10. Klasse

Realschule MSA Bayern 2021

Mathematik II/III

- Ideal für Homeschooling geeignet -

MSA 2021

INKLUSIVE:

✓ Original-Prüfungen 2013 - 2020
✓ Miniskript „So funktioniert's"
✓ Ausführlichen Lösungen zu den einzelnen Prüfungen
✓ kostenloser Downloadbereich per QR-Code

SCAN ME

RS 10

Realschule 10. Klasse | Mittlerer Schulabschluss | Bayern

lernverlag®
www.lern-verlag.de

2020 2021 Schuljahresplaner

September	Oktober	November	Dezember	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli
1 Di	1 Do	1 So Allerheiligen	1 Di	1 Fr Neujahr	1 Mo 5	1 Mo 9	1 Do	1 Sa Tag der Arbeit	1 Di	1 Do Sozialwesen
2 Mi	2 Fr	2 Mo 45	2 Mi	2 Sa	2 Di	2 Di	2 Fr Karfreitag	2 So	2 Mi	2 Fr Werken
3 Do	3 Sa Tag der Dt. Einheit	3 Di	3 Do	3 So	3 Mi	3 Mi	3 Sa	3 Mo 18	3 Do Fronleichnam	3 Sa
4 Fr	4 So	4 Mi	4 Fr	4 Mo 1	4 Do	4 Do	4 So Ostern	4 Di	4 Fr	4 So
5 Sa	5 Mo 41	5 Do	5 Sa	5 Di	5 Fr	5 Fr	5 Mo Ostermontag 14	5 Mi	5 Sa	5 Mo 27
6 So	6 Di	6 Fr	6 So	6 Mi Heilige Drei Könige	6 Sa	6 Sa	6 Di	6 Do	6 So	6 Di
7 Mo 37	7 Mi	7 Sa	7 Mo 50	7 Do	7 So	7 So	7 Mi	7 Fr	7 Mo 23	7 Mi
8 Di	8 Do	8 So	8 Di	8 Fr	8 Mo 6	8 Mo 10	8 Do	8 Sa	8 Di	8 Do
9 Mi	9 Fr	9 Mo 46	9 Mi	9 Sa	9 Di	9 Di	9 Fr	9 So Muttertag	9 Mi	9 Fr
10 Do	10 Sa	10 Di	10 Do	10 So	10 Mi	10 Mi	10 Sa	10 Mo 19	10 Do	10 Sa
11 Fr	11 So	11 Mi	11 Fr	11 Mo 2	11 Do	11 Do	11 So	11 Di	11 Fr	11 So
12 Sa	12 Mo 42	12 Do	12 Sa	12 Di	12 Fr	12 Fr	12 Mo 15	12 Mi	12 Sa	12 Mo 28
13 So	13 Di	13 Fr	13 So	13 Mi	13 Sa	13 Sa	13 Di	13 Do Christi Himmelfahrt	13 So	13 Di
14 Mo 38	14 Mi	14 Sa	14 Mo 51	14 Do	14 So	14 So	14 Mi	14 Fr	14 Mo 24	14 Mi
15 Di	15 Do	15 So	15 Di	15 Fr	15 Mo Rosenmontag 7	15 Mo 11	15 Do	15 Sa	15 Di	15 Do
16 Mi	16 Fr	16 Mo 47	16 Mi	16 Sa	16 Di	16 Di	16 Fr	16 So	16 Mi	16 Fr
17 Do	17 Sa	17 Di	17 Do	17 So	17 Mi	17 Mi	17 Sa	17 Mo 20	17 Do	17 Sa
18 Fr	18 So	18 Mi	18 Fr	18 Mo 3	18 Do	18 Do	18 So	18 Di	18 Fr	18 So
19 Sa	19 Mo 43	19 Do	19 Sa	19 Di	19 Fr	19 Fr	19 Mo 16	19 Mi	19 Sa	19 Mo 29
20 So	20 Di	20 Fr	20 So	20 Mi	20 Sa	20 Sa	20 Di	20 Do	20 So	20 Di
21 Mo 39	21 Mi	21 Sa	21 Mo 52	21 Do	21 So	21 So	21 Mi	21 Fr	21 Mo 25	21 Mi
22 Di	22 Do	22 So	22 Di	22 Fr	22 Mo 8	22 Mo 12	22 Do	22 Sa	22 Di Fremdsprachen	22 Do
23 Mi	23 Fr	23 Mo 48	23 Mi	23 Sa	23 Di	23 Di	23 Fr	23 So Pfingsten	23 Mi Deutsch	23 Fr
24 Do	24 Sa	24 Di	24 Do Heiligabend	24 So	24 Mi	24 Mi	24 Sa	24 Mo Pfingstmontag 21	24 Do Französisch	24 Sa
25 Fr	25 So Ende der Sommerzeit	25 Mi	25 Fr 1. Weihnachtstag	25 Mo 4	25 Do	25 Do	25 So	25 Di	25 Fr Englisch	25 So
26 Sa	26 Mo 44	26 Do	26 Sa 2. Weihnachtstag	26 Di	26 Fr	26 Fr	26 Mo 17	26 Mi	26 Sa	26 Mo 30
27 So	27 Di	27 Fr	27 So	27 Mi	27 Sa	27 Sa	27 Di	27 Do	27 So	27 Di
28 Mo 40	28 Mi	28 Sa	28 Mo 53	28 Do	28 So	28 So Beginn der Sommerzeit	28 Mi	28 Fr	28 Mo Mathe 26	28 Mi
29 Di	29 Do	29 So 1. Advent	29 Di	29 Fr		29 Mo 13	29 Do	29 Sa	29 Di BwR	29 Do
30 Mi	30 Fr	30 Mo 49	30 Mi	30 Sa		30 Di	30 Fr	30 So	30 Mi Physik	30 Fr
	31 Sa Reformationstag		31 Do Silvester	31 So		31 Mi		31 Mo 22		31 Sa

Sonn- und Feiertage
Ferien
Abschlussprüfungen

cleverlag®

Original-Prüfungen
Mathematik WPFG II/III
Realschule Bayern
2021

erstellt

für Schülerinnen und Schüler der Realschule Bayern mit der Wahlpflichtfächergruppe II/III

www.lern-verlag.de

Vorwort

Liebe Schülerinnen, liebe Schüler,

in diesem speziellen Prüfungsvorbereitungsbuch **Original-Prüfungen Mathematik II/III Realschule Bayern 2021** sind die letzten acht zentral gestellten Originalprüfungen der Jahre 2013 bis 2020 enthalten. Dazu gibt es schülergerechte, lehrplankonforme und ausführliche Lösungen, die für den Schüler leicht verständlich und nachvollziehbar erstellt worden sind.
Das Prüfungsvorbereitungsbuch Original-Prüfungen Mathematik I Realschule Bayern 2021 ist eine ideale Unterstützung während der Abschlussklasse und dient zur Vorbereitung auf eine erfolgreiche Abschlussprüfung.
Sie finden im ersten Teil eine kompakte Übersicht als Naschschlagewerk aller prüfungsrelaventer Themengebiete. Im Anschluss daran finden Sie die Prüfungsaufgaben und ausführliche Lösungen.

Hinweise

Die Abschlussprüfung 2021 findet nach Vorgaben des *Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus* am Montag **28.06.2021** statt und dauert **150 Minuten**.
(Stand 01.09.2020 - Angaben ohne Gewähr)
Als **Hilfsmittel** ist ein elektronischer Taschenrechner und eine Formelsammlung zugelassen.
Alle Zeichnungen haben einen Hinweis erhalten, da die Zeichnungen durch die Skalierung des Buches nicht maßstabsgetreu sind.

Tipps

Fangen Sie rechtzeitig an sich auf die Abschlussprüfung vorzubereiten und arbeiten Sie kontinuierlich alte Prüfungen durch. Wiederholen Sie die einzelnen Prüfungen mehrmals, um die notwendige Sicherheit zu erlangen. Zur Lernzielkontrolle können Sie den Prüfungsplaner im Innenteil dieses Prüfungsvorbereitungsbuch verwenden.
Üben Sie also, so oft Sie können.

Notenschlüssel

Der Notenschlüssel wird vom *Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus* festgelegt. In der folgenden Tabelle finden Sie den Notenschlüssel der letzten acht Prüfungsjahrgänge.

Jahrgang 2013 - 2020

Note 1:	53 – 45	Punkte
Note 2:	44 – 36	Punkte
Note 3:	35 – 27	Punkte
Note 4:	26 – 18	Punkte
Note 5:	17 – 9	Punkte
Note 6:	8 – 0	Punkte

Impressum
lern.de Bildungsgesellschaft mbH
Geschäftsführer: Sascha Jankovic
Fürstenrieder Str. 52
80686 München
Amtsgericht München: HRB 205623
E-Mail: kontakt@lern-verlag.de – https://www.lern-verlag.de
lernverlag, lern.de und cleverlag sind eingetragene Marken von Sascha Jankovic, Inhaber und Verleger.

Druck: Deutschland
Lösungen:
Sascha Jankovic, Simon Rümmler und das Team aus Pädagogen und Naturwissenschaftlern der lern.de Bildungsgesellschaft mbH.

Wir danken dem *Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus* für die freundliche Genehmigung, die Originalprüfungen abdrucken zu dürfen. Die Lösungsvorschläge liegen nicht in der Verantwortung des Ministeriums.

6. ergänzte Auflage ©2020 **1. Druck**
ISBN-Nummer: 978-3-7430-0069-8
Artikelnummer:
EAN 9783743000698

Inhaltsverzeichnis

Stoffübersicht der Abschlussprüfungen

Realschule Bayern Mathematik II/III

1 Funktionen

Allgemeine Lösungsansätze:

Nullstellen berechnen: Funktionsterm gleich Null setzen und Gleichung nach x umformen, z. B.
$2x + 1 = 0 \iff x = -0{,}5 \implies$ Nst. $N(-0{,}5 \,|\, 0)$

Schnittpunkte berechnen: Gleichsetzen der beiden Funktionsterme und lösen der Gleichung nach x. Anschließend den berechneten x-Wert in einen der beiden Funktionsterme einsetzen: z. B.
$2x + 1 = 0{,}5x - 2 \iff x = -2 \implies y = 2 \cdot (-2) + 1 = -3$
$\implies$ Schnittpunkt $SP(-2 \,|\, -3)$

1.1 Lineare Funktionen

Der Graph einer linearen Funktion ist eine Gerade. Zu jedem x-Wert existiert genau ein einziger y-Wert und umgekehrt.
In der folgenden Übersicht werden alle notwendigen Formeln dargestellt.

Die allgemeine Form: $ax + by = c$ $\quad a, c \in \mathbb{R}; \quad b \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$

Die Normalform: $y = mx + t$
$m, t \in \mathbb{R}$

Der **y-Achsenabschnitt t** ist der Schnittpunkt mit der y-Achse; $x = 0$.

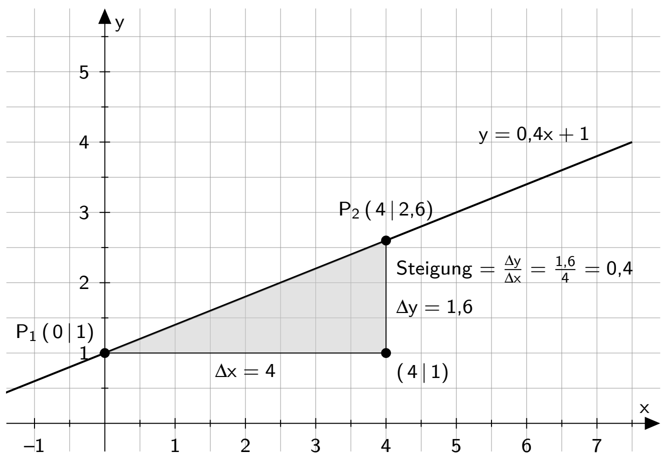
Parallele Geraden
$g_1 \parallel g_2 \iff m_1 = m_2$

Der **Steigungsfaktor m**
$m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$
wobei $P_1(x_1 \,|\, y_1)$ und $P_2(x_2 \,|\, y_2)$ zwei beliebige (aber verschiedene) Punkte auf der Geraden sind.

Senkrechte (orthogonale) Geraden
$g_1 \perp g_2 \iff m_1 \cdot m_2 = -1$
Die Geraden g_1 und g_2 stehen im rechten Winkel zueinander.

Abszisse:
Die x-Koordinate eines Punktes;
Auch: x-Achse

Ordinate:
Die y-Koordinate eines Punktes;
Auch: y-Achse



1.2 Quadratische Funktionen

Der Graph einer quadratischen Funktion ist eine Parabel. Dabei existiert eine Symmetrieachse, die durch den Scheitelpunkt der Parabel geht.

Die allgemeine Form: $y = ax^2 + bx + c \qquad b, c \in \mathbb{R} \quad a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$

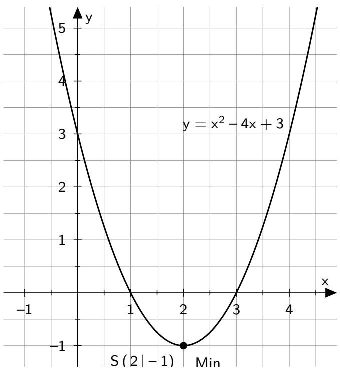
Die Normalparabel $(\mathbf{a = 1})$: $y = x^2 + bx + c$ bzw. $y = x^2 + px + q$.

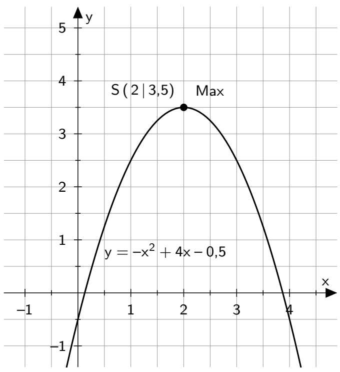
Scheitelpunkt: $S\left(x_S \,|\, y_S\right)$ $\quad S\left(-\frac{b}{2a} \,\middle|\, c - \frac{b^2}{4a}\right)$ bzw. $S\left(-\frac{p}{2} \,\middle|\, q - \frac{p^2}{4}\right)$

Scheitelpunktform: $y = a(x - x_S)^2 + y_S \quad a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$

Die Parameter a, b und c haben folgende Bedeutung:

Parameter	Bedingung	Bedeutung
a	$a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$	Falls $a > 0$: nach oben geöffnete Parabel, mit Minimum Falls $a < 0$: nach unten geöffnete Parabel, mit Maximum Falls $\lvert a\rvert > 1$: gestreckte Parabel (schmaler als Normalparabel) Falls $\lvert a\rvert < 1$: gestauchte Parabel (breiter als Normalparabel)
b	$b \in \mathbb{R}$	Steigung, mit der die Parabel die y-Achse schneidet
c	$c \in \mathbb{R}$	Schnittpunkt der Parabel mit der y-Achse „y-Achsenabschnitt“





Lösen von quadratischen Gleichungen - Nullstellen berechnen

Lösungsformel: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ bzw. $x_{1,2} = -\dfrac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{p}{2}\right)^2 - q}$

Diskriminante D: $D = b^2 - 4ac$ bzw. $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

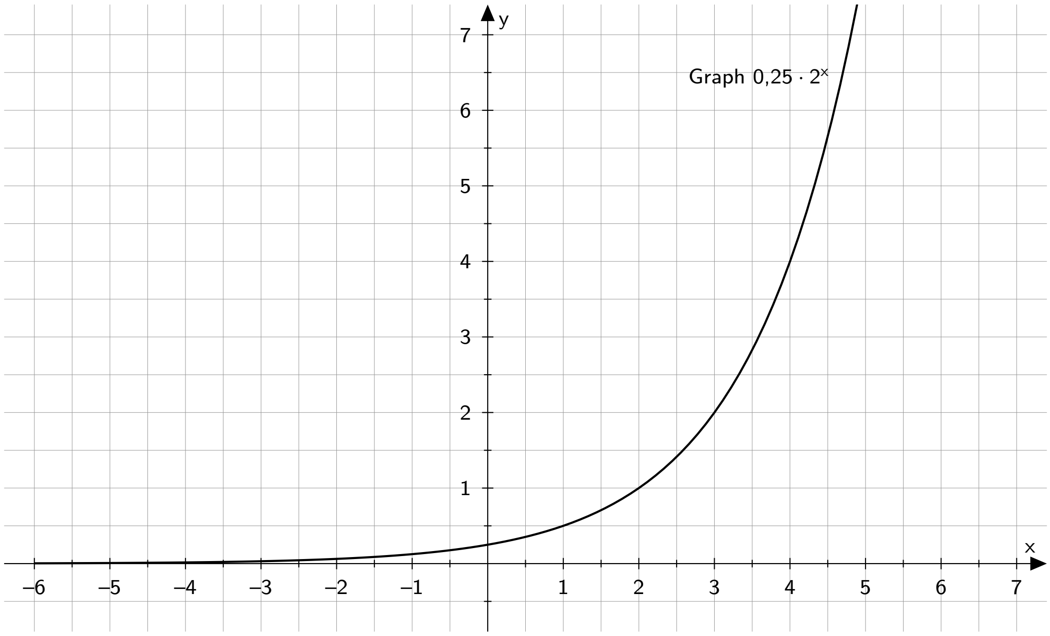
Es gilt:
$D > 0$: Zwei Lösungen
$D = 0$: Eine Lösung
$D < 0$: Keine Lösung

Beim Lösen einer quadratischen Gleichung haben sich folgende Schritte bewährt:

1. **Schritt:** a, b und c neben der gegeben Funktion untereinander schreiben.
2. **Schritt:** Berechnen der Diskriminante.
3. **Schritt:** Einfügen aller Zahlen in die Lösungsformel.

1.3 Exponentialfunkion

Neben der linearen und quadratischen Funktion spielt auch die Exponentialfunktion eine bedeutende Rolle.



Die allgemeine Funktionsgleichung der **Exponentialfunktion** lautet für $k \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$, $a \in \mathbb{R}^+\backslash\{1\}$ und $c \in \mathbb{R}$:

$$y = k \cdot a^x + c \quad \text{mit}$$
$$\mathbb{D} = \mathbb{R}$$
$$\text{falls } k > 0: \ \mathbb{W} = \{y \mid y \in \mathbb{R} \text{ und } y > c\}$$
$$\text{falls } k < 0: \ \mathbb{W} = \{y \mid y \in \mathbb{R} \text{ und } y < c\}$$

Die Parameter k, a und c haben folgende Bedeutung:

Parameter	Bedingung	Bedeutung
k	$k \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$	Streckfaktor; $P\,(0 \mid k + c)$ liegt auf Graph Falls k negativ: Spiegelung an x-Achse
a	$a \in \mathbb{R}^+\backslash\{1\}$	Falls $a > 1$: monoton Steigend Falls $a < 1$: monoton fallend
c	$c \in \mathbb{R}$	Verschiebung in y-Richtung

Die Asymptote ist stets eine Parallele zur x-Achse mit der Gleichung $y = c$.

Aus dem Parameter a lässt sich immer eine prozentuale Zu- oder Abnahme rauslesen. Hierfür muss der Wert a immer im Verhältnis zu 1 (100 %) gesehen werden, z. B.:

Für die Funktion $y = 5 \cdot 1{,}25^x$ gilt $a = 1{,}25 = 1 + 0{,}25$. Das entspricht 100 % + 25 %, somit ist die Prozentuale Zunahme 25 %.

Für die Funktion $y = 2 \cdot 0{,}85^x$ gilt $a = 0{,}85 = 1 - 0{,}15$. Das entspricht 100 % – 15 %, somit ist die prozentuale Abnahme 15 %.

2 Ebene Geometrie

2.1 Punkte und Vektoren

$A\,(x_A \mid y_A)$	Punkt A mit Koordinaten x_A (Abszisse) und y_A (Ordinate)
$B\,(x_B \mid y_B)$	Punkt B mit Koordinaten x_B (Abszisse) und y_B (Ordinate)
$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$	Ortspfeil von A (Pfeil von Ursprung O zum Punkt A)
$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_B \end{pmatrix}$	Pfeil $\overrightarrow{AB}$: Spitze (Punkt B) minus Fuß (Punkt A)

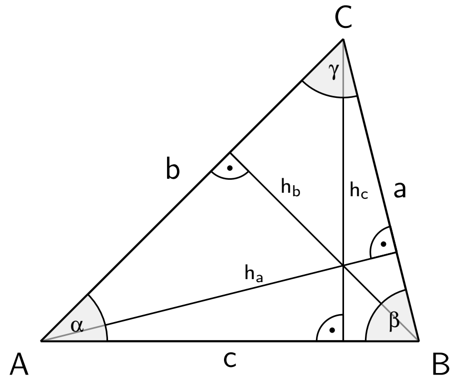
2.2 Ebene Figuren

Dreieck

Flächeninhalt: $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$

$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\gamma = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha =$

$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot a \cdot \sin\beta$



Flächeninhalt im Kartesischen Koordinatensystem:

Zwei Vektoren mit gemeinsamen Fußpunkt, z. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \end{pmatrix}$

Drehsinn: gegen den Uhrzeigersinn: $\Longrightarrow \quad A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_c & x_b \\ y_c & y_b \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \cdot (x_c \cdot y_b - x_b \cdot y_c)$

Sonderfälle:

Gleichschenkliges Dreieck	*Gleichseitiges Dreieck*	*Rechtwinkliges Dreieck*
Zwei gleichlange Schenkel	Alle drei Seiten sind gleich lang	Ein rechter Winkel existiert, gegenüberliegende Seite: Hypotenuse, andere Seiten: Katheten

Satz des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$ (rechtwinkliges Dreieck mit Katheten a, b und Hypotenuse c)

Rechteck

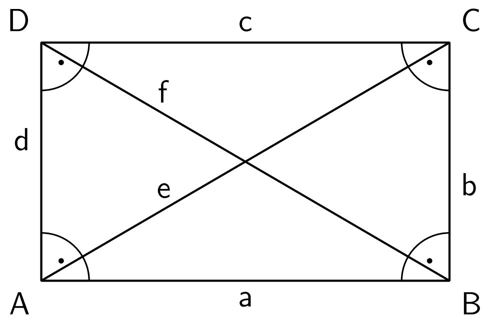
Es gilt: $a = c, \quad b = d,$

$\alpha = \beta = \gamma = \delta = 90^\circ,$

$e = f = \sqrt{a^2 + b^2}$

Umfang: $U = 2 \cdot (a + b)$

Flächeninhalt: $A = a \cdot b$



3.2 Prisma und Pyramide

Zu unterscheiden sind *Prismen* und *Pyramiden*.

Prisma

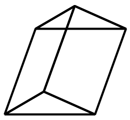
Die Seiten*kanten* sind parallel zueinander.

Die Seiten*flächen* sind stets Parallelogramme.

Die Grund- und Deckfläche sind kongruente Vielecke.

Gerades Prisma: Die Seitenkanten sind senkrecht zur Grundfläche.

Schiefes Prisma: Die Seitenkanten sind *nicht* senkrecht zur Grundfläche.

Beispiele: Würfel, Quader, 

$V = G \cdot h$

$O = 2G + M$

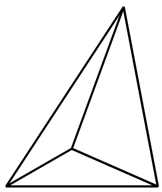
Pyramide

Alle Seiten*kanten* laufen in einen Punkt (die Spitze).

Die Seiten*flächen* sind stets Dreiecke.

Die Grundfläche ist ein Vieleck.

Reguläre Pyramide: Alle Seitenkanten sind gleich lang.

Beispiel: 

$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

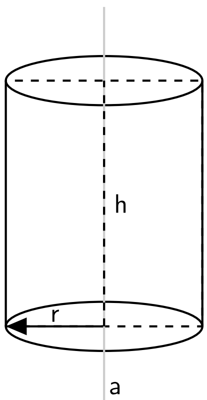
$O = G + M$

Wobei V das Volumen, G die Grundfläche, h die Höhe, O die Oberfläche und M die Mantelfläche ist.

3.3 Rotationskörper

Dreht man eine zweidimensionale Figur um eine Drehachse, so entsteht ein Rotationskörper. Dieser ist symmetrisch zu seiner Drehachse. Ein Axialschnitt eines Rotationskörpers ist ein Schnitt durch diesen entlang seiner Drehachse: Man erhält wieder die zweidimensionale Figur, aus der der Rotationskörper entstanden ist. Im wesentlichen gibt es den geraden Kreiszylinder und Kreiskegel:

Gerader Kreiszylinder



Drehachse: a

Axialschnitt: Rechteck

Grund- und Deckfläche: Kreis

Radius: r

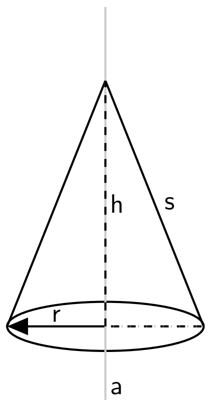
Höhe: h

$V = \pi r^2 h$

$O = 2G + M$

$M = \pi 2rh$

Gerader Kreiskegel



Drehachse: a

Axialschnitt: Gleichseitiges Dreieck

Grundfläche: Kreis

Radius: r

Höhe: h

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

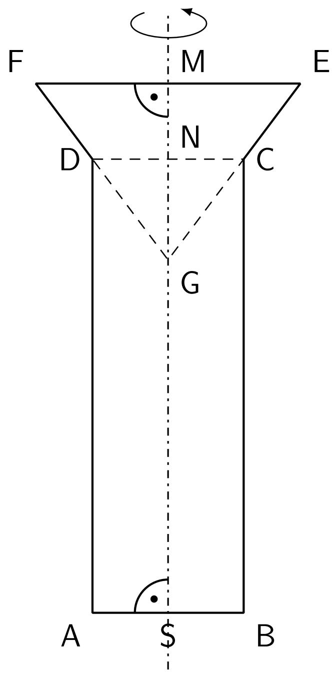
$O = G + M$

$M = \pi rs$

Wobei V das Volumen, G die Grundfläche, O die Oberfläche und M die Mantelfläche ist.

A 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt einer massiven Edelstahlniete mit der Symmetrieachse MS.
Es gilt:
$\overline{AB} = \overline{CD} = 8{,}00\,\text{mm}$; $\overline{MS} = 28{,}00\,\text{mm}$;
$\overline{GN} = 5{,}33\,\text{mm}$; $\overline{EF} = 14{,}00\,\text{mm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



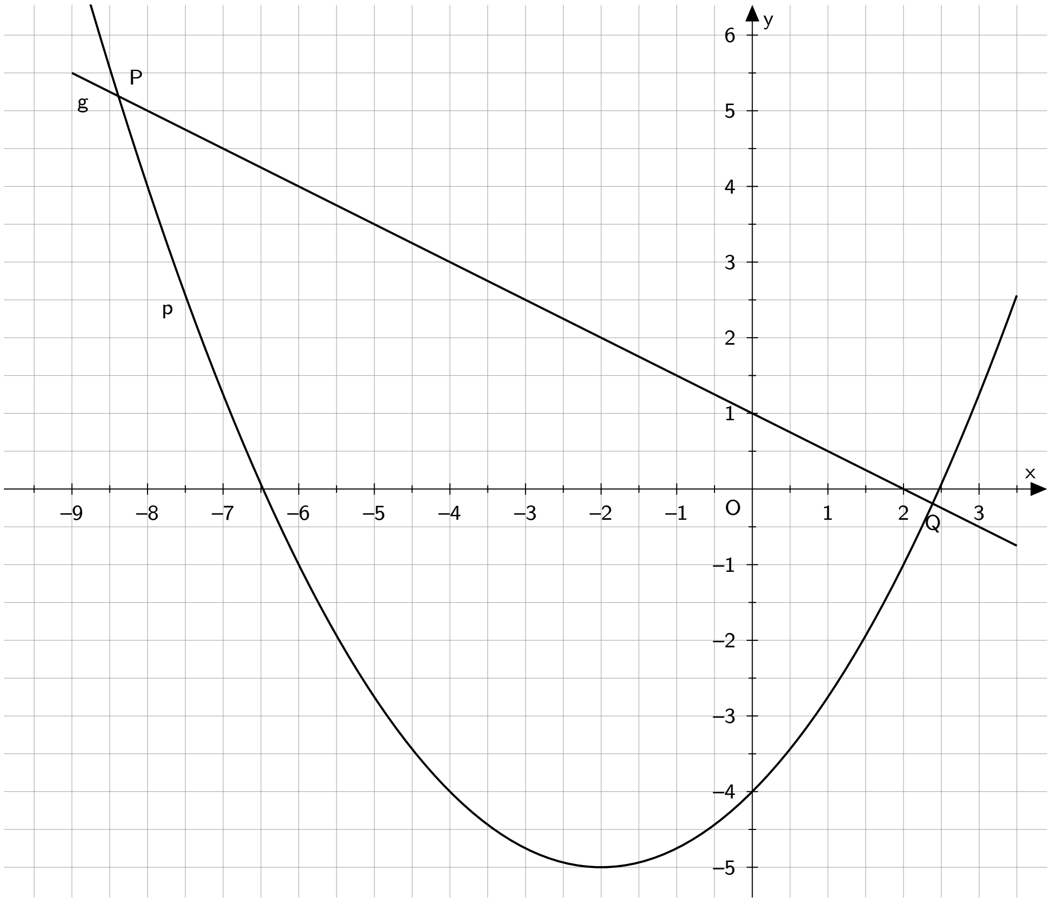
A 1.1 Berechnen Sie das Volumen V der Edelstahlniete. 4 P

[Ergebnisse: $\overline{GM} = 9{,}33\,\text{mm}$; $V = 1595{,}81\,\text{mm}^3$]

A 1.2 Bestimmen Sie rechnerisch die Masse der Edelstahlniete, wenn $1\,\text{cm}^3$ Edelstahl eine Masse von 7,85 g hat. 1 P

A 2.0 Die Parabel p mit dem Scheitel $S(-2|-5)$ hat eine Gleichung der Form $y = 0{,}25x^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$. Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0{,}5x + 1$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.
(**Hinweis:** Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu, da die Zeichnung für den Buchdruck skaliert wurde.)



A 2.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Parabel p die Gleichung $y = 0{,}25x^2 + x - 4$ hat. 1 P

A 2.2 Die Gerade g schneidet die Parabel p in den Punkten P und Q. 3 P

Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte P und Q.

A 2.3 Punkte $A_n\,(x\,|\,0{,}25x^2 + x - 4)$ auf der Parabel p und Punkte $B_n\,(x\,|\,-0{,}5x + 1)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x und sind für $-8{,}39 < x < 2{,}39$ zusammen mit Punkten C_n die Eckpunkte von Dreiecken $A_nB_nC_n$. Die Punkte C_n liegen auf der Geraden g, wobei die Abszisse der Punkte C_n um 3 kleiner ist als die Abszisse x der Punkte A_n und B_n. Zeichnen Sie für $x_1 = -4$ das Dreieck $A_1B_1C_1$ und für $x_2 = 1$ das Dreieck $A_2B_2C_2$ in das Koordinatensystem zu 2.0 ein. 2 P

A 2.4 Zeigen Sie, dass für die Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n und B_n gilt: $C_n\,(x - 3\,|\,-0{,}5x + 2{,}5)$ 1 P

A 2.5 In allen Dreiecken $A_nB_nC_n$ haben die Winkel $C_nB_nA_n$ das gleiche Maß. 2 P

Berechnen Sie das Maß der Winkel $C_nB_nA_n$.

A 1.1 Um das Volumen V zu berechnen, wird der Körper in drei Teilkörper zerlegt: in den geraden Kreiszylinder mit der Symmetrieachse NS, den geraden Kreiskegel mit der Symmetrieachse GM und den geraden Kreiskegel mit der Symterieachse GN. Das Volumen V berechnet sich dann folgendermaßen:

$$V = V_{\text{Zylinder}} + V_{\text{Kegel}_{GM}} - V_{\text{Kegel}_{GN}}$$

Die Teilvolumen berechnen sich wie folgt:

$$\begin{aligned} & V_{\text{Zylinder}} = r^2 \cdot \pi \cdot h \\ \iff \quad & V_{\text{Zylinder}} = \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot \overline{NS} \\ \iff \quad & V_{\text{Zylinder}} = (4{,}00\,\text{mm})^2 \cdot \pi \cdot \left(\overline{MS} - \overline{MN}\right) \end{aligned}$$

Mit dem Vierstreckensatz im Dreieck EFG gilt:

$$\begin{aligned} & \frac{\overline{GM}}{\overline{GN}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{CD}} \\ \iff \quad & \frac{\overline{GM}}{5{,}33\,\text{mm}} = \frac{14{,}00\,\text{mm}}{8{,}00\,\text{mm}} \qquad | \cdot 5{,}33\,\text{mm} \\ \iff \quad & \underline{\overline{GM} = 9{,}33\,\text{mm}} \end{aligned}$$

Mit $\overline{MN} = \overline{GM} - \overline{GN} = 4{,}00\,\text{mm}$ gilt also für das Volumen des Zylinders:

$$\begin{aligned} & V_{\text{Zylinder}} = 4{,}00^2 \cdot \pi \cdot (28{,}00 - 4{,}00)\ \text{mm}^3 \\ \iff \quad & V_{\text{Zylinder}} = 4{,}00^2 \cdot \pi \cdot 24{,}00\,\text{mm}^3 \\ \iff \quad & \underline{V_{\text{Zylinder}} = 384{,}00 \cdot \pi\ \text{mm}^3} \end{aligned}$$

Für $V_{\text{Kegel}_{GM}} - V_{\text{Kegel}_{GN}}$ gilt:

$$\begin{aligned} & V_{\text{Kegel}_{GM}} - V_{\text{Kegel}_{GN}} = \frac{1}{3} \cdot r_1^2 \cdot \pi \cdot h_1 - \frac{1}{3} \cdot r_2^2 \cdot \pi \cdot h_2 \\ \iff \quad & V_{\text{Kegel}_{GM}} - V_{\text{Kegel}_{GN}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left[\left(\frac{\overline{EF}}{2}\right)^2 \cdot \overline{GM} - \left(\frac{\overline{DC}}{2}\right)^2 \cdot \overline{GN}\right] \\ \iff \quad & V_{\text{Kegel}_{GM}} - V_{\text{Kegel}_{GN}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(7{,}00^2 \cdot 9{,}33 - 4{,}00^2 \cdot 5{,}33\right)\ \text{mm}^3 \\ \iff \quad & \underline{V_{\text{Kegel}_{GM}} - V_{\text{Kegel}_{GN}} = 123{,}96 \cdot \pi\ \text{mm}^3} \end{aligned}$$

Das Gesamtvolumen ist also:

$$V = (384{,}00 \cdot \pi + 123{,}96 \cdot \pi)\,\text{mm}^3 = \underline{\underline{1\,595{,}81\,\text{mm}^3}}$$

A 1.2 Es gilt:

$$V = 1\,595{,}81\,\text{mm}^3 = \underline{1{,}59581\,\text{cm}^3}$$

Dann gilt für m:

$$m = 1{,}59581 \cdot 7{,}85\,\text{g} = \underline{\underline{12{,}53\,\text{g}}}$$

A 2.1 Mit dem Scheitelpunkt $S\,(\,-2\,|\,-5)$ und der Scheitelpunktsgleichung der Parabel p gilt:

$$
\begin{aligned}
& & p:\ y &= 0{,}25\,(x-(-2))^2+(-5) \qquad (\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})\\
&\iff & p:\ y &= 0{,}25\,(x+2)^2-5\\
&\iff & p:\ y &= 0{,}25\left(x^2+4x+4\right)-5\\
&\iff & p:\ y &= 0{,}25x^2+x+1-5\\
&\iff & &\underline{p:\ y = 0{,}25x^2+x-4}
\end{aligned}
$$

A 2.2 Um die Schnittpunkte zu berechnen, werden die Gleichungen der Parabel und der Gerade gleichgesetzt. Es gilt also für $x\in\mathbb{R}$ und $p\cap g$:

$$
\begin{aligned}
& & -0{,}5x+1 &= 0{,}25x^2+x-4 \qquad |+0{,}5x-1\\
&\iff & 0 &= 0{,}25x^2+1{,}5x-5\\
&\iff & x_{1,2} &= \frac{-1{,}5\pm\sqrt{1{,}5^2-4\cdot 0{,}25\cdot(-5)}}{2\cdot 0{,}25}\\
&\iff & x_{1,2} &= \frac{-1{,}5\pm\sqrt{7{,}25}}{0{,}5}\\
&\iff & &\underline{\underline{x_1=-8{,}39}} \quad \text{und} \quad \underline{\underline{x_2=2{,}39}} \qquad \mathbb{L}=\{-8{,}39;\ 2{,}39\}
\end{aligned}
$$

Für die y-Werte gilt:

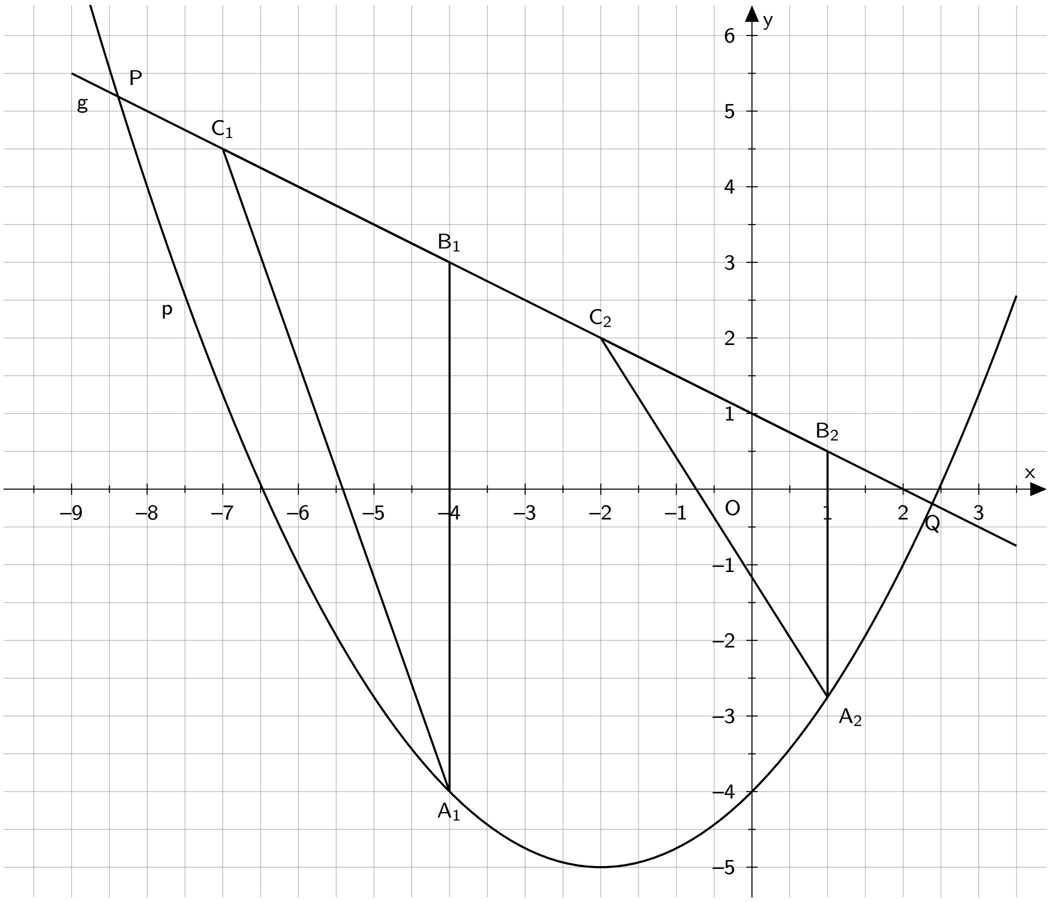
$$y_1=-0{,}5\cdot(-8{,}39)+1=\underline{\underline{5{,}20}} \qquad \text{und} \qquad y_2=-0{,}5\cdot 2{,}39+1=\underline{\underline{-0{,}20}}$$

Somit sind die Koordinaten der Punkte P und Q:

$$P\,(\,-8{,}39\,|\,5{,}20) \quad \text{und} \quad Q\,(2{,}39\,|\,-0{,}20)$$

A 2.3 Einzeichnen der Dreiecke $A_1B_1C_1$ für $x_1=-4$ und $A_2B_2C_2$ für $x_2=1$:

(**Hinweis:** Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu, da die Zeichnung für den Buchdruck skaliert wurde.)



A 2.4 Da die Abszisse der Punkte $C_n \in g$ um 3 kleiner ist, als die der Punkte $B_n \in g$, gilt für die Punkte C_n:

$$C_n\,(x-3\,|-0{,}5(x-3)+1) \qquad \Longleftrightarrow \qquad C_n\,(x-3\,|-0{,}5x+2{,}5)$$

A 2.5 Legt man gedanklich durch die Punkte B_n eine horizontale Linie parallel zur x-Achse, so unterteilt sich der Winkel $\sphericalangle C_nB_nA_n$ wie folgt:

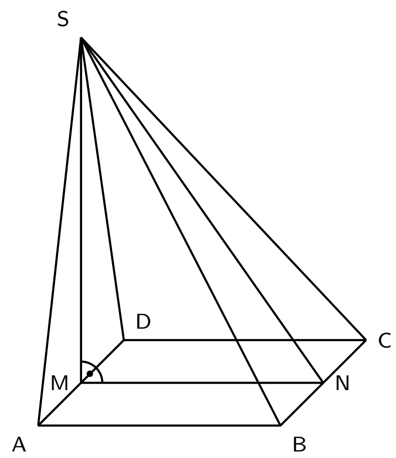
$$\tan\alpha = m_g;\, m_g = -0{,}5$$
$$\Longleftrightarrow \quad \tan\alpha = -0{,}5 \qquad |\tan^{-1}(\,)$$
$$\Longleftrightarrow \quad \alpha = -26{,}57^\circ + 180^\circ = 153{,}43^\circ$$
$$\Longleftrightarrow \quad \sphericalangle C_nB_nA_n = 360^\circ - 90^\circ - 153{,}43^\circ = 116{,}57^\circ$$

A 3.1 Das Maß $\alpha \in \,]0^\circ;\,180^\circ[$ des Winkels $\sphericalangle S_1MS_2$ wird mithilfe des Kosinussatzes berechnet:

$$\overline{S_1S_2}^2 = \overline{MS_1}^2 + \overline{MS_2}^2 - 2\cdot\overline{MS_1}\cdot\overline{MS_2}\cdot\cos\alpha$$
$$\Longleftrightarrow \quad 8{,}85^2 = 7{,}00^2 + 7{,}00^2 - 2\cdot 7{,}00\cdot 7{,}00\cdot\cos\alpha$$
$$\Longleftrightarrow \quad 8{,}85^2 = 98{,}00 - 98{,}00\cdot\cos\alpha \qquad |+98{,}00\cdot\cos\alpha\;|-8{,}85^2$$

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das Quadrat ABCD ist.
Die Spitze S der Pyramide liegt Senkrecht über dem Mittelpunkt M der Strecke [AD].
N ist der Mittelpunkt der Strecke [BC].
Es gilt: $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$; $\sphericalangle SNM = 55°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [MN] auf der Schrägbildachse und der Punkt M links vom Punkt N liegen soll. 4 P
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann die Höhe [MS] der Pyramide ABCDS und die Länge der Strecke [SN]. $\left[\text{Ergebnisse: } \overline{MS} = 11{,}43\,\text{cm};\ \overline{SN} = 13{,}95\,\text{cm}\right]$

B 2.2 Punkte P_n auf der Strecke [SN] mit $\overline{P_nS}(x) = x\,\text{cm}$ mit $x \in \mathbb{R}$ und $x \in \,]0; 13{,}95[$ sind die Spitzen von Pyramiden $BCMP_n$. Punkte F_n sind die Fußpunkte der Pyramidenhöhen $[P_nF_n]$. 4 P
Zeichnen Sie für $x = 5$ die Pyramide $BCMP_1$ zusammen mit ihrer Höhe $[P_1F_1]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels $\sphericalangle SP_1M$.
$\left[\text{Teilergebnis: } \overline{MP_1} = 7{,}88\,\text{cm}\right]$

B 2.3 Zeigen Sie, dass für das Volumen V der Pyramiden $BCMP_n$ in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (-8{,}75x + 121{,}92)\,\text{cm}^3$. 3 P

B 2.4 Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Werte von x das zugehörige Volumen der Pyramiden $BCMP_n$ mehr als 34 % des Volumens der Pyramide ABCDS beträgt. 3 P

B 2.5 Unter den Punkten P_n hat der Punkt P_2 die kürzeste Entfernung zu M. 3 P
Zeichnen Sie die Pyramide $BCMP_2$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[MP_2]$ sowie den zugehörigen Wert für x.

$$= \frac{4{,}8 \cdot 3{,}6}{2}\,\mathrm{m}^2 + \frac{6 \cdot 2{,}25 \cdot \sin 48{,}13^\circ}{2}\,\mathrm{m}^2 + \frac{1{,}69 \cdot 3{,}6 \cdot \sin 126{,}42^\circ}{2}\,\mathrm{m}^2$$
$$= \underline{16{,}11\,\mathrm{m}^2}$$

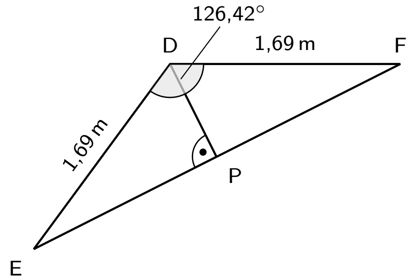
Für den Inhalt des Kreissektors gilt:

$$\begin{aligned} A_{\text{Kreissektor}} &= \frac{\mu}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi \\ &= \frac{\sphericalangle EDC}{360^\circ} \cdot \overline{DE}^2 \cdot \pi \\ &= \frac{126{,}42^\circ}{360^\circ} \cdot 1{,}69^2 \cdot \pi\,\mathrm{m}^2 \\ &= \underline{3{,}15\,\mathrm{m}^2} \end{aligned}$$

Die zu fliesende Fläche A beträgt also:

$$A = (16{,}11 - 3{,}15)\,\mathrm{m}^2 = \underline{\underline{12{,}96\,\mathrm{m}^2}}$$

B 1.6 Da der Punkt P minimale Entfernung zum Punkt D hat, handelt es sich bei der Strecke [PD] um ein Lot auf [EF]. Einzeichnen der Strecke [EF] und des Punktes P: Siehe Zeichnung von Aufgabe B 1.2.
Da es sich bei dem Dreieck DEF um ein gleichschenkliges Dreieck handelt (siehe Skizze), kann die Streckenlänge $\overline{PD}$ mit dem Kosinus wie folgt berechnet werden:

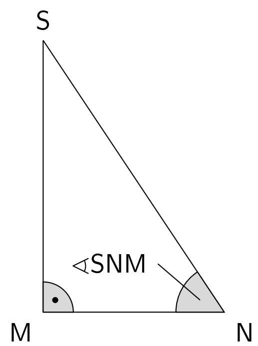


$$\begin{aligned} \cos(0{,}5 \cdot \sphericalangle EDF) &= \frac{\overline{PD}}{\overline{DE}} \\ \Longleftrightarrow \quad \cos(0{,}5 \cdot 126{,}42^\circ) &= \frac{\overline{PD}}{1{,}69\,\mathrm{m}} \qquad \mid \cdot 1{,}69\,\mathrm{m} \\ \Longleftrightarrow \quad \overline{PD} &= 1{,}69 \cdot \cos 63{,}21^\circ\,\mathrm{m} \\ \Longleftrightarrow \quad \underline{\underline{\overline{PD}}} &\underline{\underline{= 0{,}76\,\mathrm{m}}} \end{aligned}$$

B 2.1 Schrägbild mit Schrägbildachse [MN], $q = \frac{1}{2}$ und $\omega = 45^\circ$ zeichnen: Siehe nächste Seite.

Die Höhe der Strecke [MS] berechnet sich im rechtwinkligen Dreieck MNS mithilfe des Tangens wie folgt:

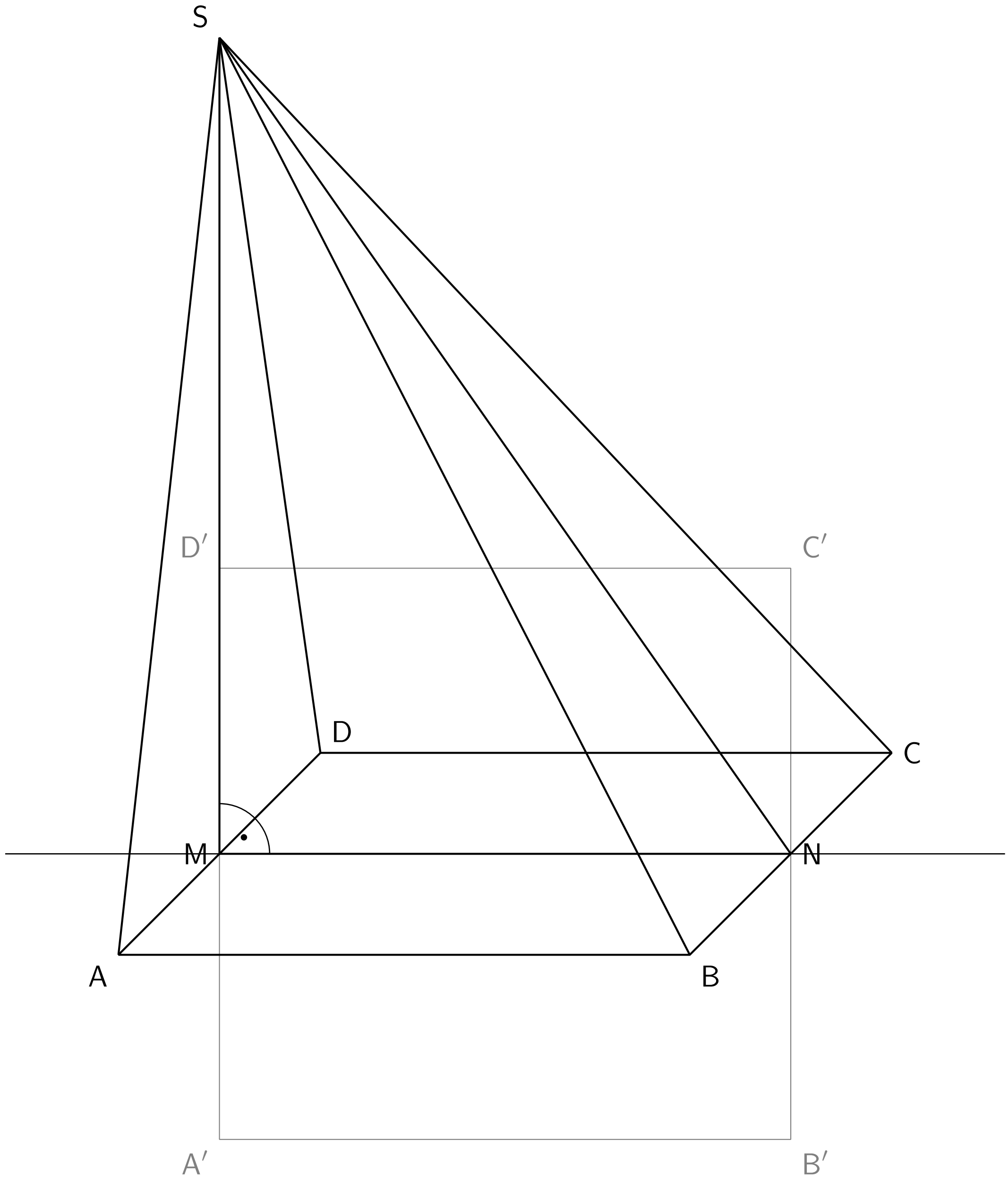
$$\begin{aligned} \tan \sphericalangle SNM &= \frac{\overline{MS}}{\overline{MN}} \\ \Longleftrightarrow \quad \tan 55^\circ &= \frac{\overline{MS}}{8\,\mathrm{cm}} \qquad \mid \cdot 8\,\mathrm{cm} \\ \Longleftrightarrow \quad \overline{MS} &= 8\,\mathrm{cm} \cdot \tan 55^\circ \\ \Longleftrightarrow \quad \underline{\underline{\overline{MS}}} &\underline{\underline{= 11{,}43\,\mathrm{cm}}} \end{aligned}$$



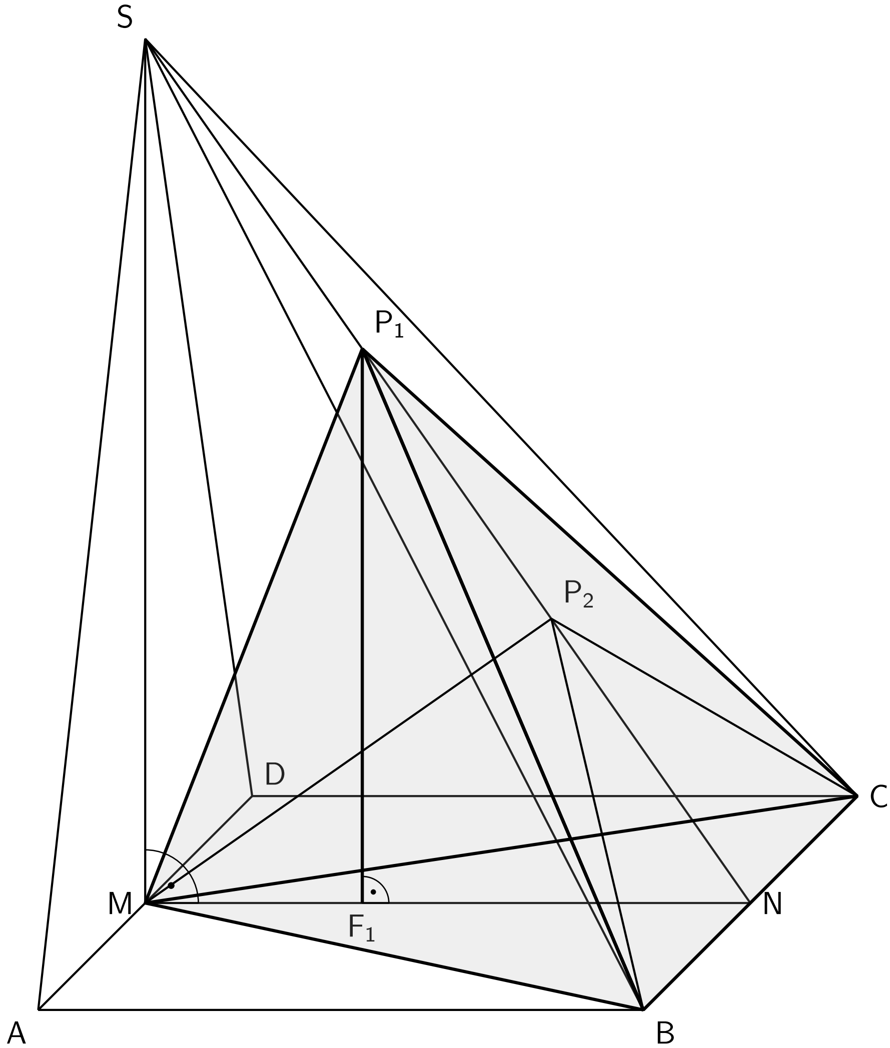
Die Länge der Strecke [SN] berechnet sich im rechtwinkligen Dreieck MNS mithilfe des Kosinus wie folgt:

$$
\begin{aligned}
& & \cos \sphericalangle SNM &= \frac{\overline{MN}}{\overline{SN}} & & \\
\Longleftrightarrow & & \cos 55^\circ &= \frac{8\,\text{cm}}{\overline{SN}} & & \mid \cdot\, \overline{SN} \quad \mid : \cos 55^\circ \\
\Longleftrightarrow & & \overline{SN} &= \frac{8\,\text{cm}}{\cos 55^\circ} & & \\
\Longleftrightarrow & & \underline{\underline{\overline{SN} = 13{,}95\,\text{cm}}} & & &
\end{aligned}
$$

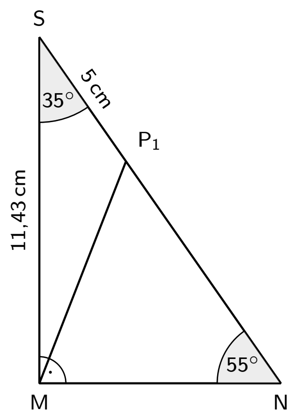
(**Hinweis:** Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu, da die Zeichnung für den Buchdruck skaliert wurde.)



B 2.2 Einzeichnen der Pyramide $BSMP_1$ und ihrer Höhe $[P_1F_1]$ für $x = 5$:
(**Hinweis:** Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu, da die Zeichnung für den Buchdruck skaliert wurde.)



Das Maß des Winkels $\sphericalangle SP_1M$ muss mithilfe des Kosinussatzes im Dreieck MP_1S berechnet werden (siehe Skizze). Hierzu wir die Länge $\overline{MP_1}$ benötigt. Diese wird ebenfalls mit dem Kosinussatz im Dreieck MP_1S berechnet. Für den Winkel $\sphericalangle MSN$ gilt: $\sphericalangle MSN = 180° - 90° - 55° = 35°$. Für $\overline{MP_1}$ gilt also:



$$\overline{P_1M}^2 = \overline{MS}^2 + \overline{P_1S}^2 - 2 \cdot \overline{MS} \cdot \overline{P_1S} \cdot \cos \sphericalangle MSN \quad |\sqrt{\ }$$

$$\iff \quad \overline{P_1M} = \sqrt{11{,}43^2 + 5^2 - 2 \cdot 11{,}43 \cdot 5 \cdot \cos 35°}\ \text{cm}$$

$$\iff \quad \overline{P_1M} = \sqrt{62{,}02}\ \text{cm}$$

$$\iff \quad \underline{\overline{P_1M} = 7{,}88\ \text{cm}}$$

Für den Winkel $\sphericalangle SP_1M$ gilt dann:

$$\overline{MS}^2 = \overline{P_1M}^2 + \overline{P_1S}^2 - 2 \cdot \overline{P_1M} \cdot \overline{P_1S} \cdot \cos \sphericalangle SP_1M$$

$$\iff \quad 11{,}43^2 = 7{,}88^2 + 5^2 - 2 \cdot 7{,}88 \cdot 5 \cdot \cos \sphericalangle SP_1M \quad | - 7{,}88^2$$

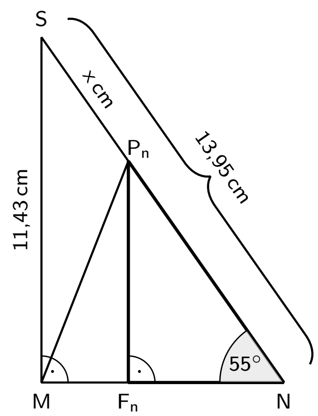
$$\iff \quad 11{,}43^2 - 7{,}88^2 = 25 - 78{,}8 \cdot \cos \sphericalangle SP_1M \quad | - 25$$

$$\begin{aligned}
&\Longleftrightarrow \quad 11{,}43^2 - 7{,}88^2 - 25 = -78{,}8 \cdot \cos\sphericalangle SP_1M && \mid : (-78{,}8)\\
&\Longleftrightarrow \quad \frac{11{,}43^2 - 7{,}88^2 - 25}{-78{,}8} = \cos\sphericalangle SP_1M\\
&\Longleftrightarrow \quad -0{,}5527 = \cos\sphericalangle SP_1M && \mid \cos^{-1}(\,)\\
&\Longleftrightarrow \quad \underline{\underline{\sphericalangle SP_1M = 123{,}55^\circ}}
\end{aligned}$$

B 2.3 Allgemein gilt für das Volumen einer Pyramide $V = \frac{1}{3}G \cdot h$, wobei G die Grundfläche und h die Pyramidenhöhe ist. Die Grundfläche G der Pyramiden $BCMP_n$ ist der Flächeninhalt des gleichschenkligen Dreiecks BCM: $G = \frac{1}{2}\overline{AB} \cdot \overline{AB}$. Die Pyramidenhöhe h ist die Länge der Strecke $[P_nF_n]$. Zusammenfassend gilt also für das Volumen V der Pyramiden $BCMP_n$:

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AB}^2 \cdot \overline{F_nP_n}$$

Für die Streckenlänge $\overline{NP_n}$ gilt (für $x \in \mathbb{R}$ und $x \in \,]0;\, 13{,}95[$):



$$\overline{NP_n}(x) = \overline{SN} - \overline{P_nS}$$
$$\underline{\overline{NP_n}(x) = (13{,}95 - x)\,\text{cm}}$$

Im rechtwinkligen Dreieck F_nNP_n gilt dann mit dem Sinus:

$$\begin{aligned}
&\sin\sphericalangle P_nNF_n = \frac{\overline{F_nP_n}}{\overline{NP_n}(x)} && \mid \cdot\, \overline{NP_n}(x)\\
\Longleftrightarrow \quad &\overline{F_nP_n} = \overline{NP_n}(x) \cdot \sin\sphericalangle P_nNF_n\\
\Longleftrightarrow \quad &\overline{F_nP_n} = (13{,}95 - x) \cdot \sin 55^\circ\,\text{cm}\\
\Longleftrightarrow \quad &\underline{\overline{F_nP_n} = (11{,}43 - 0{,}82x)\,\text{cm}}
\end{aligned}$$

Einsetzen in die Volumenformel von oben ergibt:

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8^2 \cdot (11{,}43 - 0{,}82x)\,\text{cm}^3$$
$$V(x) = \frac{32}{3} \cdot (11{,}43 - 0{,}82x)\,\text{cm}^3$$
$$V(x) = \underline{\underline{(121{,}92 - 8{,}75x)\,\text{cm}^3}}$$

B 2.4 Zunächst muss das Volumen der Pyramide ABCDS bestimmt werden:

$$V_{ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot \overline{AB}^2 \cdot \overline{MS}$$
$$V_{ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 11{,}43\,\text{cm}^3$$
$$\underline{V_{ABCDS} = 243{,}84\,\text{cm}^3}$$

Die Frage, für welche x das Volumen der Pyramiden $BCMP_n$ mehr als 34 % des Volumens der Pyramide ABCDS beträgt, lässt sich als die folgende Gleichung formulieren und lösen, wobei für x stets $x \in \mathbb{R}$ und $x \in \,]0;\, 13{,}95[$ gilt:

$$V(x) > 0{,}34 \cdot 243{,}84\,\text{cm}^3$$

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-2\,|\,19)$ und $Q(4\,|\,-5)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = 0{,}5x^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$.
Die Gerade g besitzt die Gleichung $y = 0{,}5x - 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p die Gleichung $y = 0{,}5x^2 - 5x + 7$ besitzt. 4 P
Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g für $x \in [0;\ 10]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $0 \leqq x \leqq 10; -6 \leqq y \leqq 8$

B 1.2 Punkte $A_n(x\,|\,0{,}5x^2 - 5x + 7)$ auf der Parabel p und Punkte $C_n(x\,|\,0{,}5x - 2)$ auf der Gerade g besitzen dieselbe Abszisse x. Diese Punkte bilden zusammen mit Punkten B_n und D_n Rauten $A_nB_nC_nD_n$, wobei gilt: $\overline{B_nD_n} = 2\,\text{LE}$ und $y_{C_n} > y_{A_n}$. 2 P
Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 3$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 6$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

B 1.3 Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Werte von x es Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gibt. 3 P
Geben Sie das Intervall für x an.

B 1.4 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{A_nC_n}(x) = (-0{,}5x^2 + 5{,}5x - 9)\,\text{LE}$. 4 P
Berechnen Sie sodann das Maß φ des Winkels $D_2C_2B_2$ und die Seitenlänge $\overline{A_2B_2}$ der Raute $A_2B_2C_2D_2$.

B 1.5 Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n. 2 P

B 1.6 Begründen Sie rechnerisch, dass der Flächeninhalt A der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ stets kleiner als 7 FE ist. 2 P

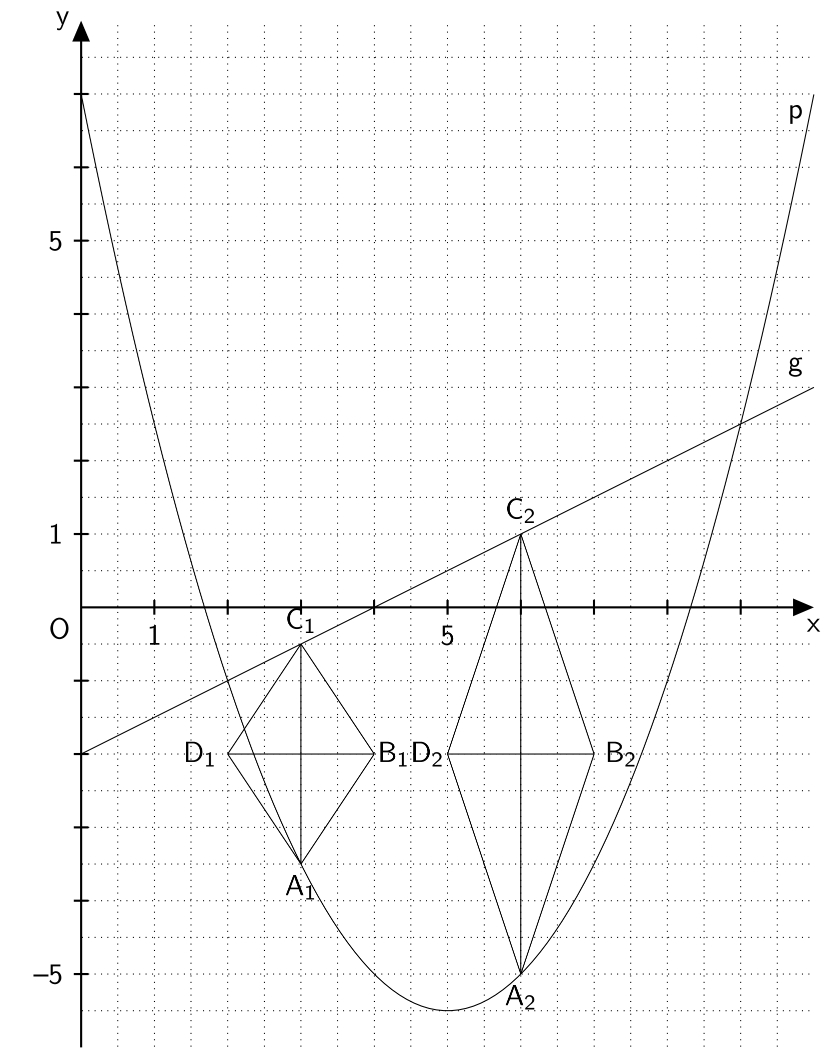
B 1.1 Setzt man die Koordinaten der Punkte P und Q in die gegebene Form der Gleichung ein, so ergeben sich zwei Gleichungen:

$$
\begin{array}{rrcll}
\text{(I)} & 19 &=& 0{,}5 \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c & \\
\Longleftrightarrow & 19 &=& 2 - 2b + c & |-2 \\
\Longleftrightarrow & 17 &=& -2b + c & \\
\text{(II)} & -5 &=& 0{,}5 \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c & \\
\Longleftrightarrow & -5 &=& 8 + 4b + c & |-8 \\
\Longleftrightarrow & -13 &=& 4b + c & \\
\text{(I)} - \text{(II)} & 17 - (-13) &=& -2b + c - (4b + c) & \\
\Longleftrightarrow & 30 &=& -6b & |:(-6) \\
\Longleftrightarrow & & & \underline{b = -5} & \\
\text{in (I)} & 17 &=& -2 \cdot (-5) + c & |-10 \\
\Longleftrightarrow & & & \underline{c = 7} &
\end{array}
$$

Es gilt also $\underline{\underline{\mathbb{L}\,(b\,|\,c) = \{(-5\,|\,7)\}}}$ und die Gleichung der Parabel lautet $p\colon\ y = 0{,}5x^2 - 5x + 7$.

Graphische Darstellung:

(**Hinweis:** Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu, da die Zeichnung für den Buchdruck skaliert wurde.)

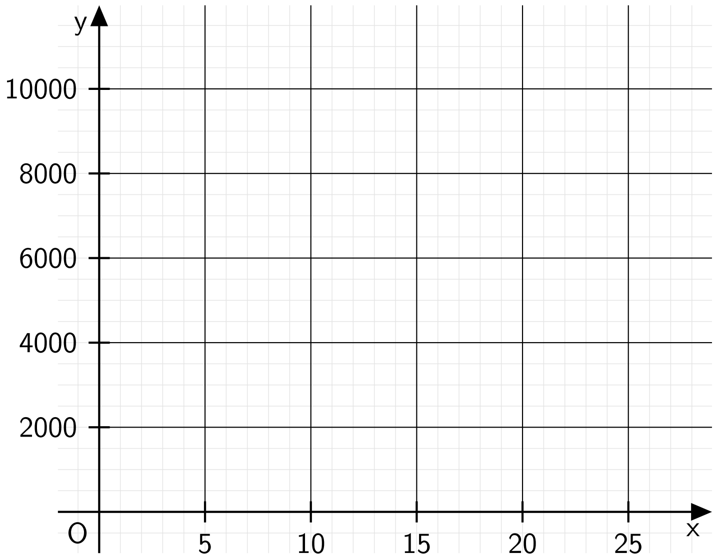


A 1.0 Am 22.02.2020 kaufte sich Claudia für 2 000 € Aktien. Sie geht davon aus, dass der Wert y € ihrer Aktien nach x Jahren durch die Funktion $f\colon y = 2\,000 \cdot 1{,}07^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ dargestellt werden kann.

A 1.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Ganze gerundet. 2 P
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem ein.

x	0	5	10	15	20	25
$2\,000 \cdot 1{,}07^x$						

(**Hinweis:** Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu, da die Zeichnung für den Buchdruck skaliert wurde.)



A 1.2 Ergänzen Sie die folgende Aussage. 1 P
Claudia nimmt an, dass der Wert ihrer Aktien jährlich um ______ Prozent zunimmt.

A 1.3 Ermitteln Sie mithilfe des Graphen, nach welcher Zeit sich das Anfangskapital verfünffacht hätte. 1 P

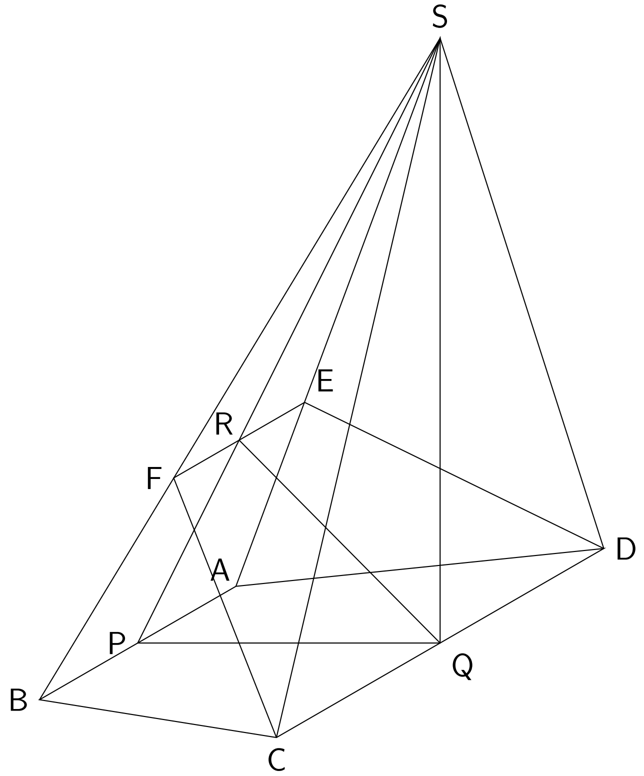
A 1.4 Claudia plant, am 22.02.2065 in den Ruhestand zu gehen. 1 P
Bestimmen Sie rechnerisch, wie viel ihre Aktien zu diesem Zeitpunkt nach der oben getroffenen Annahme wert wären. Runden Sie auf ganze Euro.

A 2.0 Das Schrägbild zeigt die Pyramide ABCDS mit dem gleichschenkligen Trapez ABCD als Grundfläche und der Höhe [QS]. Der Punkt P ist der Mittelpunkt der Strecke [AB] und der Punkt Q ist der Mittelpunkt der Strecke [CD].

Es gilt: [AB] || [CD]; $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$; $\overline{CD} = 10\,\text{cm}$; $\overline{QS} = 8\,\text{cm}$; $\overline{PQ} = 4\,\text{cm}$.

Der Punkt R liegt auf der Strecke [PS] mit $\overline{PR} = 3\,\text{cm}$. Er ist der Mittelpunkt der Strecke [EF] mit $E \in [AS]$, $F \in [BS]$ und [EF] || [AB].

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



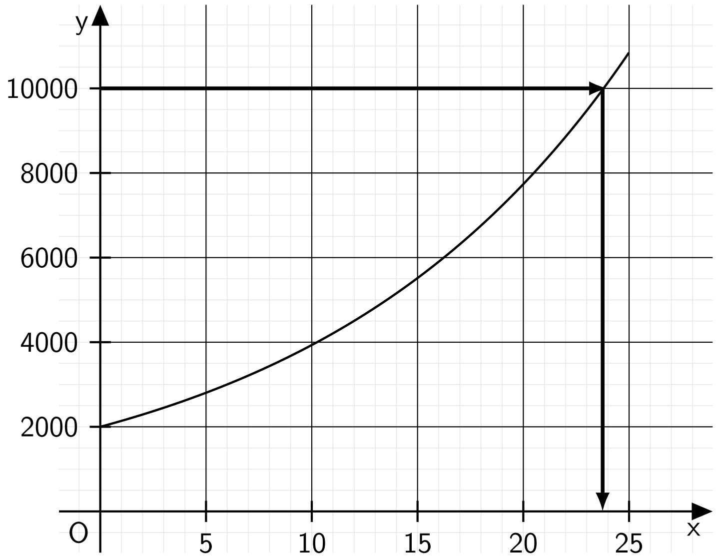
A 2.1 Berechnen Sie die Längen der Strecken [PS] und [EF]. 2 P

[Ergebnis: $\overline{PS} = 8{,}94\,\text{cm}$; $\overline{EF} = 3{,}99\,\text{cm}$]

A 1.1 Anfertigen einer Wertetabelle:

x	0	5	10	15	20	25
$2000 \cdot 1{,}07^x$	2000	2805	3934	5518	7739	10855

Damit kann der Graph zu f in das Koordinatensystem eingezeichnet werden.
(**Hinweis:** Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu, da das Koordinatensystem für den Buchdruck skaliert wurde.)



A 1.2 Der Wert der jährlichen Zunahme lässt sich an der Basis ablesen: 1,07. Der vervollständigte Satz lautet also:
Claudia nimm an, dass der Wert ihrer Aktien jährlich um 7 Prozent zunimmt.

A 1.3 Es ist gesucht, nach welcher Zeit sich das Anfangskapital (2000 €) verfünffacht hat (10000 €). Dafür wird in der Abbildung bei 10000 € eine horizontale Linie eingezeichnet. An der Stelle, an der diese den Graphen schneidet, wird eine vertikale Linie gezeichnet. Anhand derer kann der Zeitpunkt an der Achse abgelesen werden (siehe Pfeile in graphischer Darstellung in Teilaufgabe 1.1).
Ein verfünffachen des Startkapitals wäre demnach nach etwa 24 Jahren erreicht.

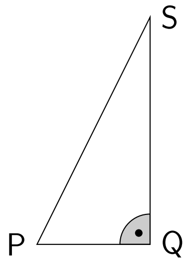
A 1.4 Zu diesem Zeitpunkt wären die Aktien seit $2065 - 2020 = 45$ Jahren in ihrem Besitz. Der Wert ergibt sich dann durch Einsetzen von $x = 45$ in die Funktion:

$$
\begin{aligned}
& y = 2000 \cdot 1{,}07^{45} \\
\Longleftrightarrow \quad & y = 42005
\end{aligned}
$$

Nach der oben getroffenen Annahme wären die Aktien zu diesem Zeitpunkt 42005 € wert.

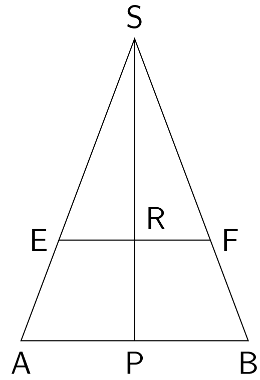
A 2.1 Für die Berechnung der Strecke [PS] kann im rechtwinkligen Dreieck PQS der Satz des Pythagoras verwendet werden:

$$\overline{PS}^2 = \overline{PQ}^2 + \overline{QS}^2 \qquad |\sqrt{\ }$$
$$\Longleftrightarrow \quad \overline{PS} = \sqrt{4^2 + 8^2}\,\text{cm}$$
$$\Longleftrightarrow \quad \underline{\underline{\overline{PS} = 8{,}94\,\text{cm}}}$$



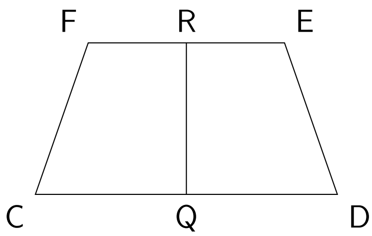
Um die Länge der Strecke [EF] zu ermitteln wird im Dreieck ABS der Vierstreckensatz angewendet, was erlaubt ist, weil [AB]||[EF] ist.

$$\frac{\overline{EF}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{RS}}{\overline{PS}}$$
$$\Longleftrightarrow \quad \frac{\overline{EF}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{PS} - \overline{PR}}{\overline{PS}} \qquad | \cdot \overline{AB}$$
$$\Longleftrightarrow \quad \overline{EF} = \frac{8{,}94 - 3}{8{,}94} \cdot 6\,\text{cm}$$
$$\Longleftrightarrow \quad \underline{\underline{\overline{EF} = 3{,}99\,\text{cm}}}$$



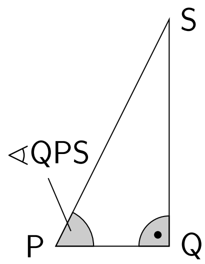
A 2.2 Der Flächeninhalt des Trapezes ergibt sich aus den Längen von Unter ($\overline{CD}$) - und Oberkante ($\overline{EF}$) und Höhe ($\overline{QR}$) zu:

$$A = 0{,}5 \cdot (\overline{EF} + \overline{CD}) \cdot \overline{QR}$$



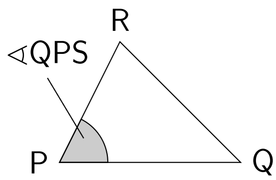
Da $\overline{CD}$ gegeben und $\overline{EF}$ in Teilaufgabe 2.1 berechnet wurde, muss noch die Länge $\overline{QR}$ bestimmt werden. Dafür wird zunächst erneut das Dreieck PQS betrachtet:

$$\tan \sphericalangle QPS = \frac{\overline{QS}}{\overline{PQ}}$$
$$\Longleftrightarrow \quad \tan \sphericalangle QPS = \frac{8}{4} \qquad | \tan^{-1}(\ )$$
$$\Longleftrightarrow \quad \sphericalangle QPS = 63{,}43^\circ$$



Mithilfe dieses berechneten Winkels kann nun der Cosinussatz im Dreieck PQR betrachtet werden.

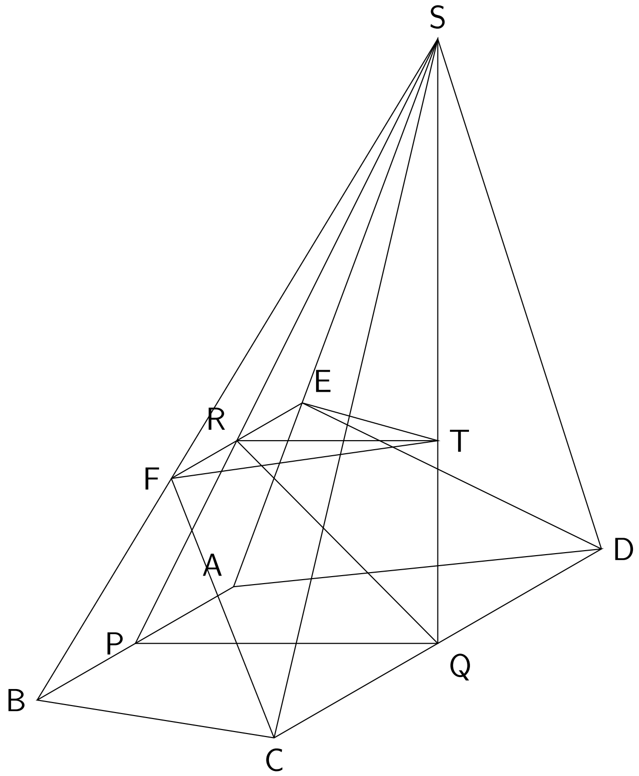
$$\overline{QR}^2 = \overline{PQ}^2 + \overline{PR}^2 - 2 \cdot \overline{PQ} \cdot \overline{PR} \cdot \cos \sphericalangle QPS \qquad |\sqrt{\ }$$
$$\Longleftrightarrow \quad \overline{QR} = \sqrt{4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cos \sphericalangle 63{,}43^\circ}\,\text{cm}$$
$$\Longleftrightarrow \quad \overline{QR} = 3{,}78\,\text{cm}$$



Damit kann nun der Flächeninhalt des Trapezes berechnet werden:

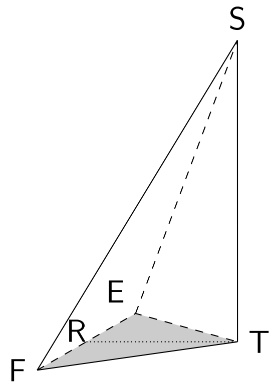
$$\begin{aligned} A &= 0{,}5 \cdot (\overline{EF} + \overline{CD}) \cdot \overline{QR} \\ &= 0{,}5 \cdot (3{,}99 + 10) \cdot 3{,}78\,\text{cm}^2 \\ &= \underline{\underline{26{,}44\,\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

A 2.3 Einzeichnen der Pyramide EFTS:



Das Volumen der Pyramide EFTS ergibt sich aus der Fläche des Dreiecks FTE als Grundfläche und $\overline{ST}$ als Höhe:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \overline{EF} \cdot \overline{RT}\right) \cdot \overline{ST}$$



Die Längen $\overline{RT}$ und $\overline{ST}$ können anhand des Dreiecks RTS bestimmt werden. Da es sich um Stufenwinkel handelt, ist $\sphericalangle QPS = \sphericalangle TRS = 63{,}43°$.

Das könnte Sie auch interessieren:

10. KLASSE

DIE PERFEKTE PRÜFUNGSVORBEREITUNG!

REALSCHULE BAYERN

- ABSCHLUSSPRÜFUNG MATHEMATIK WPFG I ODER II/III UND PHYSIK

ZEIT FÜR LERNEN!

TIPP! PRÜFUNGSVORBEREITUNG PFINGSTEN 2021 FÜR REALSCHÜLER IN 5 TAGEN FIT WERDEN IN MATHE ODER BWR - Mehr unter https://lern.de

Jetzt überall im Buchhandel oder direkt auf https://www.lern-verlag.de bestellen!

Hier wachsen kluge Köpfe

lernverlag®
www.lern-verlag.de

ENTWICKELT VON PÄDAGOGEN

Original-Abschlussprüfungen Mathematik II/III Realschule 10. Klasse Bayern 2021

- ✓ Original-Abschlussprüfungen 2013 - 2020
- ✓ Anschauliche, ausführliche und nachvollziehbare Lösungswege
- ✓ Optimal zur Vorbereitung auf einzelne Schulaufgaben geeignet
- ✓ Mit übersichtlicher Darstellung aller Themengebiete und Beispielen zur Vorbereitung auf die einzelnen Schulaufgaben
- ✓ Kostenloser Downloadbereich mit Übungen und Lösungen
- ✓ Mit Ferien- und Prüfungsplaner 2020/2021

Mathe WPFG II/III - Trainer für Realschule 2021

- Ideal für das SELBSTLERNEN ZU HAUSE geeignet -

Bestell-Nr.:
EAN 9783743000698

Realschule 10. Klasse | Mittlerer Schulabschluss | Bayern

ISBN 978-3-7430-0069-8

9 783743 000698 >

€ 10,90

lern.de Bildungsgesellschaft mbH
lernverlag
Fürstenrieder Straße 52
80686 München
E-Mail: kontakt@lern-verlag.de