnung des Flächeninhalts:

$$\begin{aligned}A_{\Delta} &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot h \\ A_{\Delta} &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot h \\ A_{\Delta} &= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3\sqrt{3} \text{ cm}^2 \\ A_{\Delta} &= 9\sqrt{3} \text{ cm}^2 \\ A_{\Delta} &= 15,59 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

119 a) $\overline{AC} = \overline{AB}\sqrt{2}$
 $\overline{AC} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$
 $\overline{AC} = 8,49 \text{ cm}$

$$\overline{AE} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$\overline{AE} = \frac{1}{2} 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\overline{AE} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\overline{AE} = 4,24 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}\overline{SA}^2 &= \overline{AE}^2 + \overline{ES}^2 \\ \Rightarrow \overline{SA} &= \sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{ES}^2} \\ \Leftrightarrow \overline{SA} &= \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + 10^2} \text{ cm} \\ \Leftrightarrow \overline{SA} &= \sqrt{9 \cdot 2 + 100} \text{ cm} \\ \Leftrightarrow \overline{SA} &= 10,86 \text{ cm}\end{aligned}$$

Formel für die Länge der Diagonale im Quadrat anwenden

Bestimme die Länge von [AS] mithilfe des Satzes des Pythagoras im in E rechtwinkligen Dreieck AES.

$$\begin{aligned}\overline{MS}^2 &= \overline{EM}^2 + \overline{SE}^2 \\ \Rightarrow \overline{MS} &= \sqrt{\overline{EM}^2 + \overline{SE}^2} \\ \Leftrightarrow \overline{MS} &= \sqrt{3^2 + 10^2} \text{ cm} \\ \Leftrightarrow \overline{MS} &= \sqrt{109} \text{ cm} \\ \Leftrightarrow \overline{MS} &= 10,44 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b) } \frac{\overline{BD}}{\overline{GH}} &= \frac{\overline{ES}}{\overline{FS}} \\ \Leftrightarrow \frac{6\sqrt{2} \text{ cm}}{\overline{GH}} &= \frac{10 \cancel{\text{cm}}}{4 \cancel{\text{cm}}} \\ \overline{GH} &= 6\sqrt{2} \cdot \frac{2}{5} \text{ cm} \\ \Leftrightarrow \overline{GH} &= 3,39 \text{ cm} \\ \overline{GS}^2 &= \overline{SF}^2 + \overline{FG}^2 \\ \Rightarrow \overline{GS} &= \sqrt{\overline{SF}^2 + \overline{FG}^2} \\ \Leftrightarrow \overline{GS} &= \sqrt{4^2 + 1,70^2} \text{ cm} \\ \Leftrightarrow \overline{GS} &= \sqrt{18,89} \text{ cm} \\ \Leftrightarrow \overline{GS} &= 4,35 \text{ cm}\end{aligned}$$

 Hinweise und Tipps

Bestimme die Länge von [MS] mithilfe des Satzes des Pythagoras im in E rechtwinkligen Dreieck EMS.

2. Viereckensatz mit Zentrum S anwenden
($\overline{BD} = \overline{AC}$)

$$\begin{aligned}\text{120 a) } |\vec{a}| &= \sqrt{(-2)^2 + 3^2} \\ |\vec{a}| &= \sqrt{4+9} \\ |\vec{a}| &= \sqrt{13} \\ |\vec{a}| &= 3,61\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b) } |\vec{b}| &= \sqrt{12^2 + (-5)^2} \\ |\vec{b}| &= \sqrt{144+25} \\ |\vec{b}| &= \sqrt{169} \\ |\vec{b}| &= 13\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{121 a) } \overline{EF} &= \left(\begin{array}{c} 10 - (-4) \\ 5 - 3 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} 14 \\ 2 \end{array} \right) \\ \Rightarrow \overline{EF} &= \sqrt{14^2 + 2^2} \text{ LE} \\ \Rightarrow \overline{EF} &= 14,14 \text{ LE}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b) } \overline{EF} &= \left(\begin{array}{c} -9\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{8} - (-6\frac{3}{4}) \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} -10\frac{3}{4} \\ 8\frac{7}{8} \end{array} \right) \\ \Rightarrow \overline{EF} &= \sqrt{\left(-10\frac{3}{4}\right)^2 + \left(8\frac{7}{8}\right)^2} \text{ LE} \\ \Rightarrow \overline{EF} &= 13,94 \text{ LE}\end{aligned}$$

Original-Abschlussprüfung

Abschlussprüfung 2020

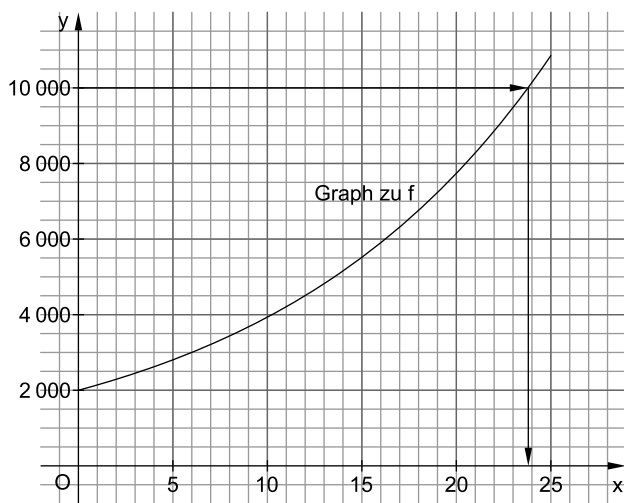
Teil A

Hinweise und Tipps

Aufgabe A 1.1

x	0	5	10	15	20	25
$2\,000 \cdot 1,07^x$	2 000	2 805	3 934	5 518	7 739	10 855

Einzeichnen des Graphen zu f mithilfe der Wertetabelle



Aufgabe A 1.2

Claudia nimmt an, dass der Wert ihrer Aktien jährlich um 7 Prozent zunimmt.

Bei einer Multiplikation mit 1,07 erhöht sich der Wert um den Faktor 0,07, also $\frac{7}{100}$. Dies entspricht 7 %.

Aufgabe A 1.3

Im Rahmen der Zeichengenauigkeit: nach 24 Jahren

Das Fünffache des Anfangskapitals ist $5 \cdot 2\,000 = 10\,000$. Den zugehörigen Zeitpunkt ermittelt man wie in der Grafik aus Teilaufgabe A 1.1 abgebildet.

Aufgabe A 1.4

$$y = 2\,000 \cdot 1,07^{45}$$

$$y = 42\,005$$

Die Aktien wären zu diesem Zeitpunkt 42 005 € wert.

Der 22.02.2065 ist 45 Jahre nach dem Kauf am 22.02.2020.



© **STARK Verlag**

www.pearson.de
info@pearson.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.