10.
Klasse

Mittelschule MSA Bayern 2021

Mathematik M 10

- Ideal für Homeschooling geeignet -

MSA 2021

INKLUSIVE:

✓ Original-Prüfungen 2013 - 2020
✓ Ausführlichen Lösungen zu den einzelnen Prüfungen
✓ kostenloser Downloadbereich per QR-Code

SCAN ME

MS 10

Mittelschule 10. Klasse | Mittlerer Schulabschluss | Bayern

lernverlag®
www.lern-verlag.de

2020 2021 Schuljahresplaner

September	Oktober	November	Dezember	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli
1 Di	1 Do	1 So Allerheiligen	1 Di	1 Fr Neujahr	1 Mo 5	1 Mo 9	1 Do	1 Sa Tag der Arbeit	1 Di	1 Do
2 Mi	2 Fr	2 Mo 45	2 Mi	2 Sa	2 Di	2 Di	2 Fr Karfreitag	2 So	2 Mi	2 Fr
3 Do	3 Sa Tag der Dt. Einheit	3 Di	3 Do	3 So	3 Mi	3 Mi	3 Sa	3 Mo 18	3 Do Fronleichnam	3 Sa
4 Fr	4 So	4 Mi	4 Fr	4 Mo 1	4 Do	4 Do	4 So Ostern	4 Di	4 Fr	4 So
5 Sa	5 Mo 41	5 Do	5 Sa	5 Di	5 Fr	5 Fr	5 Mo Ostermontag 14	5 Mi	5 Sa	5 Mo 27
6 So	6 Di	6 Fr	6 So	6 Mi Heilige Drei Könige	6 Sa	6 Sa	6 Di	6 Do	6 So	6 Di
7 Mo 37	7 Mi	7 Sa	7 Mo 50	7 Do	7 So	7 So	7 Mi	7 Fr	7 Mo 23	7 Mi
8 Di	8 Do	8 So	8 Di	8 Fr	8 Mo 6	8 Mo 10	8 Do	8 Sa	8 Di	8 Do
9 Mi	9 Fr	9 Mo 46	9 Mi	9 Sa	9 Di	9 Di	9 Fr	9 So Muttertag	9 Mi	9 Fr
10 Do	10 Sa	10 Di	10 Do	10 So	10 Mi	10 Mi	10 Sa	10 Mo 19	10 Do	10 Sa
11 Fr	11 So	11 Mi	11 Fr	11 Mo 2	11 Do	11 Do	11 So	11 Di	11 Fr	11 So
12 Sa	12 Mo 42	12 Do	12 Sa	12 Di	12 Fr	12 Fr	12 Mo 15	12 Mi	12 Sa	12 Mo 28
13 So	13 Di	13 Fr	13 So	13 Mi	13 Sa	13 Sa	13 Di	13 Do Christi Himmelfahrt	13 So	13 Di
14 Mo 38	14 Mi	14 Sa	14 Mo 51	14 Do	14 So	14 So	14 Mi	14 Fr	14 Mo 24	14 Mi
15 Di	15 Do	15 So	15 Di	15 Fr	15 Mo Rosenmontag 7	15 Mo 11	15 Do	15 Sa	15 Di	15 Do
16 Mi	16 Fr	16 Mo 47	16 Mi	16 Sa	16 Di	16 Di	16 Fr	16 So	16 Mi	16 Fr
17 Do	17 Sa	17 Di	17 Do	17 So	17 Mi	17 Mi	17 Sa	17 Mo 20	17 Do	17 Sa
18 Fr	18 So	18 Mi	18 Fr	18 Mo 3	18 Do	18 Do	18 So	18 Di	18 Fr	18 So
19 Sa	19 Mo 43	19 Do	19 Sa	19 Di	19 Fr	19 Fr	19 Mo 16	19 Mi	19 Sa	19 Mo 29
20 So	20 Di	20 Fr	20 So	20 Mi	20 Sa	20 Sa	20 Di	20 Do	20 So	20 Di
21 Mo 39	21 Mi	21 Sa	21 Mo 52	21 Do	21 So	21 So	21 Mi	21 Fr	21 Mo 25	21 Mi
22 Di	22 Do	22 So	22 Di	22 Fr	22 Mo 8	22 Mo 12	22 Do	22 Sa	22 Di Deutsch	22 Do
23 Mi	23 Fr	23 Mo 48	23 Mi	23 Sa	23 Di	23 Di	23 Fr	23 So Pfingsten	23 Mi Englisch	23 Fr
24 Do	24 Sa	24 Di	24 Do Heiligabend	24 So	24 Mi	24 Mi	24 Sa	24 Mo Pfingstmontag 21	24 Do Mathematik	24 Sa
25 Fr	25 So Ende der Sommerzeit	25 Mi	25 Fr 1.Weihnachtstag	25 Mo 4	25 Do	25 Do	25 So	25 Di	25 Fr	25 So
26 Sa	26 Mo 44	26 Do	26 Sa 2. Weihnachtstag	26 Di	26 Fr	26 Fr	26 Mo 17	26 Mi	26 Sa	26 Mo 30
27 So	27 Di	27 Fr	27 So	27 Mi	27 Sa	27 Sa	27 Di	27 Do	27 So	27 Di
28 Mo 40	28 Mi	28 Sa	28 Mo 53	28 Do	28 So	28 So Beginn der Sommerzeit	28 Mi	28 Fr	28 Mo 26	28 Mi
29 Di	29 Do	29 So 1.Advent	29 Di	29 Fr		29 Mo 13	29 Do	29 Sa	29 Di	29 Do
30 Mi	30 Fr	30 Mo 49	30 Mi	30 Sa		30 Di	30 Fr	30 So	30 Mi	30 Fr
	31 Sa Reformationstag		31 Do Silvester	31 So		31 Mi		31 Mo 22		31 Sa

Sonn- und Feiertage

Ferien

Abschlussprüfungen

cleverlag®

Original-Prüfungen Mathematik Mittelschule M10 Bayern 2021

erstellt

für Schülerinnen und Schüler der Mittelschule Bayern.

www.lern-verlag.de

Vorwort

Liebe Schülerinnen, liebe Schüler,
liebe Kolleginnen, liebe Kollegen,

in diesem Prüfungsvorbereitungsbuch **Original-Prüfungen Mathematik Mittelschule M10 Bayern 2021** sind die letzten acht zentral gestellten Original-Prüfungen der Jahre 2013 bis 2020 enthalten. Dazu gibt es schülergerechte, lehrplankonforme und ausführliche Lösungen, die für den Schüler leicht verständlich und nachvollziehbar erstellt worden sind.

Hinweise

Die Abschlussprüfung 2021 findet nach Vorgaben des *Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus* am **24.06.2021** statt und dauert **150 Minuten**. (Stand 01.09.2020 - Angaben ohne Gewähr)
Als **Hilfsmittel** ist ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner und eine Formelsammlung erlaubt.

Neues

Sie finden auf dem Cover des Buches einen QR-Code, den Sie mit ihrem Smartphone scannen können. Sie gelangen in den **eingerichteten Downloadbereich**, in welchem Sie kostenlos Übungsaufgaben herunterladen können. Der kostenlose Downloadbereich ist auch direkt über unsere Internetseite auffindbar. Besuchen Sie uns!

Tipps

Fangen Sie rechtzeitig an, sich auf die Abschlussprüfung vorzubereiten und arbeiten Sie kontinuierlich alte Prüfungen durch. Wiederholen Sie die einzelnen Prüfungen mehrmals, um die notwendige Sicherheit zu erlangen. Zur Lernkontrolle können Sie den Prüfungsplaner im Innenteil dieses Prüfungsvorbereitungsbuch verwenden.
Üben Sie also, so oft Sie können.

Notenschlüssel

Der Notenschlüssel wird vom *Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus* festgelegt. In der folgenden Tabelle finden Sie den Notenschlüssel.

Jahrgang 2013 - 2020

Note 1:	45 – 38	Punkte
Note 2:	37,5 – 31	Punkte
Note 3:	30,5 – 23	Punkte
Note 4:	22,5 – 15	Punkte
Note 5:	14,5 – 7	Punkte
Note 6:	6,5 – 0	Punkte

Impressum

lern.de Bildungsgesellschaft mbH
Geschäftsführer: Sascha Jankovic
Fürstenrieder Str. 52
80686 München
Amtsgericht München: HRB 205623
E-Mail: kontakt@lern-verlag.de – https://www.lern-verlag.de
lernverlag, lern.de und cleverlag sind eingetragene Marken von Sascha Jankovic, Inhaber und Verleger.
Druck: Deutschland
Lösungen:
Sascha Jankovic, Simon Rümmler und das Team aus Pädagogen der lern.de Bildungsgesellschaft mbH

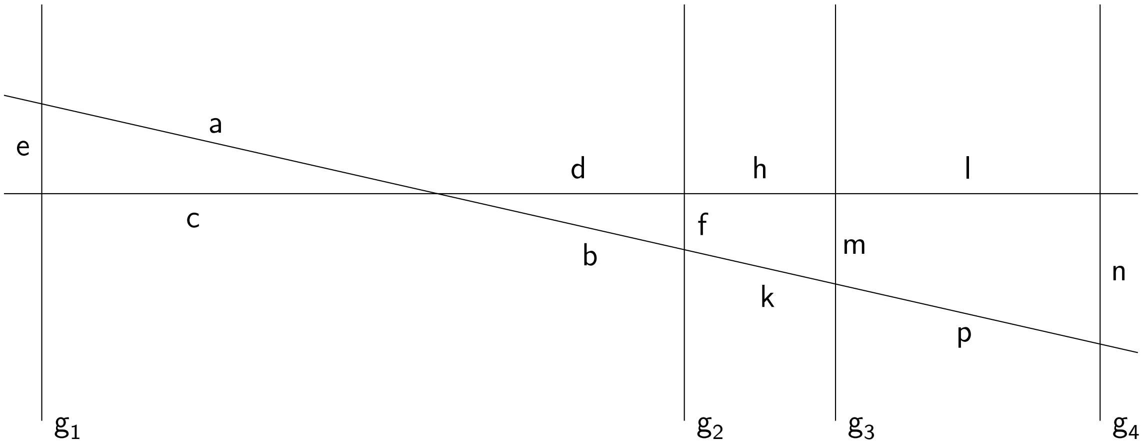
Wir danken dem *Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus* für die freundliche Genehmigung, die Original-Prüfungen abdrucken zu dürfen. Die Lösungsvorschläge liegen nicht in der Verantwortung des Ministeriums.

6. ergänzte Auflage ©2020 **1. Druck**
ISBN-Nummer: 978-3-7430-0065-0
Artikelnummer:
EAN 9783743000650

1. Die Gerade g_1 verläuft durch die Punkte $A\,(1{,}5\,|\,3)$ und $B\,(-2\,|\,10)$.
   a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_1.
   b) Die Gerade g_2 schneidet die Gerade g_1 senkrecht im Punkt A.
   Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g_2 rechnerisch.
   Hinweis: Rechnen Sie mit $g_1: y = -2x + 6$.
   c) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes N der Geraden g_1 mit der x-Achse.
   d) Die Gerade g_3 mit der Funktionsgleichung $3 = -x - y$ schneidet die Gerade g_1 im Punkt Q.
   Berechnen Sie die Koordinaten von Q.
   e) Zeichnen Sie die Geraden g_1, g_2 und g_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
   f) Berechnen Sie den spitzen Winkel γ, in dem g_1 die x-Achse schneidet.

(7 Pkt.)

2. Von den unten stehenden sechs Gleichungen geben drei die Streckenverhältnisse richtig wieder.
Es gilt: $g_1 || g_2 || g_3 || g_4$.
Schreiben Sie die Nummern nur dieser drei Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt.



Gleichungen zur abgebildeten Figur:	
(1) $\frac{c}{d} = \frac{e}{m}$	(4) $\frac{e}{c} = \frac{n}{d+h+l}$
(2) $\frac{d}{f} = \frac{d+h}{m}$	(5) $\frac{a}{b+k+p} = \frac{c}{d+h+l}$
(3) $\frac{a}{b+k} = \frac{c}{h+l}$	(6) $\frac{n}{l} = \frac{f}{d}$

(3 Pkt.)

Fortsetzung nächste Seite

3. Eine Mischung aus 29,4 kg Roggen- und 12,6 kg Weizenmehl kostet den Kunden 43,89 Euro. Für je ein Kilogramm Roggen- und ein Kilogramm Weizenmehl zahlt er zusammen 1,75 Euro.

   Berechnen Sie jeweils den Preis für ein Kilogramm Roggen- und für ein Kilogramm Weizenmehl.

   (4 Pkt.)

4. Eine nach unten geöffnete Normalparabel p_1 hat den Scheitelpunkt $S_1\,(2\,|\,1)$.

   a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.

   b) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2 von p_1 mit der x-Achse.
   Hinweis: Rechnen Sie mit $p_1\colon y = -x^2 + 4x - 3$.

   c) Eine weitere, nach oben geöffnete Normalparabel p_2 wird durch die Punkte $A\,(0\,|\,-3)$ und $B\,(4\,|\,5)$ bestimmt.
   Ermitteln Sie rechnerisch die Normalform der Funktionsgleichung p_2.

   d) Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S_2 der Parabel p_2.
   Hinweis: Rechnen Sie mit $p_2\colon y = x^2 - 2x - 3$.

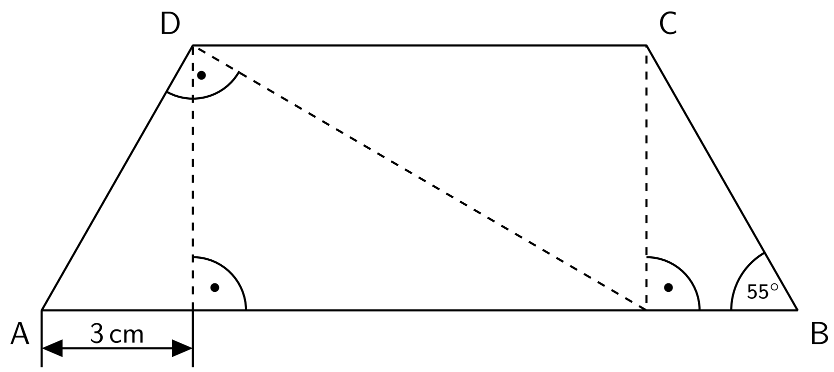
   e) Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte Q_1 und Q_2 von p_1 mit p_2.

   f) Zeichnen Sie die Graphen von p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

   (8 Pkt.)

5. Berechnen Sie den Flächeninhalt des gleichschenkligen Trapezes ABCD (siehe Skizze).

Skizze nicht maßstabsgetreu



(3 Pkt.)

6. Ersetzen Sie die Platzhalter so, dass sich Gleichungen ergeben. Schreiben Sie die vollständigen Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt.

   a) $(\boxed{\ ?\ } + 18b)^2 = \frac{4}{9}a^2 + \boxed{\ ?\ } + \boxed{\ ?\ }$

   b) $(\boxed{\ ?\ } + \boxed{\ ?\ }) \cdot (\boxed{\ ?\ } - \boxed{\ ?\ }) = \frac{1}{4}(x^2 - 16y^2)$

   (2 Pkt.)

Fortsetzung nächste Seite

4. Die beiden Punkte A $(-7\,|\,7)$ und B $(-2\,|\,2)$ liegen auf der nach oben geöffneten Normalparabel p_1.
   a) Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.
   b) Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S_1 von p_1.
   Hinweis: Rechnen Sie mit $p_1: y = x^2 + 8x + 14$.
   c) Eine nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2(-4\,|\,6)$. Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.
   d) Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte Q_1 und Q_2 von p_1 mit p_2.
   Hinweis: Rechnen Sie mit $p_2: y = -x^2 - 8x - 10$.
   e) Zeichnen Sie die Graphen der beiden Parabeln in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

(7 Pkt.)

5. Geben Sie den Definitionsbereich der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{6}{x+1} - 2 = \frac{17-x}{x-1}$$

(4 Pkt.)

6. Herr Badenberg kaufte einen Neuwagen zum Preis von 27 500 €.
   a) Nach 3 Jahren verkaufte er den Wagen wieder für 13 750 €. Berechnen Sie den durchschnittlichen jährlichen Wertverlust in Prozent.
   b) Der neue Besitzer verkaufte das Auto nach weiteren vier Jahren. Berechnen Sie den zu erwartenden Preis, wenn man von einem durchschnittlichen jährlichen Wertverlust von nun 11 % ausgeht.
   c) Tatsächlich erhielt er für das Auto 8 700 €. Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren das Auto nur noch 5 000 € wert wäre, wenn der durchschnittliche jährliche Wertverlust ab diesem Zeitpunkt 10,5 % beträgt.

(5 Pkt.)

7. Zwei unterschiedlich große Kugeln aus Aluminium haben ein Gesamtgewicht von 1,6 Kilogramm. Der Durchmesser der kleineren Kugel beträgt 5 cm. 1 cm^3 Aluminium wiegt 2,71 g.

   Berechnen Sie den Durchmesser der größeren Kugel. (4 Pkt.)

Fortsetzung nächste Seite

1. a) Über die beiden Punkte kann zunächst die Steigung der Geraden bestimmt werden:
Gegeben: $A(2\,|\,1)$; $B(4\,|\,0{,}5)$

$$m_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0{,}5 - 1}{4 - 2} = \frac{-0{,}5}{2} = -0{,}25$$

Durch Einsetzen der Steigung und der Koordinaten des Punktes A in die Normalform $y = mx + t$ kann t bestimmt werden:

$$\begin{aligned} & 1 = -0{,}25 \cdot 2 + t_1 && \mid +0{,}5 \\ \Longleftrightarrow \quad & t_1 = 1{,}5 \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet somit $g_1\colon\ y = -0{,}25x + 1{,}5$.

b) Wenn die Gerade g_2 senkrecht zu g_1 steht, so ist die Steigung von g_2 das negativ Inverse von der Steigung der Geraden g_1:

$$\begin{aligned} m_1 \cdot m_2 &= -1 \\ -0{,}25 \cdot m_2 &= -1 \quad \mid : (-0{,}25) \\ m_2 &= \frac{-1}{-0{,}25} = 4 \end{aligned}$$

Wieder wird die Steigung und die Koordinaten des Punktes C in die Normalform eingesetzt um t zu ermitteln:

Gegeben: $C(-1{,}5\,|\,4)$

$$\begin{aligned} & 4 = 4 \cdot (-1{,}5) + t_2 && \mid +6 \\ \Longleftrightarrow \quad & t_2 = 10 \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet $g_2\colon\ y = 4x + 10$.

c) Um den Schnittpunkt zu bestimmen werden die beiden Funktionsgleichungen gleichgesetzt:

$$\begin{aligned} & -0{,}25x + 1{,}5 = 4x + 10 && \mid +0{,}25x \\ \Longleftrightarrow \quad & 1{,}5 = 4{,}25x + 10 && \mid -10 \\ \Longleftrightarrow \quad & -8{,}5 = 4{,}25x && \mid : 4{,}25 \\ \Longleftrightarrow \quad & x = -2 \end{aligned}$$

Durch Einsetzen dieses x-Wertes in die Funktionsgleichung von g_1 lässt sich der y-Wert bestimmen:

$$y = -0{,}25 \cdot (-2) + 1{,}5 = 2$$

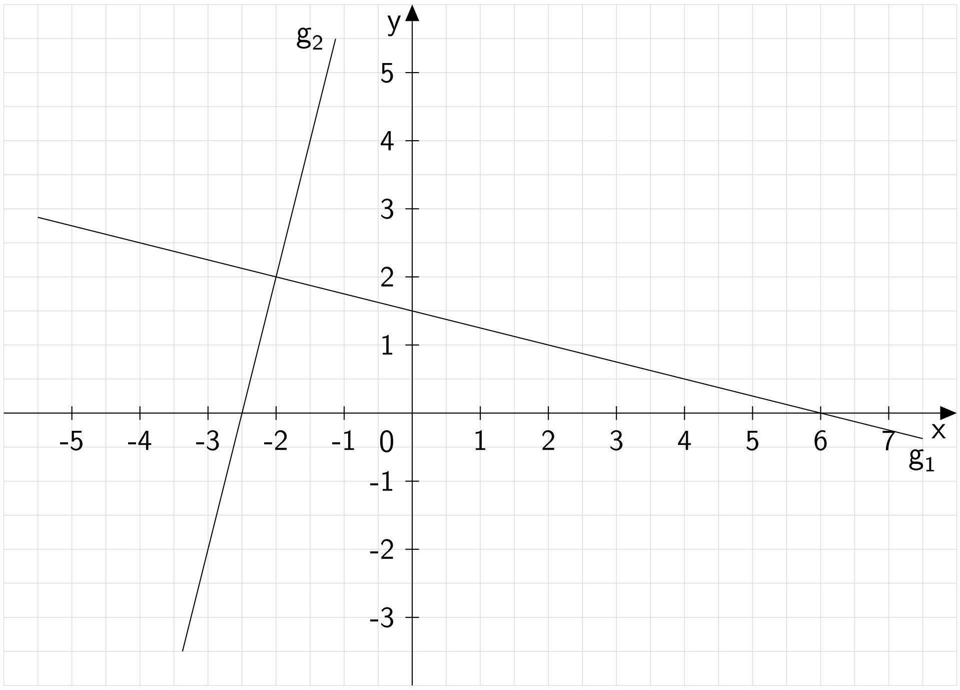
Die Koordinaten des Schnittpunktes lauten $Q(-2\,|\,2)$.

d) Der Schnittpunkt mit der x-Achse entspricht der Nullstelle. Die Funktionsgleichung wird gleich null gesetzt:

$$\begin{aligned} & 0 = 4x + 10 && \mid -10 \\ \Longleftrightarrow \quad & -10 = 4x && \mid : 4 \\ \Longleftrightarrow \quad & x = -2{,}5 \end{aligned}$$

Die Koordinaten lauten $N(-2{,}5\,|\,0)$.

e) Für beide Geraden sind mehrere Punkte bekannt, sodass die grafische Darstellung erfolgen kann:
(**Hinweis:** Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu, da die Zeichnung für den Buchdruck skaliert wurde.)

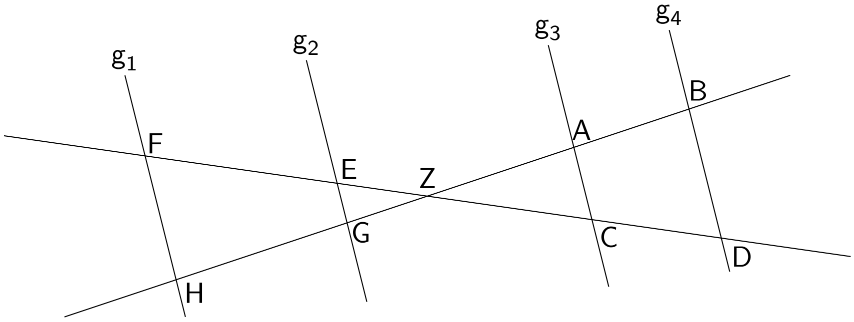


2. In Gleichung (1) würden die Längen $\overline{AZ}$ und $\overline{BZ}$ unverändert bleiben, wenn man die Gerade g_2 nach links verschieben würde. Da sich dadurch aber die Länge $\overline{EG}$ ändern würde, kann die Gleichung nicht stimmen, da die Strecken nicht in direktem Zusammenhang stehen.

Betrachtet man die Aussage (5), so werden auf der rechten Seite die beiden Strecken $\overline{EG}$ und $\overline{FH}$ ins Verhältnis gesetzt. Um die Gleichung zu erfüllen, müssten auf der linken Seite die beiden Strecken ins Verhältnis gesetzt werden, die jeweils vom Zentrum bis zum Punkt E und vom Zentrum bis zum Punkt F reichen. Da $\overline{EF}$ aber nur eine Teilstrecke ist, ist dies nicht erfüllt und Aussage (5) ist falsch.

Eine der parallelen Geraden könnte nach links oder rechts verschoben werden, ohne dass die Parallelität verloren geht. Entsprechend sind die Strecken $\overline{FH}$, $\overline{EG}$, $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ auch in ihrer Länge variabel, weshalb es falsch ist, sie untereinander ins Verhältnis zu setzen. Aussage (6) ist somit auch falsch.

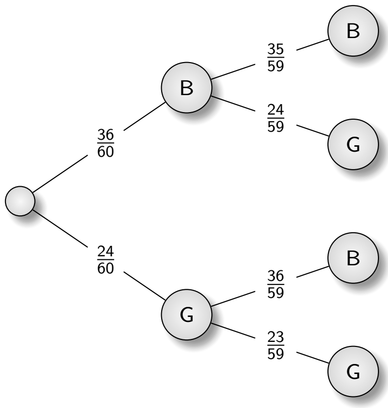
Damit sind die Aussagen (2), (3) und (4) korrekt.
Zur Veranschaulichung nochmals die Angabe:



(1) $\overline{AZ} : \overline{EG} = \overline{BZ} : \overline{FH}$ (2) $\overline{EZ} : \overline{FZ} = \overline{GZ} : \overline{HZ}$ (3) $\overline{FZ} : \overline{DZ} = \overline{HZ} : \overline{BZ}$

(4) $\overline{FH} : \overline{HZ} = \overline{EG} : \overline{GZ}$ (5) $\overline{EZ} : \overline{EF} = \overline{FH} : \overline{EG}$ (6) $\overline{AC} : \overline{BD} = \overline{EG} : \overline{FH}$

3. a) Baumdiagramm:



$P(BB) = \frac{36}{60} \cdot \frac{35}{59} = \frac{1\,260}{3\,540} = \frac{21}{59}$

$P(BG) = \frac{36}{60} \cdot \frac{24}{59} = \frac{864}{3\,540} = \frac{72}{295}$

$P(GB) = \frac{24}{60} \cdot \frac{36}{59} = \frac{864}{3\,540} = \frac{72}{295}$

$P(GG) = \frac{24}{60} \cdot \frac{23}{59} = \frac{552}{3\,540} = \frac{46}{295}$

b) Die möglichen Fälle, die eintreten können um das Ereignis zu erfüllen, sind die Farbfolgen gelb/blau und blau/gelb. Im ersten Zug gibt es 60 Kugeln, wovon 24 gelb sind. Die Wahrscheinlichkeit für eine gelbe Kugel im ersten Zug liegt bei $\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$. Im zweiten Zug verbleiben 59 Kugeln insgesamt, und davon 36 blaue. Die Wahrscheinlichkeit für eine blaue Kugel im zweiten Zug liegt bei $\frac{36}{59}$. Die Wahrscheinlichkeit für die Farbfolge gelb/blau liegt somit bei $\frac{2}{5} \cdot \frac{36}{59} = \frac{72}{295}$. Entsprechend liegt die Wahrscheinlichkeit für eine blaue Kugel im ersten Zug bei $\frac{3}{5}$ und für eine gelbe Kugel im zweiten Zug bei $\frac{24}{59}$. Die Wahrscheinlichkeit für die Farbfolge blau/gelb liegt somit ebenfalls bei $\frac{3}{5} \cdot \frac{24}{59} = \frac{72}{295}$. Damit ergibt sich die Wahrscheinlichkeit, dass man nach zweimaligem Ziehen eine gelbe und eine blaue Kugel erhält:

$$p = \frac{72}{295} + \frac{72}{295} = \frac{144}{295} \approx 0{,}49$$

4. a) Durch Einsetzen der Punkte in die Normalform $y = x^2 + px + q$ ergeben sich zwei Gleichungen:

$$\begin{array}{rrl} \text{(I)} & 7 = (-7)^2 - 7p + q & \\ \text{(II)} & 2 = (-2)^2 - 2p + q & \\ \text{(I)} - \text{(II)} & 5 = 45 - 5p & \mid -45 \\ \Longleftrightarrow & -40 = -5p & \mid : (-5) \\ \Longleftrightarrow & p = 8 & \end{array}$$

Dieser Wert kann nun in die ursprüngliche Gleichung (I) eingesetzt werden:

$$\begin{array}{rrl} & 7 = 49 - 7 \cdot 8 + q & \mid +7 \\ \Longleftrightarrow & q = 14 & \end{array}$$

Die Funktionsgleichung lautet somit $p_1 : y = x^2 + 8x + 14$.

b) Um die Koordinaten des Scheitelpunktes zu ermitteln, wird die gegebene Gleichung entweder mittels quadratischer Ergänzung in Scheitelpunktform gebracht, oder die Formel für die Scheitelpunktkoordinaten verwendet.

quadratische Ergänzung:

$$\begin{aligned} & y = x^2 + 8x + 14 \\ \Longleftrightarrow\quad & y = (x^2 + 2 \cdot 4x + 4^2 - 4^2) + 14 \\ \Longleftrightarrow\quad & y = ((x+4)^2 - 16) + 14 \\ \Longleftrightarrow\quad & y = (x+4)^2 - 2 \end{aligned}$$

Alternativ durch Formel:

$a = 1$; $b = 8$; $c = 14$

$$\begin{aligned} & \mathbf{S}\left(-\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{2a}} \,\middle|\, \mathbf{c} - \frac{\mathbf{b^2}}{\mathbf{4a}}\right) \\ \Longleftrightarrow\quad & S\left(-\frac{8}{2\cdot 1} \,\middle|\, 14 - \frac{8^2}{4\cdot 1}\right) \\ \Longleftrightarrow\quad & S(-4\,|-2) \\ \Longleftrightarrow\quad & y = (x+4)^2 - 2 \end{aligned}$$

Die Koordinaten des Scheitelpunktes lauten somit $S_1(-4\,|-2)$.

c) Aus den Koordinaten des Scheitelpunktes $S_2\left(\overset{x_s}{-4}\,\middle|\,\overset{y_s}{6}\right)$ lässt sich direkt die Scheitelpunktform aufstellen. Da die Funktion nach unten geöffnet ist, hat sie ein negatives Vorzeichen. Diese lässt sich in die Normalform umformen:

$$\begin{aligned} & y = -(x - x_s)^2 + y_s \\ & y = -(x+4)^2 + 6 \\ \Longleftrightarrow\quad & y = -(x^2 + 8x + 16) + 6 \\ \Longleftrightarrow\quad & y = -x^2 - 8x - 10 \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet $p_2\colon y = -x^2 - 8x - 10$.

d) Um die Schnittpunkte zu bestimmen, werden beide Funktionen gleichgesetzt:

$$\begin{aligned} & x^2 + 8x + 14 = -x^2 - 8x - 10 && |-(-x^2 - 8x - 10) \\ \Longleftrightarrow\quad & 2x^2 + 16x + 24 = 0 && |:2 \\ \Longleftrightarrow\quad & x^2 + 8x + 12 = 0 \end{aligned}$$

Nun können die Lösungen entweder durch die Lösungsformel, alternativ durch die p-q–Formel bestimmt werden.

Lösungsformel:

$a = 1$; $b = 8$; $c = 12$

$$\begin{aligned} x_{1;2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}}{2a} \\ &= \frac{-8 \pm \sqrt{(8)^2 - 4\cdot 1\cdot (12)}}{2\cdot 1} \\ x_1 &= -2 \text{ und } \quad x_2 = -6 \end{aligned}$$

p-q–Formel:

$p = 8$; $q = 12$

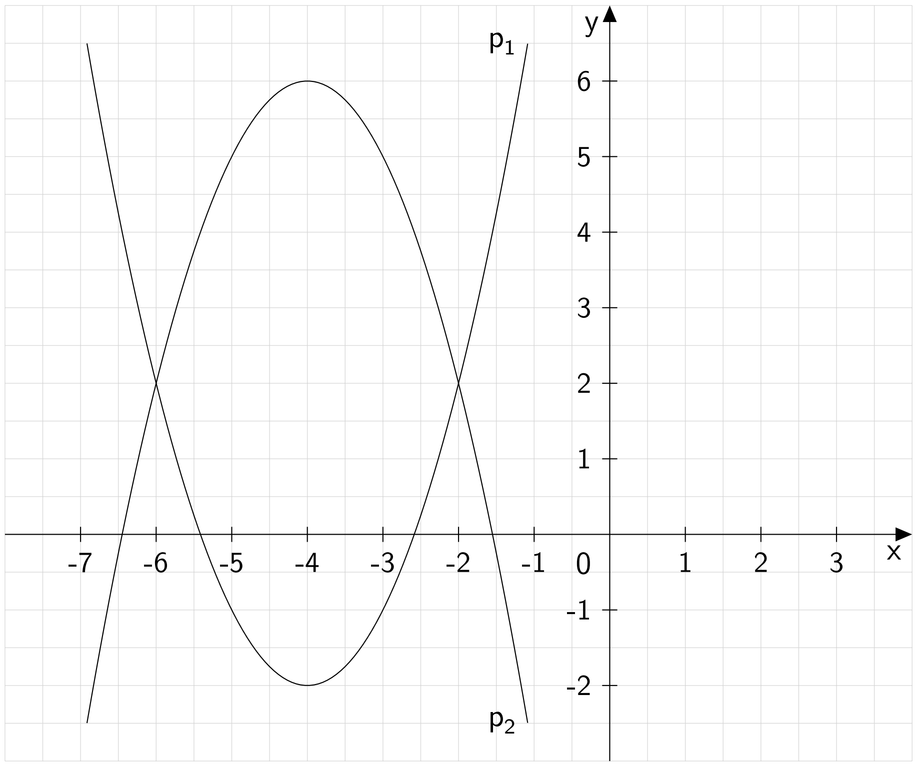
$$\begin{aligned} x_{1;2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ &= -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 12} \\ &= -4 \pm \sqrt{4} \\ x_1 &= -6 \text{ und } \quad x_2 = -2 \end{aligned}$$

Durch Einsetzen dieser Werte in die Funktionsgleichung der Parabel p_1 können die zugehörigen Funktionswerte ermittelt werden.

$$\begin{aligned} x_1 = -6 \quad &\Longleftrightarrow\quad y_1 = (-6)^2 + 8\cdot(-6) + 14 = 2 \\ x_2 = -2 \quad &\Longleftrightarrow\quad y_2 = (-2)^2 + 8\cdot(-2) + 14 = 2 \end{aligned}$$

Die Koordinaten der Schnittpunkte lauten somit $Q_1(-6\,|\,2)$ und $Q_2(-2\,|\,2)$.

e) Für beide Parabeln sind mehrere Punkte bekannt, sodass die grafische Darstellung erfolgen kann:
(**Hinweis:** Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu, da die Zeichnung für den Buchdruck skaliert wurde.)



5. Es müssen alle Fälle ausgeschlossen werden, bei denen der Nenner null wird:

$$x+1=0 \iff x=-1$$
$$x-1=0 \iff x=1$$

Der Definitionsbereich lautet somit

$$\mathbb{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$$

Zunächst muss die Gleichung auf den Hauptnenner gebracht werden:

$$\frac{6}{x+1}-2=\frac{17-x}{x-1}$$
$$\iff \quad \frac{6(x-1)}{(x+1)(x-1)}-\frac{2(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}=\frac{(17-x)(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

Nachdem die Gleichung mit dem Hauptnenner multipliziert wurde, kann sie weiter umgeformt werden:

$$\begin{aligned} & 6(x-1)-2(x+1)(x-1)=(17-x)(x+1) \\ \iff \quad & 6x-6-2x^2+2=17x+17-x^2-x \\ \iff \quad & -2x^2+6x-4=-x^2+16x+17 \quad |-(-x^2+16x+17) \\ \iff \quad & -x^2-10x-21=0 \quad |:(-1) \\ \iff \quad & x^2+10x+21=0 \end{aligned}$$

4. Die Halbwertzeit des radioaktiven Elements Astat-210 beträgt 8 Stunden.

a) Berechnen Sie die Masse an Astat-210, die nach zwei Tagen von ursprünglich 5 Kilogramm noch vorhanden ist.

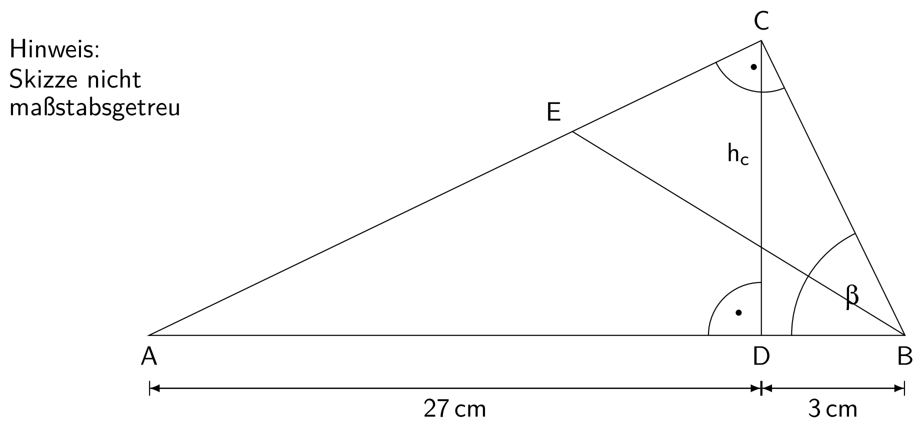
b) Nach 40 Stunden sind von einer bestimmten Menge Astat-210 noch 16,25 Gramm übrig. Berechnen Sie die Ausgangsmenge.

c) Bei einem weiteren radioaktiven elementaren Stoff sind nach 53 Jahren von einer Masse von 5120 Gramm noch 5 Gramm vorhanden.
Berechnen Sie die Halbwertszeit und benennen Sie das Element mit Hilfe der angegebenen Tabelle.

Element	**Halbwertszeit**
Radium-226	1602 Jahre
Caesium-137	30,2 Jahre
Cobalt-60	5,3 Jahre
Phosphor-32	14,3 Tage
Radon-222	3,8 Tage

(4 Pkt.)

5. Im rechtwinkligen Dreieck ABC ist [BE] die Winkelhalbierende des Winkels β. Die Längen der Strecken [AD] und [BD] sind bekannt (siehe Skizze).



a) Berechnen Sie die Höhe h_c.

b) Ermitteln Sie rechnerisch die Größe des Winkels β.
Hinweis: Rechnen Sie mit $h_c = 9$ cm.

c) Berechnen Sie die Länge der Strecke [BE].

d) Das Dreieck ABC wird mit dem Faktor $k = 3$ zentrisch gestreckt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des gestreckten Dreiecks.

(5 Pkt.)

6. Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{2(x+2)}{x} = 2 - \frac{2-x}{x-2}$$

(4 Pkt.)

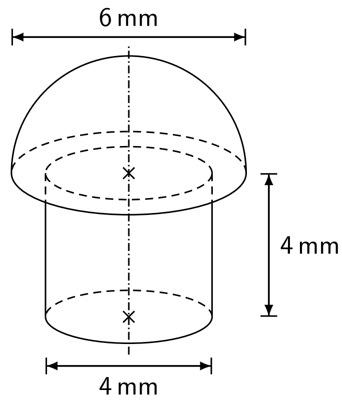
Fortsetzung nächste Seite

7. Eine Niete besteht vereinfacht betrachtet aus einem halbkugelförmigen Kopf und einem weiteren Teilkörper.

In einer Packung befinden sich 1000 massive Nieten aus Aluminium.

Berechnen Sie die Masse der 1000 Nieten in Gramm, wenn 1 cm^3 Aluminium 2,71 g wiegt (Maße siehe Skizze).

Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu



(3 Pkt.)

8. Die nach oben geöffnete Normalparabel p_1 hat den Scheitelpunkt $S_1\,(4\,|-3)$.

a) Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Parabel p_1 in der Normalform.

b) Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten des Scheitelpunkts S_2 der Parabel $p_2\colon y = -x^2 + 8x - 15$ und geben Sie S_2 an.

c) Zeichnen Sie die beiden Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

d) Der Punkt $D\,(-7\,|\,y_D)$ liegt auf der Parabel p_2. Berechnen Sie die fehlende y-Koordinate des Punktes D.

e) Die Parabel $p_3\colon y = x^2 - 6x + 5$ schneidet die Parabel p_2 in den Punkten P und Q. Geben Sie die Punkte P und Q an, indem Sie deren Koordinaten berechnen.

f) Die Punkte $A\,(1\,|\,3)$ und $B\,(-7\,|\,19)$ liegen auf der nach oben geöffneten Normalparabel p_4. Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_4 in der Normalform.

(8 Pkt.)

9. Folgende Gleichungen sind Anwendungen von Binomischen Formeln.

Ersetzen Sie jeweils den Platzhalter $\square$ durch die entsprechenden Terme und schreiben Sie die vollständigen Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt.

a) $16x^2 - \square + \square = (\square - y)^2$

b) $0{,}25z^2 + 8z + \square = (\square + \square)^2$

(3 Pkt.)

10. Der Umfang eines Rechtecks mit den Seiten a und b beträgt 100 cm. Verkürzt man a um 5 cm und verlängert b um 6 cm, so verkleinert sich der Flächeninhalt um 60 cm^2. Berechnen Sie die Längen der Seiten a und b. (4 Pkt.)

b) Verstrichen ist eine Zeit von 40 Stunden, was $n = 40 : 8 = 5$ mal der Halbwertszeit entspricht. Gegeben ist außerdem $K_5 = 16{,}25\,g$, während die Startmasse K_0 gesucht ist:

$$
\begin{aligned}
& & 16{,}25\,g &= K_0 \cdot 0{,}5^5 & &\mid : 0{,}5^5\\
&\Longleftrightarrow & K_0 &= \frac{16{,}25\,g}{0{,}5^5} & &\\
&\Longleftrightarrow & K_0 &= 520\,g & &
\end{aligned}
$$

Die Ausgangsmenge beträgt 520 g.

c) Mit Hilfe der Formel kann zunächst bestimmt werden, wie oft die Halbwertszeit durchlaufen wurde:

$$
\begin{aligned}
& & 5 &= 5\,120 \cdot 0{,}5^n & &\mid : 5\,120\\
&\Longleftrightarrow & \frac{5}{5\,120} &= 0{,}5^n & &\mid \log_{0{,}5}(\;)\\
&\Longleftrightarrow & n &= \log_{0{,}5}\left(\frac{1}{1\,024}\right) & &\\
&\Longleftrightarrow & n &\approx 10 & &
\end{aligned}
$$

Die Zeit von 53 Jahren entspricht also zehnmal der Halbwertszeit des Stoffes. Diese beträgt also $53 : 10 = 5{,}3$. Es handelt sich gemäß der Tabelle also um Cobalt-60.

5. a) Gemäß dem Höhensatz kann die Höhe des Dreiecks bestimmt werden:

$$
\begin{aligned}
& & h_c^2 &= \overline{AD} \cdot \overline{DB} & &\\
&\Longleftrightarrow & h_c^2 &= 27\,cm \cdot 3\,cm & &\\
&\Longleftrightarrow & h_c^2 &= 81\,cm^2 & &\mid \sqrt{\;}\\
&\Longleftrightarrow & h_c &= 9\,cm & &
\end{aligned}
$$

b) Im Dreieck DBC gilt für den Winkel:

$$\tan\beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h_c}{\overline{DB}} = \frac{9\,cm}{3\,cm} = 3 \qquad \mid \tan^{-1}(\;)$$

Damit ergibt sich der Winkel zu $\beta = 71{,}6°$.

c) Im Dreieck DBC kann zunächst mit Hilfe des Satz des Pythagoras die Länge der Seite $\overline{BC}$ bestimmt werden (in cm):

$$
\begin{aligned}
& & \overline{BC}^2 &= \overline{BD}^2 + h_c^2 & &\mid \sqrt{\;}\\
&\Longleftrightarrow & \overline{BC} &= \sqrt{3^2 + 9^2} & &\\
&\Longleftrightarrow & \overline{BC} &\approx 9{,}5 & &
\end{aligned}
$$

Da die Strecke zwischen B und E Winkelhalbierende des Winkels β ist, ist der Winkel $\sphericalangle EBC$ ebenfalls bekannt und hat eine Größe von $\sphericalangle EBC = 71{,}6° : 2 = 35{,}8°$.
Im Dreieck EBC gilt dann:

$$\cos 35{,}8° = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$
\begin{aligned}
\iff && \cos 35{,}8^\circ &= \frac{\overline{BC}}{\overline{BE}} && \mid \cdot \overline{BE} \\
\iff && \overline{BE} \cdot \cos 35{,}8^\circ &= 9{,}5\,\text{cm} && \mid : \cos 35{,}8^\circ \\
\iff && \overline{BE} &= \frac{9{,}5\,\text{cm}}{\cos 35{,}8^\circ} \\
\iff && \overline{BE} &\approx 11{,}7\,\text{cm}
\end{aligned}
$$

d) Zunächst wird der Flächeninhalt des ungestreckten Dreiecks bestimmt:

$$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (\overline{AD} + \overline{DB}) \cdot h_c = \frac{1}{2} \cdot 30\,\text{cm} \cdot 9\,\text{cm} = 135\,\text{cm}^2$$

Der Streckungsfaktor geht quadratisch in die Flächenberechnung ein, für den Flächeninhalte des gestreckten Dreiecks gilt also:

$$A' = k^2 \cdot A = 3^2 \cdot 135\,\text{cm}^2 = 1\,215\,\text{cm}^2$$

6. Die Einschränkungen der Definitionsmenge entstehen, da der Nenner nie null werden darf. Folgende Fälle müssen also ausgeschlossen werden:

$$
\begin{aligned}
x - 2 = 0 \quad \iff \quad & x = 2 \\
& x = 0
\end{aligned}
$$

Die Definitionsmenge lautet somit

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$$

Um die Gleichung zu lösen, wird sie zunächst auf den Hauptnenner gebracht:

$$\frac{2 \cdot (x+2)}{x} = 2 - \frac{2-x}{x-2}$$

Der Hauptnenner lautet in diesem Fall $x(x-2)$. Die Gleichung ergibt sich zu:

$$\frac{2 \cdot (x+2) \cdot (x-2)}{x \cdot (x-2)} = \frac{2x \cdot (x-2)}{x \cdot (x-2)} - \frac{x \cdot (2-x)}{x \cdot (x-2)}$$

Nachdem die Gleichung mit dem Hauptnenner multipliziert wurde, kann sie zunächst ausmultipliziert und zusammengefasst werden:

$$
\begin{aligned}
&& 2 \cdot (x+2) \cdot (x-2) &= 2x \cdot (x-2) - x \cdot (2-x) \\
\iff && 2 \cdot (x^2 - 4) &= 2x^2 - 4x - 2x + x^2 \\
\iff && 2x^2 - 8 &= 3x^2 - 6x
\end{aligned}
$$

Nun kann sie umgeformt und schließlich mit der Lösungsformel, alternativ mit der p-q–Formel gelöst werden:

$$
\begin{aligned}
&& 2x^2 - 8 &= 3x^2 - 6x && \mid -(3x^2 - 6x) \\
\iff && -x^2 + 6x - 8 &= 0 && \mid \cdot (-1) \\
\iff && x^2 - 6x + 8 &= 0
\end{aligned}
$$

Lösungsformel:
$a = 1;\ b = -6;\ c = 8$

$$\begin{aligned} x_{1;2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (8)}}{2 \cdot 1} \\ x_1 &= 2 \text{ und } \quad x_2 = 4 \end{aligned}$$

p-q–Formel:
$p = -6;\ q = 8$

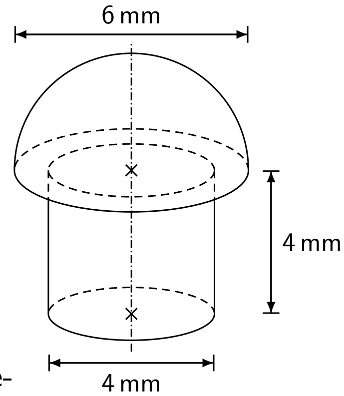
$$\begin{aligned} x_{1;2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ &= -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - 8} \\ &= 3 \pm \sqrt{1} \\ x_1 &= 2 \text{ und } \quad x_2 = 4 \end{aligned}$$

Da $x = 2$ jedoch nicht im Definitionsbereich liegt, lautet die Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{4\}$

7. Zunächst wird das Volumen einer Niete bestimmt, das sich aus der Summe des Volumens V_H der Halbkugel und des Volumens V_Z des Zylinders ergibt.
Es gilt:

$$\begin{aligned} V_H &= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{2}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (3\,\text{mm})^3 = 56{,}52\,\text{mm}^3 \\ V_Z &= A_G \cdot h = 3{,}14 \cdot (2\,\text{mm})^2 \cdot 4\,\text{mm} = 50{,}24\,\text{mm}^3 \end{aligned}$$

Skizze:



Damit ergibt sich für das Gesamtvolumen aller 1 000 Nieten:

$$\begin{aligned} V &= 1\,000 \cdot (V_H + V_Z) = 1\,000 \cdot (56{,}52\,\text{mm}^3 + 50{,}24\,\text{mm}^3) \\ &= 106\,760\,\text{mm}^3 = 106{,}76\,\text{cm}^3 \end{aligned}$$

Über das Volumen der Niete kann daraus die Masse der Nieten bestimmt werden:

$$m = V \cdot \rho = 106{,}76\,\text{cm}^3 \cdot 2{,}71\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \approx 289{,}3\,\text{g}$$

8.
a) Aus den Koordinaten des Scheitelpunktes $S_1\left(\begin{array}{c|c} \scriptstyle x_s & \scriptstyle y_s \\ 4 & -3 \end{array}\right)$ kann direkt die Scheitelpunktform aufgestellt werden. Die Scheitelpunktform kann dann in die Normalform umgewandelt werden:

$$\begin{aligned} & y = (x - x_s)^2 - y_s \\ & y = (x - 4)^2 - 3 \\ \iff \quad & y = (x^2 - 8x + 16) - 3 \\ \iff \quad & y = x^2 - 8x + 13 \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet $p_1: y = x^2 - 8x + 13$.

b) Um die Koordinaten des Scheitelpunktes zu ermitteln, wird die gegebene Gleichung entweder mittels quadratischer Ergänzung in Scheitelpunktform gebracht, oder die Formel für die Scheitelpunktkoordinaten verwendet.

8. Am 31. Dezember 2007 hatte eine bayerische Stadt 133 539 Einwohner.
Am letzten Tag des Jahres 2016 waren es nur noch 124 698 Einwohner.

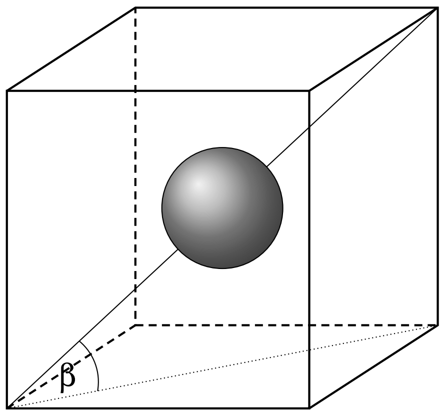
a) Berechnen Sie den durchschnittlichen jährlichen Bevölkerugsrückgang in Bezug auf das jeweilige Vorjahr in Prozent.

b) Ab dem 1. Januar 2007 möchte die Stadt einen durchschnittlichen jährlichen Bevölkerungszuwachs von 0,6 % in Bezug auf das jeweilige Vorjahr erreichen.
Ermitteln Sie rechnerisch, in wie vielen Jahren die Einwohnerzahl auf 150 000 anwachsen würde.

c) Am 31. Dezember 2007 hatte ein Nachbarort 2205 Einwohner.
Dort stieg die Einwohnerzahl in den folgenden fünf Jahren um 0,7 % im Vergleich zum jeweiligen Vorjahr. In den darauf folgenden vier Jahren erhöhte sie sich um jeweils 1,4 % im Vergleich zum jeweiligen Vorjahr.
Bestimmen Sie rechnerisch die Einwohnerzahl des Nachbarortes am Ende des Jahres 2016.

(5 Pkt.)

9. In einem Würfel wird eine Kugel von zwei gespannten Schnüren gehalten, die jeweils eine Würfelecke mit der Kugeloberfläche verbinden (siehe Skizze).



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

Die jeweils 3,0 cm langen Schnüre verlaufen entlang der Raumdiagonalen, auf der sich auch der Mittelpunkt der Kugel befindet.
Die Kugel hat ein Volumen von 33,5 cm^3. Der Winkel β beträgt gerundet 35,27 °.

Berechnen Sie das Volumen des Würfels. (4 Pkt.)

Fortsetzung nächste Seite

8. a) Es handelt sich hier um eine Exponentialfunktion, welche man nach der Wachstumsrate q auflöst wird, um den jährlichen Rückgang p zu erhalten:
Gegeben: $K_0 = 133\,539$; $K_9 = 133\,539$
Gesucht: q und p

$$\begin{aligned} K_9 &= K_0 \cdot q^9 \\ 124\,689 &= 133\,539 \cdot q^9 \qquad |:133\,539 \\ \Longleftrightarrow \quad q^9 &= \frac{124\,689}{133\,539} \\ \Longleftrightarrow \quad q &= \sqrt[9]{\frac{124\,689}{133\,539}} \approx 0{,}992 = 99{,}2\,\% \\ \Longrightarrow p &= 100\,\% - 99{,}2\,\% = 0{,}8\,\% \end{aligned}$$

Die Einwohnerzahl ging also jährlich um $p = 0{,}8\,\%$ zurück.

b) Um die Anzahl der Jahre n zu erhalten, wird die Exponentialfunktion aufgestellt und nach n aufgelöst.
Gegeben: $K_0 = 124689$, $q = 100{,}6\,\% = 1{,}006$, $K_n = 150\,000$
Gesucht: n

$$\begin{aligned} 150\,000 &= 124\,689 \cdot 1{,}006^n \\ \Longleftrightarrow \quad \frac{150\,000}{124\,689} &= 1{,}006^n \qquad |\log_{1{,}006}() \\ \Longleftrightarrow \quad n &= \log_{1{,}006}\left(\frac{150\,000}{124\,689}\right) \approx 31 \end{aligned}$$

Es dauert also bei einem jährlichen Wachstum von 0,6 % 31 Jahre bis eine Einwohnerzahl von 150 000 erreicht wird.

c) Um die Einwohnerzahl am Ende von 2016 zu bestimmen, multipliziert man den Anfangswert mit dem prozentualen Wachstum pro Jahr:

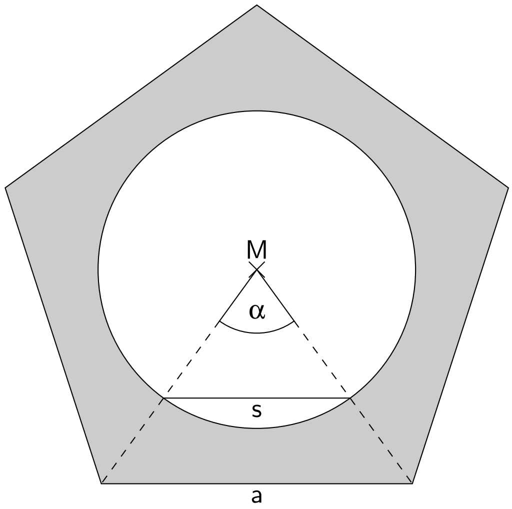
$$2205 \cdot \overbrace{1{,}007^5}^{\text{5 Jahre um 0,7 \%}} \cdot \underbrace{1{,}014^4}_{\text{4 Jahre um 1,4 \%}} \approx 2414$$

Die Einwohnerzahl am Ende des Jahres 2016 beträgt also 2414.

9. Zunächst sollte man die Länge der Raumdiagonalen f bestimmen. Diese setzt sich zusammen aus den zwei Schnüren und zweimal dem Radius r der Kugel: $f = 2 \cdot 3 + 2 \cdot r$. Der Radius r wird berechnet über das Volumen V_K der Kugel (in cm):
Gegeben: $V_K = 33{,}5\,\text{cm}^3$
Gesucht: r

$$\begin{aligned} V_K &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \qquad \left| \cdot \frac{3}{4 \cdot \pi} \right. \\ \Longleftrightarrow \quad r^3 &= \frac{V_K \cdot 3}{\pi \cdot 4} \qquad |\sqrt[3]{\ } \\ \Longleftrightarrow \quad r &= \sqrt[3]{\frac{33{,}5 \cdot 3}{\pi \cdot 4}} \approx 2 \end{aligned}$$

3. Die Einfassung eines Brunnens hat von oben betrachtet die Form eines regelmäßigen Fünfecks (siehe Skizze).
Berechnen Sie den Flächeninhalt der grauen Fläche ($s = 2\,m$; $a = 3\,m$; $a \| s$).



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

(5 Pkt.)

4. Die Gerade g_1 mit der Steigung $m_1 = 2$ verläuft durch den Punkt $A\,(5\,|\,3)$.

a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g_1 rechnerisch.

b) Die Gerade g_2 verläuft durch den Ursprung und schneidet g_1 senkrecht.
Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von g_2.

c) Zeichnen Sie die beiden Geraden g_1 und g_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

d) Berechnen Sie die Größe des spitzen Winkels α, den die Gerade g_1 mit der x-Achse einschließt.

e) Überprüfen Sie, ob die unten stehenden Geraden jeweils parallel zu g_1 sind. Begründen Sie in beiden Fällen Ihre Entscheidung.

$g_3:\ 4x + 2y = 8x + 3$

$g_4:\ -\frac{y}{2} = x + 1$

f) Auf der Geraden g_5 liegen die Punkte $E\,(-2\,|\,4)$ und $F\,(2\,|\,-2)$.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g_5 rechnerisch.

(8 Pkt.)

2019

Fortsetzung nächste Seite

$$
\begin{aligned}
\Longleftrightarrow \quad && 0{,}5x + 0{,}5 &= \frac{4x-4}{4x-8} && |\cdot(4x-8)\\
\Longleftrightarrow \quad && (0{,}5x+0{,}5)\cdot(4x-8) &= 4x-4 && \\
\Longleftrightarrow \quad && 2x^2+2x-4x-4 &= 4x-4 && |-(4x-4)\\
\Longleftrightarrow \quad && 2x^2-6x &= 0 && |:2\\
\Longleftrightarrow \quad && x^2-3x &= 0 &&
\end{aligned}
$$

Lösungsformel:
$a = 1; b = -3; c = 0$

$$
\begin{aligned}
x_{1;2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2a}\\
&= \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2-4\cdot 1\cdot 0}}{2\cdot 1}
\end{aligned}
$$

$x_1 = 0 \quad \text{und} \quad x_2 = 3$

Die Lösungsmenge lautet $\underline{\underline{\mathbb{L} = \{0; 3\}}}$.

p-q-Formel:
$p = -3; q = 0$

$$
\begin{aligned}
x_{1;2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\\
&= -\frac{-3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 - 0}
\end{aligned}
$$

$x_1 = 0 \quad \text{und} \quad x_2 = 3$

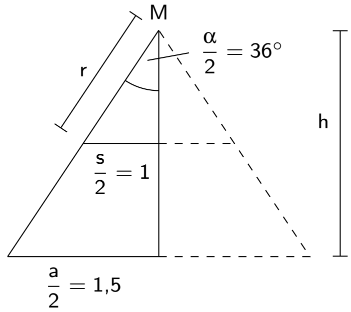
3. Der eingezeichnete Winkel α ist der Öffnungswinkel eines Dreiecks. Da alle Dreiecke zusammen den vollen Winkel von 360° ausfüllen, gilt für den Winkel α:

$$\alpha = 360^\circ : 5 = 72^\circ$$

Für ein solches Dreieck gilt dann (Maße in cm):

$$
\begin{aligned}
&& \tan 36^\circ &= \frac{1{,}5}{h} && |\cdot h \quad |:\tan 36^\circ\\
\Longleftrightarrow && h &= \frac{1{,}5}{\tan 36^\circ} &&\\
\Longleftrightarrow && h &\approx 2{,}1 &&\\
&& \sin 36^\circ &= \frac{1}{r} && |\cdot r \quad |:\sin 36^\circ\\
\Longleftrightarrow && r &= \frac{1}{\sin 36^\circ} &&\\
\Longleftrightarrow && r &\approx 1{,}7 &&
\end{aligned}
$$

Skizze:



Mithilfe der berechneten Höhe des Dreiecks kann der Flächeninhalt des Fünfecks berechnet werden.

$$A_{\text{Fünfeck}} = 5\cdot A_{\text{Dreieck}} = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot a\cdot h\right) = 5\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot 3\,\text{m}\cdot 2{,}1\,\text{m}\right) \approx 15{,}8\,\text{m}^2$$

Aus dem berechneten Radius kann zusätzlich die Fläche des Kreises bestimmt werden:

$$A_{\text{Kreis}} = r^2\cdot\pi = (1{,}7\,\text{m})^2\cdot 3{,}14 \approx 9{,}1\,\text{m}^2$$

Daraus kann der Flächeninhalt A der grauen Fläche berechnet werden:

$$A = A_{\text{Fünfeck}} - A_{\text{Kreis}} = 15{,}8\,\text{m}^2 - 9{,}1\,\text{m}^2 = \underline{\underline{6{,}7\,\text{m}^2}}$$

2019

5. a) Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_1, die durch die Punkte $C\,(6\,|\,2)$ und $D\,(-3\,|\,-1)$ verläuft.

   b) Die Gerade g_3 verläuft durch den Punkt $B\,(11\,|\,-23)$ und steht senkrecht auf der Geraden $g_2: y = x$.

   Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_3.

   c) Geben Sie eine mögliche Funktionsgleichung einer Geraden g_4 an, die parallel zur Geraden $g_2: y = x$ verläuft und nicht auf g_2 liegt.

   d) Der Punkt $A\,(4\,|\,-1)$ liegt auf der Geraden $g_5: y = m_5 x - 4$.

   Bestimmen Sie die Steigung m_5 rechnerisch.

   e) Die Gerade $g_6: y = x - 2{,}5$ und die Gerade g_7 mit der Funktionsgleichung $g_7: 2x = 3{,}5 - y$ schneiden sich im Punkt S.

   Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten des Schnittpunkts S und geben Sie diesen Punkt an.

   f) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts N der Geraden g_7 mit der x-Achse und geben Sie diesen Punkt an.

   g) Zeichnen Sie die Geraden g_5 und g_6 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

(8 Pkt.)

6. Lösen Sie die folgende Gleichung rechnerisch.

   Geben Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge an.

$$\frac{-x}{x+3} + 2 = 1 - \frac{3x}{4 \cdot (x-2)}$$

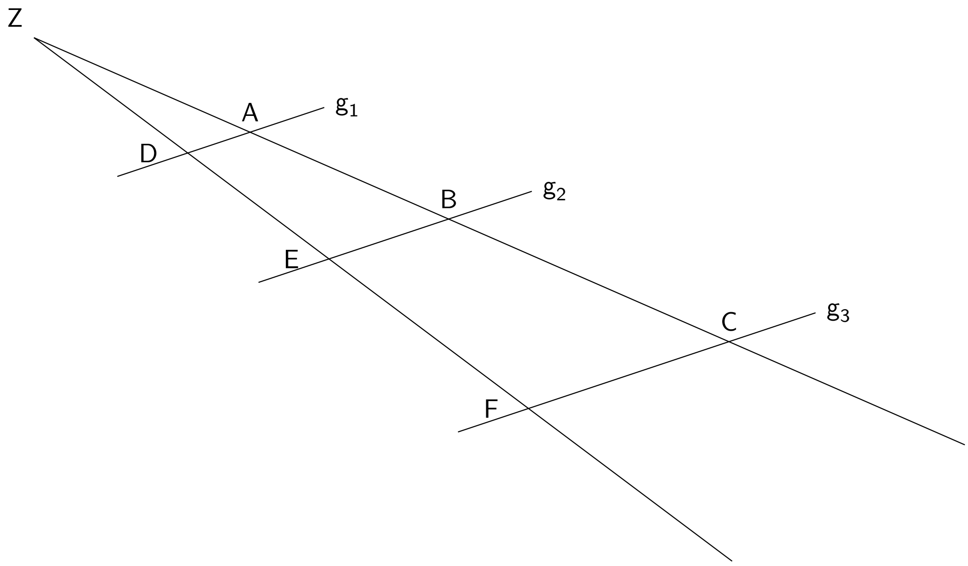
(4 Pkt.)

7. Eine Metallkugel mit einem Durchmesser von 40 mm soll eingeschmolzen und zu sechs gleich großen Kugeln umgeformt werden.

   Zeigen Sie durch Rechnung, dass die sechs kleineren Kugeln zusammen einen größeren Oberflächeninhalt haben als die ursprüngliche Kugel. (4 Pkt.)

Fortsetzung nächste Seite

8. Es gilt $g_1 \,||\, g_2 \,||\, g_3$.



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

Quelle: StMUK

a) Von den folgenden vier Aussagen geben zwei die Streckenverhältnisse richtig wieder. Schreiben Sie die Nummern der richtigen Aussagen auf ihr Lösungsblatt.

(1) $\overline{ZA} : \overline{ZC} = \overline{ZD} : \overline{ZF}$

(2) $\overline{BZ} : \overline{AZ} = \overline{FZ} : \overline{EZ}$

(3) $\overline{FC} : \overline{ZC} = \overline{EB} : \overline{AB}$

(4) $\overline{ZD} : \overline{DA} = \overline{ZE} : \overline{EB}$

b) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{FC}$, wenn folgende Streckenlängen gegeben sind: $\overline{ZC} = 21\,\text{cm}$; $\overline{BC} = 7\,\text{cm}$; $\overline{EB} = 8\,\text{cm}$

(3 Pkt.)

Fortsetzung nächste Seite

9. Folgende Aufgaben sind Anwendungen von binomischen Formeln und quadratischen Gleichungen.

a) Ersetzen Sie die Symbole ■, ♦ und • jeweils durch den entsprechenden Term und schreiben Sie die mathematisch richtige Gleichung auf ihr Lösungsblatt.

(1) $(2a - \blacksquare)^2 = \blacklozenge - \bullet + 4b^{16}$

(2) $\left(\frac{1}{5}c^3 + \blacksquare\right) \cdot \left(\frac{1}{5}c^3 - \blacksquare\right) = \bullet - \frac{4}{81}d^4$

b) Ersetzen Sie die Platzhalter der folgenden Gleichung so, dass eine quadratische Gleichung mit der Lösungsmenge $\mathbb{L} = \{-4; 3\}$ entsteht und schreiben Sie diese auf ihr Lösungsblatt.

$(x + \blacksquare) \cdot (x - \blacklozenge) = 0$

(4 Pkt.)

10. In einem Behälter befinden sich genau vier Kugeln.

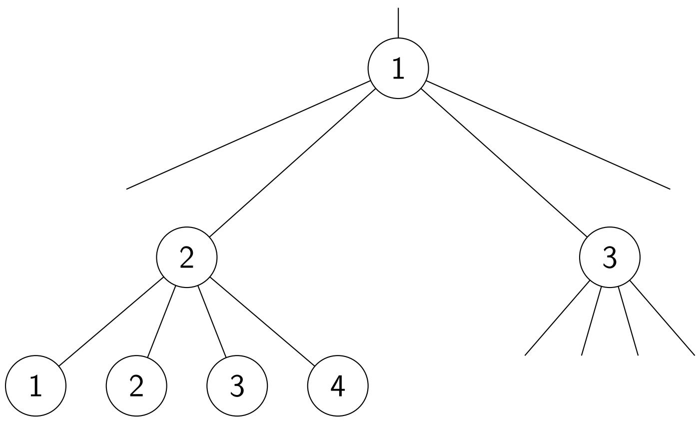
Sie sind mit den Ziffern 1, 2, 3, 4 durchnummeriert.

a) Mit den vier Kugeln kann man unterschiedliche Zahlen legen. Ermitteln Sie rechnerisch die Anzahl aller Kombinationsmöglichkeiten für eine vierstellige Zahl.

b) Es werden nacheinander zwei Kugeln gezogen und nicht mehr zurückgelegt.
Aus beiden gezogenen Ziffern wird ein Bruch gebildet. Die zuerst gezogene Ziffer bildet den Zähler, die zweite den Nenner des Bruches.

Geben Sie die Ergebnismenge mit allen bei diesem Vorgang möglichen Brüchen an und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der gebildete Bruch den Wert 0,5 hat.

c) Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt aus einem Baumdiagramm zu einem weiteren Zufallsexperiment. Begründen Sie, dass das Experiment mit Zurücklegen der Kugeln durchgeführt wurde.



Quelle: StMUK

(4 Pkt.)

$$\begin{aligned} \Longleftrightarrow \quad 2 &= \frac{1}{3} \cdot 6 + t_1 \\ \Longleftrightarrow \quad 2 &= 2 + t_1 && |-2 \\ \Longleftrightarrow \quad t_1 &= 0 \end{aligned}$$

Die Gleichung der Geraden lautet $\underline{\underline{g_1: y = \frac{1}{3}x}}$.

b) Wenn die Gerade g_3 senkrecht auf der Geraden g_2 steht, so ist ihre Steigung m_3 das negativ Inverse der Steigung m_2 von g_2:

$$m_3 = -\frac{1}{m_2} = -\frac{1}{1} = -1$$

Einsetzen der Koordinaten des Punktes $B\,(11\,|-23)$ und des ermittelten Steigung $m_3 = -1$ in die allgemeine Form $y = m \cdot x + t$:

$$\begin{aligned} y &= m_3 \cdot x + t_3 \\ \Longleftrightarrow \quad -23 &= -1 \cdot 11 + t_3 \\ \Longleftrightarrow \quad -23 &= -11 + t_3 && |+11 \\ \Longleftrightarrow \quad t_3 &= -12 \end{aligned}$$

Die Gleichung der Geraden lautet $\underline{\underline{g_3: y = -x - 12}}$.

c) Wenn die Geraden g_2 und g_4 parallel verlaufen, so muss $m_4 = m_2 = 1$ sein. Da g_4 jedoch nicht auf g_2 liegen soll, muss die y-Verschiebung eine andere sein, also muss $t_4 \neq t_2 = 0$ sein. Alle Werte $t_4 \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ sind also möglich.
Eine mögliche Gleichung ist demnach $\underline{\underline{g_4: y = x + 1}}$.

d) Um die Steigung m_5 zu bestimmen werden die Koordinaten des Punktes $A\,(4\,|-1)$ in die gegebene Gleichung eingesetzt:

$$\begin{aligned} y &= m_5 \cdot x - 4 \\ \Longleftrightarrow \quad -1 &= m_5 \cdot 4 - 4 && |+4 \\ \Longleftrightarrow \quad 3 &= 4m_5 && |:4 \\ \Longleftrightarrow \quad m_5 &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Die gesuchte Steigung ist $\underline{\underline{m_5 = \frac{3}{4}}}$.

e) Die Gleichung von g_7 wird zunächst nach y umgeformt:

$$\begin{aligned} 2x &= 3{,}5 - y && |+y \\ \Longleftrightarrow \quad y + 2x &= 3{,}5 && |-2x \\ \Longleftrightarrow \quad y &= -2x + 3{,}5 \end{aligned}$$

Nun können die Gleichungen von g_6 und g_7 gleichgesetzt werden:

$$\begin{aligned} x - 2{,}5 &= -2x + 3{,}5 && |+2x \\ \Longleftrightarrow \quad 3x - 2{,}5 &= 3{,}5 && |+2{,}5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \iff \quad 3x &= 6 \quad && |:3 \\ \iff \quad x &= 2 \end{aligned}$$

Dieser Wert wird nun in eine der Funktionsgleichungen eingesetzt um den zugehörigen Funktionswert y zu bestimmen:

$$y = 2 - 2{,}5 = -0{,}5$$

Der Schnittpunkt hat die Koordinaten $\underline{\underline{S\,(2\,|-0{,}5)}}$.

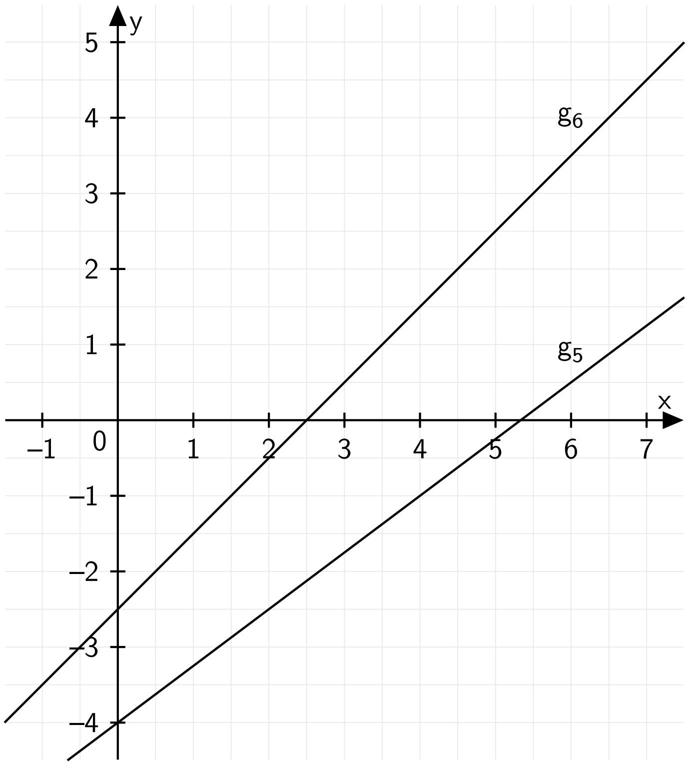
f) Der Schnittpunkt N entspricht der Nullstelle, sodass in der in e) umgeformten Funktionsgleichung $y = 0$ gesetzt wird:

$$\begin{aligned} 0 &= -2x + 3{,}5 \quad && |+2x \\ \iff \quad 2x &= 3{,}5 \quad && |:2 \\ \iff \quad x &= 1{,}75 \end{aligned}$$

Die Koordinaten des Schnittpunkts mit der x-Achse lauten $\underline{\underline{N\,(1{,}75\,|\,0)}}$.

g) Die grafische Darstellung kann anhand bereits bestimmter Punkte, möglicher weiterer Punkte oder mithilfe eines Steigungsdreiecks erfolgen:

(**Hinweis:** Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu, da sie für den Buchdruck skaliert wurde.)



6. Der Nenner der Brüche darf niemals null werden, da nicht durch null geteilt werden darf. Es gilt also:

$$\begin{aligned} x + 3 &\neq 0 \quad \text{und} \quad & 4 \cdot (x - 2) &\neq 0 \\ x &\neq -3 \quad \text{und} \quad & x - 2 &\neq 0 \\ x &\neq -3 \quad \text{und} \quad & x &\neq 2 \end{aligned}$$

Die Definitionsmenge lautet $\underline{\underline{\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{-3; 2\}}}$.

Die Gleichung wird nun zunächst umgeformt:

$$
\begin{aligned}
&& \frac{-x}{x+3} + 2 &= 1 - \frac{3x}{4\cdot(x-2)} && |\cdot(x+3)\\
&\Longleftrightarrow & -x + 2\cdot(x+3) &= 1\cdot(x+3) - \frac{3x\cdot(x+3)}{4\cdot(x-2)} &&\\
&\Longleftrightarrow & -x + 2x + 6 &= x + 3 - \frac{3x^2+9x}{4x-8} &&\\
&\Longleftrightarrow & x + 6 &= x + 3 - \frac{3x^2+9x}{4x-8} && |-(x+3)\\
&\Longleftrightarrow & 3 &= -\frac{3x^2+9x}{4x-8} && |\cdot(4x-8)\\
&\Longleftrightarrow & 3\cdot(4x-8) &= -(3x^2+9x) &&\\
&\Longleftrightarrow & 12x - 24 &= -3x^2 - 9x && |-(-3x^2-9x)\\
&\Longleftrightarrow & 3x^2 + 21x - 24 &= 0 && |:3\\
&\Longleftrightarrow & x^2 + 7x - 8 &= 0 &&
\end{aligned}
$$

Die Lösung kann nun mithilfe der Lösungsformel oder der p-q-Formel ermittelt werden:

Lösungsformel:
$a = 1;\ b = 7;\ c = -8$

$$
\begin{aligned}
x_{1;2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}\\
&= \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4\cdot 1\cdot(-8)}}{2\cdot 1}\\
x_1 &= -8 \quad \text{und} \quad x_2 = 1
\end{aligned}
$$

p-q-Formel:
$p = 7;\ q = -8$

$$
\begin{aligned}
x_{1;2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\\
&= -\frac{7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 8}\\
x_1 &= -8 \quad \text{und} \quad x_2 = 1
\end{aligned}
$$

Die Lösungsmenge der Gleichung lautet $\underline{\underline{\mathbb{L} = \{-8; 1\}}}$

7. Zunächst wird das Volumen V_{gK} der ursprünglichen großen Kugel mit Radius $r_{gK} = 20\,\text{mm}$ berechnet:

$$
\begin{aligned}
V_{gK} &= \frac{4}{3}\cdot r_{gK}^3\cdot\pi\\
&= \frac{4}{3}\cdot(20\,\text{mm})^3\cdot 3{,}14\\
&\approx 33\,493\,\text{mm}^3
\end{aligned}
$$

Da daraus sechs kleinere Kugeln gefertigt werden sollen, ergibt sich das Volumen V_{kK} einer solche kleinen Kugel zu

$$V_{kK} = V_{gK} : 6 = 33\,493\,\text{mm}^3 : 6 \approx 5\,582\,\text{mm}^3.$$

Daraus kann nun der Radius einer solchen kleinen Kugeln bestimmt werden:

$$V_{kK} = \frac{4}{3}\cdot r_{kK}^3\cdot\pi$$

$$
\begin{aligned}
\Longleftrightarrow \quad 5\,582\,\text{mm}^3 &= \frac{4}{3}\cdot r_{kK}^3 \cdot 3{,}14 && \Big| : \left(\frac{4}{3}\cdot\pi\right)\\
\Longleftrightarrow \quad r_{kK}^3 &= 5\,582\,\text{mm}^3 \cdot \frac{3}{4\cdot 3{,}14} && \Big| \sqrt[3]{}\\
\Longleftrightarrow \quad r_{kK} &\approx 11\,\text{mm}
\end{aligned}
$$

Aus den nun bekannten Radien der großen und kleinen Kugeln kann jeweils die Oberfläche der Kugel berechnet werden:

$$
\begin{aligned}
O_{gK} &= 4\cdot r_{gK}^2 \cdot \pi\\
&= 4\cdot (20\,\text{mm})^2 \cdot 3{,}14\\
&\approx 5\,024\,\text{mm}^2
\end{aligned}
$$

Für die gesamte Oberfläche aller sechs kleinen Kugeln gilt:

$$
\begin{aligned}
O_{ges;kK} &= 6\cdot O_{kK}\\
&= 6\cdot 4\cdot r_{kK}^2\cdot\pi\\
&= 24\cdot(11\,\text{mm})^2\cdot 3{,}14\\
&\approx 9\,119\,\text{mm}^2
\end{aligned}
$$

Die sechs kleinen Kugeln haben zusammen demnach eine größeren Oberflächeninhalt als die große Kugel.

8. a) Bei Aussage (1) werden ausschließlich Strecken ins Verhältnis gesetzt, die am Zentrum Z beginnen:

$$\frac{\overline{ZA}}{\overline{ZC}} = \frac{\overline{ZD}}{\overline{ZF}}$$

Die Punkte A und D (jeweils Strecke im Zähler) liegen dabei beide auf g_1 und C und F (Strecke im Nenner) beide auf g_3. Die Aussage ist somit **richtig**.

Auch bei (2) werden ausschließlich Strecken betrachtet, die das Zentrum Z beinhalten.

$$\frac{\overline{BZ}}{\overline{AZ}} = \frac{\overline{FZ}}{\overline{EZ}}$$

Hier sind jedoch nun die Punkte A und B (linke Seite) auf g_1 und g_2, die Punkte E und F (rechte Seite) jedoch auf g_2 und g_3. Die Aussage ist demnach **falsch**.

Auf der linken Seite der Gleichung aus (3) wird die Strecke $\overline{FC}$ der beiden Punkte auf g_3 ins Verhältnis gesetzt zur Strecke, die vom Zentrum Z bis g_3 reicht ($\overline{ZC}$):

$$\frac{\overline{FC}}{\overline{ZC}} = \frac{\overline{EB}}{\overline{AB}}$$

Entsprechend müsste auf der rechten Seite durch die Strecke geteilt werden, die vom Zentrum Z bis g_2 reicht, auf der die Punkte E und B liegen. Da dies jedoch nicht getan wird, ist Aussage (3) **falsch**.

Korrekt ausgeführt wird dies jedoch in Aussage (4). Ins Verhältnis gesetzt wird die Strecke vom Zentrum Z zum Punkt D auf g_1 zur Strecke $\overline{DA}$ auf g_1 und auf der rechten Seite passend dazu die Strecke vom Zentrum Z zu E auf g_2 zur Strecke $\overline{EB}$ auf g_2:

$$\frac{\overline{ZD}}{\overline{DA}} = \frac{\overline{ZE}}{\overline{EB}}$$

Die Aussage ist **richtig**.

b) Zur Berechnung der Länge der Strecke $\overline{FC}$ wird ein Streckenverhältnis ähnlich dem aus Aussage (4) in Aufgabe a) verwendet:

$$\frac{\overline{FC}}{\overline{ZC}} = \frac{\overline{EB}}{\overline{ZB}}$$

Die Länge $\overline{ZB}$ kann dabei als Differenz der gegebenen Strecken bestimmt werden:

$$\begin{aligned} & \frac{\overline{FC}}{\overline{ZC}} = \frac{\overline{EB}}{\overline{ZB}} \\ \Longleftrightarrow \quad & \frac{\overline{FC}}{21\,\text{cm}} = \frac{8\,\text{cm}}{(21-7)\,\text{cm}} \qquad | \cdot 21\,\text{cm} \\ \Longleftrightarrow \quad & \underline{\underline{\overline{FC} = 12\,\text{cm}}} \end{aligned}$$

9. a) (1) Es handelt sich um die 2. binomische Formel $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$. Vergleich der Formel mit dem gegebenen Ausdruck:

$$\begin{aligned} (x \ \ -y)^2 &= x^2 - 2xy + y^2 \\ (2a - \blacksquare)^2 &= \blacklozenge - \bullet \quad + 4b^{16} \end{aligned}$$

Daraus kann abgelesen werden:

$$x = 2a \quad \text{und} \quad y^2 = 4b^{16} \quad \Rightarrow \quad y = 2b^8$$

Damit kann die Formel komplett ergänzt werden:

$$\begin{aligned} & (2a - 2b^8)^2 = (2a)^2 - 2 \cdot (2a) \cdot (2b^8) + 4b^{16} \\ \Longleftrightarrow \quad & \underline{\underline{(2a - 2b^8)^2 = 4a^2 - 8ab^8 + 4b^{16}}} \end{aligned}$$

(2) Nun liegt die 3. binomische Formel $(x+y) \cdot (x-y) = x^2 - y^2$ vor. Wieder kann die Formel mit dem gegebenen Ausdruck verglichen werden:

$$\begin{aligned} (x \quad + y) \ \cdot (x \quad - y) \ &= x^2 - y^2 \\ \left(\frac{1}{5}c^3 + \blacksquare\right) \cdot \left(\frac{1}{5}c^3 - \blacksquare\right) &= \bullet \ - \frac{4}{81}d^4 \end{aligned}$$

Daraus kann abgelesen werden:

$$x = \frac{1}{5}c^3 \quad \text{und} \quad y^2 = \frac{4}{81}d^4 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{2}{9}d^2$$

Die Formel kann damit komplett ergänzt werden:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{5}c^3 + \frac{2}{9}d^2\right) \cdot \left(\frac{1}{5}c^3 - \frac{2}{9}d^2\right) = \left(\frac{1}{5}c^3\right)^2 - \frac{4}{81}d^4 \\ \Longleftrightarrow \quad & \underline{\underline{\left(\frac{1}{5}c^3 + \frac{2}{9}d^2\right) \cdot \left(\frac{1}{5}c^3 - \frac{2}{9}d^2\right) = \frac{1}{25}c^6 - \frac{4}{81}d^4}} \end{aligned}$$

b) Das Produkt der beiden Klammern wird null, wenn eine der Klammern null wird. Demnach müssen die Platzhalter so gewählt werden, dass bei Einsetzen von $x = -4$ und $x = 3$ jeweils eine der Klammern gleich null wird. Die richtige Antwort ist:

$$\underline{\underline{(x+4) \cdot (x-3) = 0}}$$

10. a) Für die erste Stelle der vierstelligen Zahl bleiben vier Möglichkeiten, dann für die zweite Stelle jeweils drei, für die dritte Stelle jeweils zwei und für die letzte Stelle nur noch eine Kugel. Es sind also

$$\underline{\underline{4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24}}$$

Möglichkeiten.

b) Als Ergebnismenge ergeben sich alle Möglichkeiten von Brüchen, bei denen im Zähler und Nenner die Zahlen 1 bis 4 stehen, jedoch im Zähler und im Nenner nie die gleiche Zahl (da ohne Zurücklegen gezogen wird):

$$\underline{\underline{\Omega = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{2}{1}; \frac{2}{3}; \frac{2}{4}; \frac{3}{1}; \frac{3}{2}; \frac{3}{4}; \frac{4}{1}; \frac{4}{2}; \frac{4}{3}\right\}}}$$

Aus der Ergebnismenge weisen die Brüche $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{4}$ den Wert 0,5 auf. Zwei der zwölf möglichen Ergebnisse entsprechen also dem Kriterium. Für die Wahrscheinlichkeit gilt demnach:

$$\underline{\underline{p(\text{„}0{,}5\text{“}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}}}$$

c) Das es sich um ein Experiment mit Zurücklegen handelt, kann beispielsweise damit erklärt werden, dass...

... in einem Pfad mehrmals die Zahl „1“ vorkommt.

... von jeder Ziffer immer vier Pfade ausgehen.

ENTWICKELT VON PÄDAGOGEN

Original-Abschlussprüfungen Mathematik Mittelschule 10. Klasse Bayern 2021

- Original-Abschlussprüfungen 2013 - 2020
- Anschauliche, ausführliche und nachvollziehbare Lösungswege
- Ideal zur Vorbereitung auf einzelne Schulaufgaben geeignet
- Kostenloser Downloadbereich mit Übungen und Lösungen
- Mit Ferien- und Prüfungsplaner 2020/2021

Mathe M10 - Trainer für Mittelschule MSA 2021

- Ideal für das SELBSTLERNEN ZU HAUSE geeignet -

Bestell-Nr.:
EAN 9783743000650

Mittelschule 10. Klasse | Mittlerer Schulabschluss | Bayern

€ 10,90

9 783743 000650 >

lern.de Bildungsgesellschaft mbH
lernverlag
Fürstenrieder Straße 52
80686 München
E-Mail: kontakt@lern-verlag.de