2022

Realschule

Original-Prüf
mit Lösunger

MEHR ERFAHREN

Bayern

Mathematik I

+ Weitere Prüfungsaufgaben

Original-Prüfungsaufgaben **2021** zum Download

STARK

Inhalt

Hinweise
Termine 2022

Übungsaufgaben

Praxisorientierte Aufgaben 1
Lösung 6

Abschlussprüfungsaufgaben

Abschlussprüfung 2013
Teil A 2013-1
Teil B 2013-11

Abschlussprüfung 2014
Teil A 2014-1
Teil B 2014-8

Abschlussprüfung 2015
Teil A 2015-1
Teil B 2015-9

Abschlussprüfung 2016
Teil A 2016-1
Teil B 2016-9

Abschlussprüfung 2017
Teil A 2017-1
Teil B 2017-11

Abschlussprüfung 2018
Teil A 2018-1
Teil B 2018-10

Abschlussprüfung 2019
Teil A 2019-1
Teil B 2019-9

Abschlussprüfung 2020
Teil A 2020-1
Teil B 2020-9

Fortsetzung nächste Seite

Abschlussprüfung 2021 www.stark-verlag.de/mystark

Das Corona-Virus hat auch im vergangenen Schuljahr die Prüfungsabläufe beeinflusst. Um Ihnen die Prüfung 2021 schnellstmöglich zur Verfügung stellen zu können, bringen wir sie in digitaler Form heraus. Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2021 zur Veröffentlichung freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

PDF zum Download

Abschlussprüfung 2001 1
Abschlussprüfung 2002 18
Abschlussprüfung 2003 37
Abschlussprüfung 2004 55
Abschlussprüfung 2005 74
Abschlussprüfung 2006 93
Abschlussprüfung 2007 110
Abschlussprüfung 2008 134
Abschlussprüfung 2009 157
Abschlussprüfung 2010 173
Abschlussprüfung 2011 193
Abschlussprüfung 2012 213

Auf die PDF mit den Abschlussprüfungen 2001 bis 2012 kann online zugegriffen werden. Der Zugangscode ist auf der Umschlaginnenseite zu finden.

Jeweils im Herbst erscheinen die neuen Ausgaben der Abschlussprüfungsaufgaben mit Lösungen.

Autoren:

Lösungen der Abschlussprüfungsaufgaben:
2001–2014: RSD Alois Einhauser und StD Dietmar Steiner
ab 2015: RSD Alois Einhauser

Übungsaufgaben:
RSD Alois Einhauser

Hinweise

Die Abschlussprüfungsaufgaben im Fach Mathematik werden vom Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus zentral für alle bayerischen Realschulen gestellt.

Die Abschlussprüfung setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Der erste Teil (A) besteht aus drei kurzen Aufgaben zu den Themenbereichen Funktionen, ebene Geometrie und Raumgeometrie. Der zweite Teil (B) besteht aus zwei komplexeren Aufgaben. Die erreichbare Anzahl der Punkte ist im Teil B etwa doppelt so hoch wie im Teil A.

Sie haben zur Bearbeitung der Aufgaben **150 Minuten** Zeit. Als Hilfsmittel sind elektronische Taschenrechner (auch grafikfähige) und eine zugelassene Formelsammlung erlaubt.

Zur Lösung der Aufgaben:

1. Bei allen Aufgaben sollen die Lösungen sinnvoll gerundet werden.
2. Bei einer Reihe von Aufgaben ist es ratsam, sich zur Veranschaulichung der Aufgabenstellung eine Zeichnung bzw. Skizze zu erstellen.
3. Vorgehensweise für die Erstellung von Schrägbildern:
   a) Zeichnen der Schrägbildachse (waagrecht auf dem Arbeitsblatt).
   b) Antragen der gegebenen Strecke, die laut Angabe auf der Schrägbildachse liegen soll, auf dieser.
   c) Antragen einer Geraden, die mit der Schrägbildachse den angegebenen Winkel ω einschließt, in einem Endpunkt der in b angetragenen Strecke.
   d) Alle Linien, die senkrecht zur Zeichenebene verlaufen, werden im Schrägbild unter dem Winkel ω angetragen.
   Alle Strecken, die senkrecht zur Zeichenebene verlaufen, werden mit dem Faktor q verkürzt angetragen.
   e) Strecken, die in der Zeichenebene oder parallel zu dieser liegen, werden in wahrer Länge angetragen.

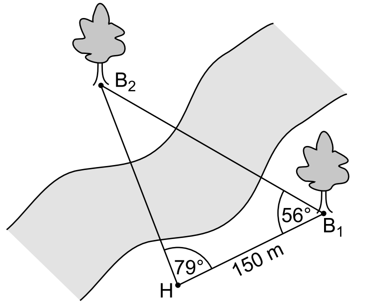
Zu allen Aufgaben haben wir ausführliche **Lösungsvorschläge** abgedruckt, die möglichst nur zur Kontrolle benutzt werden sollten. Wenn Sie nicht weiterkommen, sollen Ihnen unsere grau markierten **Hinweise und Tipps** helfen, den Lösungsweg zu erkennen. Zuerst sollten Sie selbst die Lösung finden und dann mit dem Buch vergleichen. Nur wenn man sich selbst anstrengt, bleibt der Stoff auch im Gedächtnis und man „lernt“ dazu.

Übungsaufgaben Mathematik I – Realschule
Praxisorientierte Aufgaben

1 Der Abstand zweier Bäume B_1 und B_2, die durch einen Fluss getrennt sind, soll bestimmt werden.

Von einem 150 m vom Baum B_1 entfernten Hilfspunkt H erscheinen die beiden Bäume unter einem 79°-Winkel. Der Winkel B_2B_1H beträgt 56° (vgl. nebenstehende Skizze).

Berechnen Sie die Entfernung der beiden Bäume $\overline{B_1B_2}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.



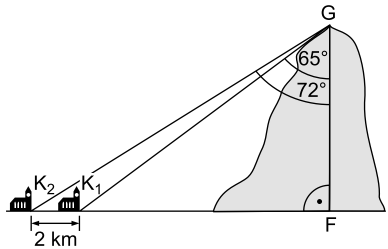
2 Die Kirchen zweier Ortschaften liegen auf einer Höhe von 550 m über dem Meeresspiegel. Sie sind 2 km voneinander entfernt.

Der Gipfel eines Berges liegt genau senkrecht über der Verbindungslinie der beiden Kirchen (vgl. Abbildung).

Vom Gipfel aus erscheint die eine Kirche unter einem 65°-Winkel zur Vertikalen, die andere Kirche unter einem 72°-Winkel.

In welcher Höhe liegt der Gipfel?

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)



3 Ein Baum steht auf einem Hang (vgl. Abbildung), der um 15° gegenüber der Horizontalen geneigt ist.

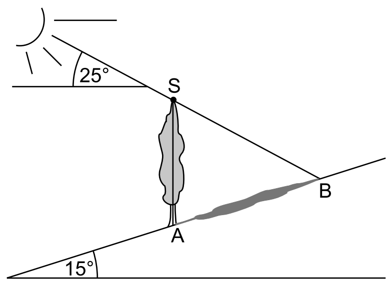
Zu dem Zeitpunkt, an dem der Schatten des Baumes genau in der Falllinie verläuft, ist der Schatten des Baumes 17,5 m lang. Die Sonnenhöhe wird mit 25° gemessen.

Berechnen Sie die Höhe des Baumes.

(Hilfen, falls die Aufgabe zu komplex ist:

a) Bestimmen Sie das Maß des Winkels ASB.

b) Zeichnen Sie eine Horizontale durch B und bestimmen Sie das Maß des Winkels SBA.)



Lösung

1 $\sphericalangle HB_2B_1 = 45°$

$$\frac{\overline{B_1B_2}}{\sin 79°} = \frac{150\text{ m}}{\sin 45°}$$

$$\overline{B_1B_2} = 150\text{ m} \cdot \frac{\sin 79°}{\sin 45°}$$

$$\overline{B_1B_2} = 208{,}23\text{ m}$$

2 $\sphericalangle K_2GK_1 = 72° - 65° = 7°$

$\sphericalangle K_1K_2G = 180° - 90° - 72° = 18°$

$\sphericalangle GK_1K_2 = 180° - 7° - 18° = 155°$

Im Dreieck K_2K_1G gilt:

$$\frac{\overline{K_1G}}{\sin 18°} = \frac{2\text{ km}}{\sin 7°}$$

$$\overline{K_1G} = 2\text{ km} \cdot \frac{\sin 18°}{\sin 7°}$$

$$\overline{K_1G} = 5{,}07\text{ km}$$

Im Dreieck K_1FG gilt:

$\overline{GF} = 5{,}07\text{ km} \cdot \cos 65°$

$\overline{GF} = 2{,}14\text{ km}$

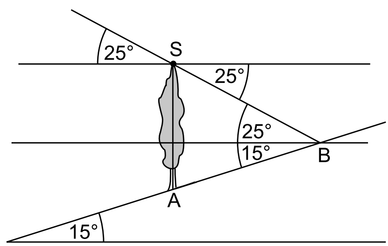
Gipfelhöhe: $2{,}14\text{ km} + 0{,}55\text{ km} = 2{,}69\text{ km}$
2,69 km über dem Meeresspiegel.

3 Einzeichnen der Horizontalen durch S als Hilfslinie.

$\sphericalangle ASB = 90° - 25°$
$= 65°$

Einzeichnen der Horizontalen durch B als Hilfslinie.

$\sphericalangle SBA = 25° + 15°$
$= 40°$



$$\frac{\overline{AS}}{\sin 40°} = \frac{17{,}5\text{ m}}{\sin 65°}$$

$$\overline{AS} = 17{,}5\text{ m} \cdot \frac{\sin 40°}{\sin 65°}$$

$$\overline{AS} = 12{,}4\text{ m}$$

Abschlussprüfung an Realschulen 2018 – Mathematik I
Teil A

Aufgabe A 1

A 1.0 Es werden zwei Versuche zur Abkühlung von heißem Wasser durchgeführt. Der Temperaturverlauf während dieser Versuche lässt sich jeweils näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = (y_A - y_U) \cdot 0{,}9^x + y_U$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$, $y_A \in \mathbb{R}^+$, $y_U \in \mathbb{R}^+$) beschreiben.

Dabei ist nach x Minuten die Temperatur des Wassers auf y °C gesunken. Die Anfangstemperatur des Wassers beträgt y_A °C und die Umgebungstemperatur y_U °C.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

A 1.1 Im ersten Versuch kühlt 95 °C heißes Wasser in einem Raum mit einer Umgebungstemperatur von 20 °C ab.
Berechnen Sie, nach welcher Zeit die Wassertemperatur auf 60 °C gesunken ist. 2

A 1.2 Im zweiten Versuch kühlt 72 °C heißes Wasser in einem ersten Raum mit einer Umgebungstemperatur von 18 °C für 3 Minuten ab. Anschließend wird der Abkühlvorgang in einem zweiten Raum für weitere 8 Minuten fortgesetzt, bis das Wasser eine Temperatur von 39 °C besitzt.
Berechnen Sie die Umgebungstemperatur im zweiten Raum. 3

Aufgabe A 2

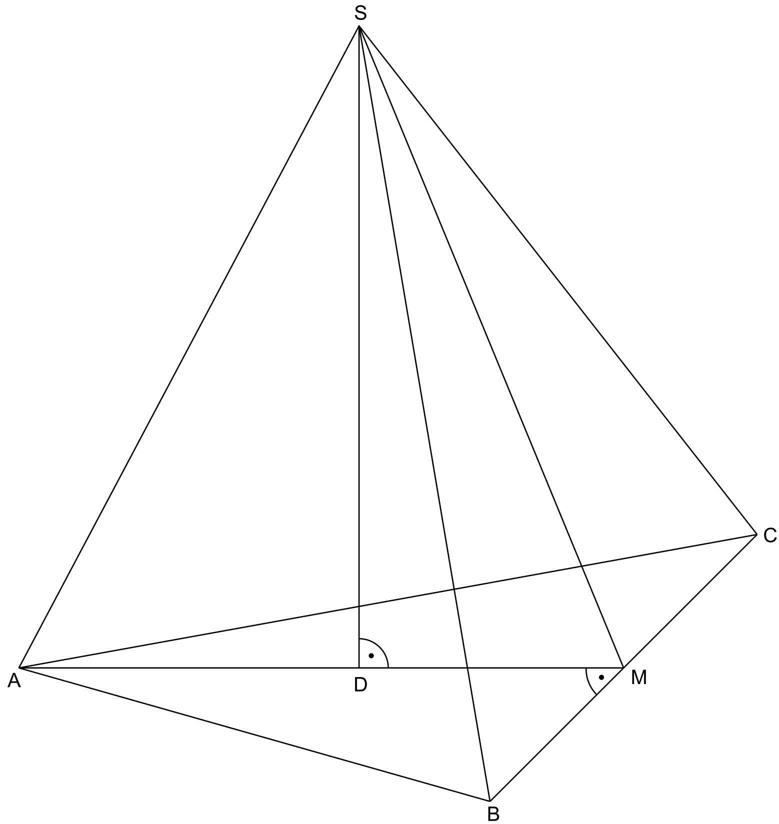
A 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [BC] und der Höhe [AM] ist die Grundfläche der Pyramide ABCS mit der Spitze S. Der Punkt $D \in$ [AM] ist der Fußpunkt der Pyramidenhöhe [DS], die senkrecht auf der Grundfläche steht.

Es gilt: $\overline{AM} = 8$ cm; $\overline{BC} = 10$ cm; $\overline{AD} = 4{,}5$ cm; $\overline{DS} = 8{,}5$ cm.

Die unten stehende Zeichnung zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; [AM] liegt auf der Schrägbildachse.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels MAC.
[Ergebnis: $\sphericalangle MAC = 32{,}01°$] 1

A 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke [DS]. Die Winkel DAP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in\ ]0°; 62{,}10°[$.
Zeichnen Sie den Punkt P_1 und die Strecke $[AP_1]$ für $\varphi = 40°$ in das Schrägbild zu A 2.0 ein. 1

A 2.3 Durch die Punkte P_n verlaufen zur Grundfläche ABC parallele Ebenen, die die Kanten der Pyramide ABCS in Punkten $E_n \in [AS]$, $F_n \in [BS]$ und $G_n \in [CS]$ und die Strecke [MS] in Punkten N_n schneiden. Die Dreiecke $E_nF_nG_n$ sind die Grundflächen von Pyramiden $E_nF_nG_nD$ mit der Spitze D.
Zeichnen Sie die Pyramide $E_1F_1G_1D$ und den Punkt N_1 in das Schrägbild zu A 2.0 ein. 1

A 2.4 Berechnen Sie die Längen der Strecken [DP_n] und [E_nN_n] in Abhängigkeit von φ.

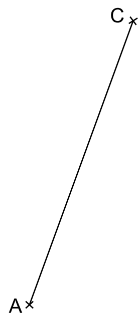
[Ergebnisse: $\overline{DP_n}(\varphi) = 4{,}5 \cdot \tan\varphi$ cm; $\overline{E_nN_n}(\varphi) = (8 - 4{,}24 \cdot \tan\varphi)$ cm] 3

A 2.5 Berechnen Sie das Volumen der Pyramide $E_1F_1G_1D$. 3

Aufgabe A 3

A 3.0 Gegeben sind Dreiecke AB_nC mit der Seitenlänge $\overline{AC} = 4$ cm.
Die Winkel B_nAC haben das Maß α mit $\alpha \in]0°; 60°[$.
Das Maß der Winkel ACB_n ist doppelt so groß wie das Maß der Winkel B_nAC.

A 3.1 Ergänzen Sie die Zeichnung zum Dreieck AB_1C für $\alpha = 50°$. 1



A 3.2 Bestimmen Sie die Länge der Strecken [B_nC] in Abhängigkeit von α und vereinfachen Sie mithilfe einer Supplementbeziehung. 2

A 3.3 Das Dreieck AB_2C ist gleichschenklig mit der Basis [AB_2].
Begründen Sie, dass das Dreieck AB_2C rechtwinklig ist. 2

19

Lösung

Aufgabe A 1

A 1.1 Bei einer Anfangstemperatur von 95 °C und einer Umgebungstemperatur von 20 °C erhält man folgende Funktionsgleichung: $y=(95-20)\cdot 0{,}9^x+20$

$$
\begin{aligned}
& 60=(95-20)\cdot 0{,}9^x+20 && \vert -20 && x\in\mathbb{R}^+\\
\Leftrightarrow\ & 40=75\cdot 0{,}9^x && \vert :75\\
\Leftrightarrow\ & \frac{8}{15}=0{,}9^x\\
\Leftrightarrow\ & x=\log_{0{,}9}\frac{8}{15}\\
\Leftrightarrow\ & x=\frac{\lg\frac{8}{15}}{\lg 0{,}9}\\
\Leftrightarrow\ & x=6{,}0
\end{aligned}
$$

$\mathbb{L}=\{6{,}0\}$

Nach 6,0 Minuten ist die Wassertemperatur auf 60 °C gesunken.

A 1.2 Bei einer Anfangstemperatur von 72 °C und einer Umgebungstemperatur von 18 °C erhält man folgende Funktionsgleichung: $y=(72-18)\cdot 0{,}9^x+18$

$y=(72-18)\cdot 0{,}9^3+18$
$y=57{,}4$

Temperatur nach 3 Minuten: 57,4 °C

Nun kühlt das Wasser bei der Anfangstemperatur von 57,4 °C in 8 Minuten auf 39 °C ab. Die entsprechende Umgebungstemperatur ist gesucht.

$$
\begin{aligned}
& 39=(57{,}4-y_U)\cdot 0{,}9^8+y_U && && y_U\in\mathbb{R}^+\\
\Leftrightarrow\ & 39=(57{,}4-y_U)\cdot 0{,}4+y_U\\
\Leftrightarrow\ & 39=23{,}0-0{,}4y_U+y_U\\
\Leftrightarrow\ & 39=23{,}0+0{,}6y_U && \vert -23{,}0\\
\Leftrightarrow\ & 0{,}6\,y_U=16{,}0 && \vert :0{,}6\\
\Leftrightarrow\ & y_U=26{,}7
\end{aligned}
$$

$\mathbb{L}=\{26{,}7\}$

Die Umgebungstemperatur im zweiten Raum beträgt 26,7 °C.

Bemerkung: Rundet man erst am Ende der Berechnung, erhält man $y_U=25{,}1$.

Aufgabe A 2

A 2.1 Im rechtwinkligen Dreieck AMC gilt:

$$\tan\sphericalangle MAC = \frac{\overline{MC}}{\overline{AM}} \qquad \text{mit } \overline{MC} = 0{,}5 \cdot \overline{BC}$$

$$\tan\sphericalangle MAC = \frac{0{,}5 \cdot 10\text{ cm}}{8\text{ cm}}$$

$$\sphericalangle MAC = 32{,}01°$$

A 2.2 Einzeichnen des Punktes P_1 und der Strecke $[AP_1]$ für $\varphi = 40°$