

10.  
Klasse

# Wirtschaftsschule MSA Bayern 2021

## Mathematik

- Ideal für Homeschooling geeignet -

### INKLUSIVE:

- ✓ Original-Prüfungen 2015 - 2020
- ✓ Musterprüfungen nach LehrplanPLUS
- ✓ Merkhilfe
- ✓ Ausführlichen Lösungen zu den einzelnen Prüfungen
- ✓ kostenloser Downloadbereich per QR-Code

SCAN ME



# WS 10

Wirtschaftsschule 10. Klasse | Mittlerer Schulabschluss | Bayern

MSA 2021

# 2020/2021 Schuljahresplaner

September	Oktober	November	Dezember	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli
1 Di 1 Do	1 Do <b>1 So</b> Alternativtag	1 Di <b>1 Fr</b> Neujahr	1 Mo 5	1 Mo 9	1 Do 1 Sa 1 Tag der Arbeit	1 Di 1 Do	1 Sa 1 Fr	1 Di 1 Do	1 Di 1 Do	1 Do
2 Mi 2 Fr	2 Fr 2 Mo 45	2 Mo 2 Mi	<b>2 Sa</b>	2 Di 2 Di	2 Di 2 Fr Karfreitag	<b>2 So</b>	2 So	2 Mi	2 Mi	2 Fr
3 Do <b>3 Sa</b> <small>Tag der Deutschen Einheit</small>	3 Di 3 Do	<b>3 So</b>	3 Mi 3 Mi	3 Mi 3 Mi	3 Sa	3 Mo 18	3 Mo 18	3 Do Frömmelmarkt	<b>3 Sa</b>	
4 Fr <b>4 So</b>	4 Mi 4 Fr	4 Mo 1	4 Mo 1	4 Do 4 Do	<b>4 So</b> Ostern	4 Di 4 Di	4 Fr	<b>4 So</b>		
<b>5 Sa</b>	5 Mo 41	<b>5 Sa</b>	5 Di 5 Fr	5 Di 5 Fr	<b>5 Mo</b> <small>Ostersonntag</small>	5 Mi 14	<b>5 Mi</b>	<b>5 Sa</b>	5 Mo 27	
<b>6 So</b>	6 Di 6 Fr	<b>6 So</b>	6 Mi <small>Hl. Drei Könige</small>	<b>6 Sa</b>	<b>6 Sa</b>	6 Di 6 Do	<b>6 So</b>	6 Di	6 Di	
7 Mo 37	7 Mi 7 Sa	7 Mo 50	7 Do 7 So	<b>7 So</b>	<b>7 So</b>	7 Mi 7 Fr	7 Fr	7 Mo 23	7 Mi 23	
8 Di 8 Do	8 Di 8 Fr	8 Mo 6	8 Mo 8 Mo 10	8 Mo 8 Mo 8 Do	<b>8 Sa</b>	8 Di 8 Do	8 Di 8 Do	8 Di 8 Do	8 Di 8 Do	
9 Mi 9 Fr	9 Mo 46	<b>9 Sa</b>	9 Di 9 Fr	9 Di 9 Fr	<b>9 So</b> <small>Mittwoch</small>	9 Mi 9 Mi	9 Mi 9 Mi	9 Fr 9 Fr	9 Fr 9 Fr	
10 Do <b>10 Sa</b>	10 Di 11 Fr	10 Do <b>11 So</b>	10 Mi 11 Mi	10 Mi 11 Fr	11 Mo 2	11 Do <b>11 So</b>	11 Di 11 Fr	11 Di <b>11 So</b>		
<b>12 Sa</b>	12 Mo 42	<b>12 Sa</b>	12 Di 12 Fr	12 Di 12 Fr	12 Mo 12 Fr	12 Mo 15	<b>12 Sa</b>	12 Mo 28		
<b>13 So</b>	13 Di 13 Fr	<b>13 So</b>	13 Mi 13 Sa	13 Mi 13 Sa	13 Di 13 Do <small>Chemikimatest</small>	<b>13 So</b>	13 Di 13 So	13 Di 13 So		
14 Mo 38	14 Mi 14 Sa	14 Sa 14 Mo 51	14 Do <b>14 So</b>	<b>14 So</b>	14 Mi 14 Fr	14 Mi 14 Fr	14 Mo 24	14 Mi 24		
15 Di 15 Do	15 Do <b>15 So</b>	15 Di 15 Fr	15 Di 15 Fr	15 Mo Rosenmontag 7	15 Mo 11	15 Do <b>15 Sa</b>	15 Di 15 Do	15 Di 15 Do		
16 Mi 16 Fr	16 Mo 47	16 Mi 16 Sa	16 Mi 16 Sa	16 Di 16 Di	16 Fr 16 So	16 Mi 16 Mi	16 Fr 16 Fr			
17 Do 17 Sa	17 Di 17 Fr	17 Do <b>17 So</b>	17 Do 17 Mi	17 Mi 17 So	17 Mi 17 Sa	17 Mo 20	17 Mo 20	17 Do 17 Sa		
18 Fr <b>18 So</b>	18 Mi 18 Fr	18 Mi 18 Fr	18 Mo 3	18 Do 18 Do	<b>18 So</b>	18 Di 18 Di	18 Fr <b>18 So</b>	18 Fr 18 So		
19 Sa 19 Mo	19 Mo 43	19 Sa 19 Do	19 Sa 19 Di	19 Di 19 Fr	19 Mo 19 Mo 16	19 Mi 19 Mi	<b>19 Sa</b>	19 Mo 29		
<b>20 So</b>	20 Di 20 Fr	<b>20 So</b>	20 Mi 20 Sa	20 Mi 20 Sa	20 Di 20 Di	20 Do 20 Do	<b>20 So</b>	20 Di 20 Di		
21 Mo 39	21 Mi 21 Sa	21 Mo 52	21 Do <b>21 So</b>	<b>21 So</b>	21 Mi 21 Fr	21 Mi 21 Fr	21 Mo Deutsch 25	21 Mi 21 Mi		
22 Di 22 Do	<b>22 So</b>	22 Di 22 Fr	22 Mo 8	22 Mo 8	22 Do 22 Do	<b>22 Sa</b>	22 Di BSK	22 Do 22 Do		
23 Mi 23 Fr	23 Mo 48	23 Mi <b>23 Sa</b>	23 Mo 23 Mi	23 Di 23 Di	23 Fr 23 Fr	<b>23 So</b> <small>Prüfung</small>	23 Mi 23 Mi	23 Fr 23 Fr		
24 Do <b>24 Sa</b>	24 Di 24 Do	<b>24 So</b>	24 Mi 24 Mi	<b>24 Sa</b>	<b>24 Mo</b> <small>Frühjahr</small>	24 Fr 24 Fr	24 Do Englisch 24 Sa			
25 Fr <b>25 So</b> <small>Ende der Sommerzeit</small>	25 Mi 25 Mi	<b>25 Fr</b> 1. Wahlnachprüfung	25 Mo 4	25 Do 25 Do	<b>25 So</b>	25 Di 25 Fr	25 Fr Ersatzfremdsprache	<b>25 So</b>		
<b>26 Sa</b>	26 Mo 44	<b>26 Sa</b> 2. Wahlnachprüfung	26 Di 26 Fr	26 Fr 26 Fr	26 Mo 17	<b>26 Sa</b>	26 Mo 30	26 Mo 30		
<b>27 So</b>	27 Di 27 Fr	<b>27 So</b>	27 Mi 27 Sa	27 Sa 27 Sa	27 Di 27 Do	<b>27 So</b>	27 Di 27 Di			
28 Mo 40	28 Mi <b>28 Sa</b>	28 Mo 53	28 Do 28 Do	<b>28 So</b>	<b>28 So</b> <small>Beginn der Sommerzeit</small>	28 Mi 28 Fr	28 Mo 26	28 Mi 28 Mi		
29 Di 29 Do	<b>29 So</b> 1. Advent	29 Di 29 Fr			29 Mo 13	29 Do 29 Do	29 Di 29 Do	29 Di 29 Do		
30 Mi 30 Fr	30 Mo 49	30 Mi 30 Mi	30 Sa 30 Sa		30 Di 30 Di	30 Fr 30 Fr	30 So 30 Mi	30 Mi 30 Fr		
	31 Sa Reformationstag		31 Do Silvester		31 Mi 31 Mi	31 Mo 22	31 Sa 31 Sa			

Sonn- und Feiertage

Ferien

Abschlussprüfungen

**Original-Prüfungen  
Mathematik  
Wirtschaftsschule Bayern  
2021**

erstellt

für Schülerinnen und Schüler der Wirtschaftsschule  
Bayern



## Vorwort

Liebe Schülerinnen, liebe Schüler,

in diesem speziellen Prüfungsvorbereitungsbuch **Original-Prüfungen Mathematik Wirtschaftsschule Bayern 2021** sind die letzten sechs zentral gestellten Original-Prüfungen der Jahre 2015 bis 2020 und der neuen Musterprüfungen (LehrplanPLUS) enthalten. Die Lösungen sind schülergerecht, lehrplankonform und ausführlich ausgearbeitet. In den älteren Prüfungen wurden die Themen, die nicht mehr lerhplankonform sind, markiert.

## Hinweise - Änderungen

Die Abschlussprüfung 2021 findet nach Vorgaben des *Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus* am **18.06.2021** statt. Folgende Änderungen sind bekannt:  
(Stand 01.09.2020 - Angaben ohne Gewähr)

	<b>Bis 2017</b>	<b>Ab 2018</b>
<b>Prüfungsteile</b>	Nur ein Prüfungsteil mit allen zugelassenen Hilfsmitteln	Zwei Prüfungsteile Teil A: ohne TR Teil B: mit TR und Merkhilfe
<b>Prüfungsdauer</b>	180 min	Teil A: 20 min Teil B: 130 min Gesamt: 150 min
<b>Aufgaben</b>	Fünf Aufgaben mit je 20 Pkt.	Teil A: 15 Pkt. Teil B: 4 Aufgaben je 15 Pkt.
<b>Themengebiete</b>	<b>Pflichtthemen</b> 1. Finanzmathematik 2. Folgen und Reihen 3. Trigonometrie <b>Wahlthemen (2 aus 4)</b> 4. Stochastik 5. Funktionen 6. Körper 7. Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktion und - gleichungen 8. Aufgabenstellung mit versch. Themenbezügen	Teil A: für alle verpflichtend Teil B: <b>Pflichtthemen</b> 1. Finanzmathematik 2. Funktionaler Zusammenhang  <b>Wahlthemen (2 aus 3)</b> 3. Trigonometrie 4. Daten und Zufall 5. Raum und Form

Der Notenschlüssel wird vom *Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus* festgelegt.

<b>Notenschlüssel</b>	Note 1: 100 – 86 Pkt. Note 2: 85 – 71 Pkt. Note 3: 70 – 56 Pkt. Note 4: 55 – 41 Pkt. Note 5: 40 – 20 Pkt. Note 6: 19 – 0 Pkt.	Note 1: 75 – 64,5 Pkt. Note 2: 64 – 53 Pkt. Note 3: 52,5 – 42 Pkt. Note 4: 41,5 – 30,5 Pkt. Note 5: 30 – 15 Pkt. Note 6: 14,5 – 0 Pkt.
<b>Zugelassene Hilfsmittel</b>	Elektr., nicht programmierbarer TR; zugel. Formelsammlung sowie die in einem KMS bekannt gegebenen Ergänzungen.	Elektr., nicht programmierbarer TR; zugel. Merkhilfe sowie die in einem KMS bekannt gegebenen Ergänzungen (außer Teil A).

## Impressum

**iern.de Bildungsgesellschaft mbH (lernverlag)**

Geschäftsführer: Sascha Jankovic

Fürstenrieder Str. 52

80686 München

Amtsgericht München: HRB 205623

E-Mail: kontakt@lern-verlag.de – <https://www.lern-verlag.de>

lernverlag, lern.de und cleverlag sind eingetragene Markenzeichen von Sascha Jankovic, Inhaber und Verleger.

Druck: Deutschland

Autoren: Simon Rümmler und Sascha Jankovic sowie das Team der iern.de Bildungsgesellschaft mbH.

© lernverlag - Alle Rechte vorbehalten.

Trotz sorgfältiger Recherche kann es vorkommen, dass nicht alle Rechteinhaber ausfindig gemacht werden konnten. Bei begründeten Ansprüchen nehmen Sie bitte direkt mit uns Kontakt auf.

**6. ergänzte Auflage © 2020 1. Druck ISBN-Nr.: 978-3-7430-0072-8**

**Artikelnummer:** EAN 9783743000728

Wir danken dem *Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus* für die freundliche Genehmigung, die Originalprüfungen abdrucken zu dürfen. Die Lösungsvorschläge liegen nicht in der Verantwortung des Ministeriums.

**1 Finanzmathematik** (20 Pkt.)

Herr Sauer hat von seiner Mutter ein Einfamilienhaus geerbt und möchte dieses nun verkaufen. Er erhält folgende Angebote:

- A: Sofortige Barzahlung von 85.000,00 € und beginnend nach 3 Jahren 7 weitere vorschüssige Zahlungen in Höhe von 55.000,00 €.
- B: 5 Jahre lang nachschüssige Zahlungen von je 88.000,00 €.
- C: 3 gleiche Raten in Höhe von 155.000,00 € im Abstand von 4 Jahren, wobei die 1. Rate sofort fällig ist.

1.1 Berechnen Sie, welches Angebot für Herrn Sauer aus finanzieller Sicht am besten ist, wenn man einen Zinssatz von jährlich 2,5 % zugrunde legt. (6 Pkt.)

Aus dem Verkauf des Hauses legt Herr Sauer bei seiner Bank einen Betrag von 100.000,00 € unter der Gewährung von Zinseszinsen an. Der Anlagebetrag soll nach 10 Jahren auf den Auszahlungsbetrag von 120.000,00 € anwachsen.

1.2 Berechnen Sie, welchen gleichbleibenden Zinssatz die Bank zugrunde legt. (3 Pkt.)

Herr Sauer legt außerdem für das Studium seiner Tochter Katja 24.000,00 € zu einem Zinssatz von 0,7 % an. Katja bekommt davon jährlich vorschüssig 4.900,00 € ausbezahlt.

1.3 Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren Katjas Guthaben aufgebraucht ist. (5 Pkt.)

## 1 Finanzmathematik

- 1.1 Herr Sauer möchte das geerbte Einfamilienhaus verkaufen. Hierfür erhält er drei unterschiedliche Angebote, die es gilt zu vergleichen. Der Zinssatz beträgt 2,5 %. Es werden die Barwerte berechnet.

Angebot A:

$$B = 55.000,00 \cdot 1,025 \frac{1,025^7 - 1}{1,025^7 \cdot (1,025 - 1)} = 357.946,89 \text{ €}$$

$$B = \frac{357.946,89}{1,025^3} = 332.389,28 \text{ €}$$

$$B = 85.000,00 + 332.389,28 = \mathbf{417.389,28 \text{ €}}$$

Angebot B:

$$B = 88.000,00 \cdot \frac{1,025^4 - 1}{1,025^5 \cdot (1,025 - 1)} = \mathbf{408.832,91 \text{ €}}$$

Angebot C:

$$B = 155.000,00 + \frac{155.000,00}{1,025^4} + \frac{155.000,00}{1,025^8} = \mathbf{422.638,07 \text{ €}}$$

Das Angebot C ist für Herrn Sauer finanziell am besten. (6 Pkt.)

- 1.2 Herr Sauer legt für 10 Jahre 100.000,00 € an, und soll danach 120.000,00 € ausbezahlt bekommen. Hierfür soll der zugrundegelegte Zinssatz ausgerechnet werden.

$$\begin{aligned} 120.000,00 &= 100.000,00 \cdot q^{10} && | : 100.000,00 \\ \iff \frac{120.000,00}{100.000,00} &= q^{10} && | \sqrt[10]{\phantom{x}} \\ \iff q &= 1,0184 \\ \iff p &= \underline{\underline{1,84 \%}} \end{aligned}$$

(3 Pkt.)

- 1.3 Herr Sauer legt für seine Tochter 24.000,00 € zu einem Zinssatz von 0,7 % an. Sie bekommt jährlich vorschüssig 4.900,00 € ausbezahlt.

Nach wie vielen Jahren ist das Guthaben aufgebraucht?

$$\begin{aligned} 0 &= 24.000,00 \cdot 1,007^n - 4.900,00 \cdot 1,007 \cdot \frac{1,007^n - 1}{1,007 - 1} \\ \iff 0 &= 24.000,00 \cdot 1,007^n - 704.900,00 \cdot (1,007^n - 1) \\ \iff 0 &= 24.000,00 \cdot 1,007^n - 704.900,00 \cdot 1,007^n + 704.900,00 \\ \iff -704.900,00 &= -680.900,00 \cdot 1,007^n \\ \iff \frac{704.900,00}{680.900,00} &= 1,007^n && | \log \\ \iff \underline{\underline{n = 4,97}} & & & \end{aligned}$$

Nach fünf Jahren ist das Guthaben für seine Tochter aufgebraucht.

(5 Pkt.)

- 1.4 Herr Sauers Sohn möchte sich eine Eigentumswohnung für 150.000,00 € über ein Darlehen in gleicher Höhe, bei einer Verzinsung von 2,6 % kaufen. Die jährliche Annuität beträgt 5.400,00 €. Ein Tilgungsplan über die ersten beiden Jahre ist zu erstellen.

Nebenrechnung für die Zinsen 1. Jahr:  $\frac{15.000,00 \cdot 2,6}{100} = 3.900,00 \text{ €}$

Nebenrechnung Tilgung 1. Jahr:  $5.400,00 \text{ €} - 3.900,00 \text{ €} = 1.500,00 \text{ €}$

Jahr	Schuld	Zinsen	Tilgung	Annuität
1	150.000,00 €	3.900,00 €	1.500,00 €	5.400,00 €
2	148.500,00 €	3.861,00 €	1.539,00 €	5.400,00 €

(3 Pkt.)

- 1.5 Der Sohn von Herrn Sauer kann am Ende des zweiten Jahres zur Annuität auch noch eine Sondertilgung über 10.000,00 € leisten. Die Restschuld nach 10 Jahren ist zu berechnen.

$$148.500,00 \text{ €} - 1.539,00 \text{ €} - 10.000,00 \text{ €} = 136.961,00 \text{ €}$$

$$K_{10} = 136.961,00 \cdot 1,026^8 - \frac{5.400,00 \cdot (1,026^8 - 1)}{1,026 - 1} = \underline{\underline{120.838,16 \text{ €}}}$$

Die Restschuld am Ende des 10. Jahres beträgt 120.838,16 €

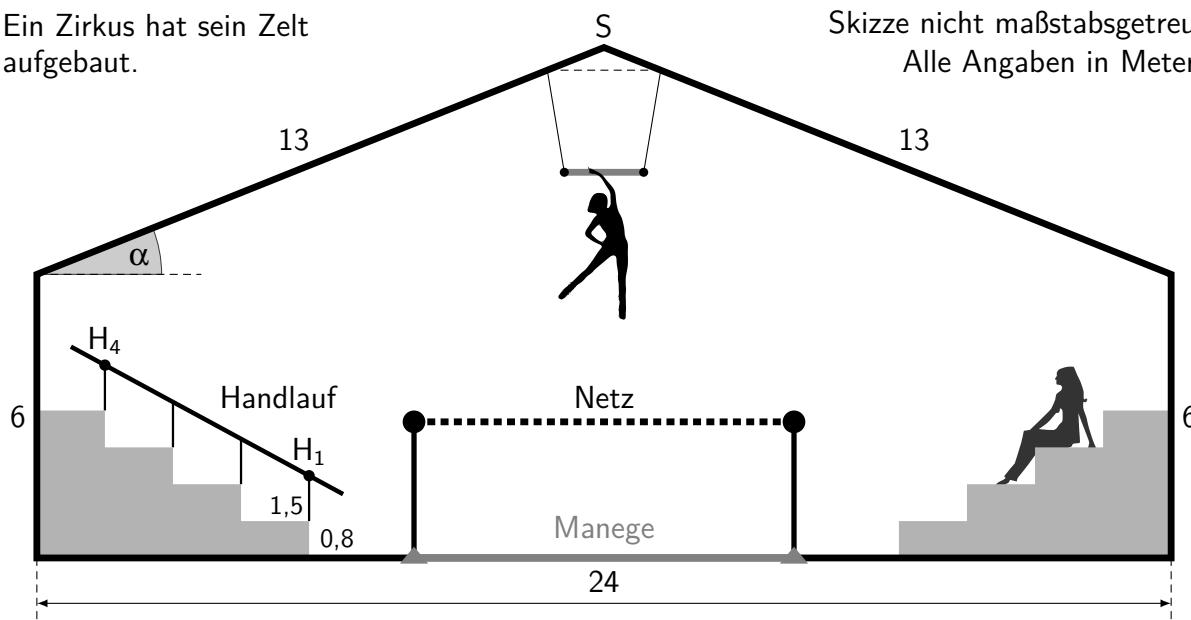
(3 Pkt.)

## 3 Trigonometrie

(20 Pkt.)

Ein Zirkus hat sein Zelt aufgebaut.

Skizze nicht maßstabsgetreu.  
Alle Angaben in Meter.



- 3.1 Berechnen Sie die Höhe der Zeltpitze S über der Manege.  
(Ergebnis:  $h = 11 \text{ m}$ )

(3 Pkt.)

- 3.2 Berechnen Sie den Neigungswinkel  $\alpha$  des Zeltdaches.

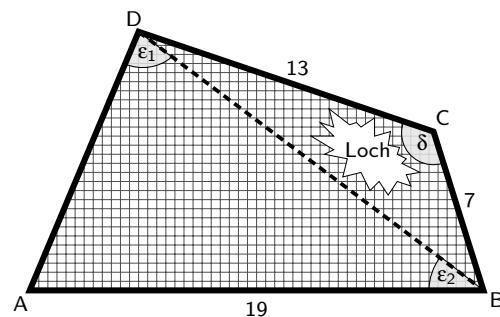
(2 Pkt.)

Die Zuschauerränge bestehen aus 4 identischen Stufen, die jeweils 0,8 m hoch und 1,50 m tief sind. Zur Sicherheit soll an der linken Seite ein Handlauf parallel zur Treppensteigung angebracht werden, der nach einer geltenden Sicherheitsvorschrift nicht mehr als 50 % Steigung aufweisen darf.

- 3.3 Zeigen Sie rechnerisch, ob der angebrachte Handlauf der Sicherheitsvorschrift entspricht. (3 Pkt.)
- 3.4 Ermitteln Sie die Länge des Handlaufs, wenn er über die Punkte  $H_1$  und  $H_4$  hinaus jeweils um 20 cm verlängert wird. (3 Pkt.)

Das Netz der Trapez-Artisten ist beschädigt. (siehe Skizze). Es soll entlang der gepunkteten Linie [BD] das Teilstück BCD abgeschnitten und ersetzt werden. Weiterhin muss der Rand [AD] verstärkt werden.

Es gilt:  $\overline{BC} = 7 \text{ m}$ ,  $\overline{CD} = 13 \text{ m}$ ,  $\overline{AB} = 19 \text{ m}$ ,  
 $\delta = 126^\circ$ ,  $\epsilon_1 = 76^\circ$ ,  $\epsilon_2 = 37^\circ$



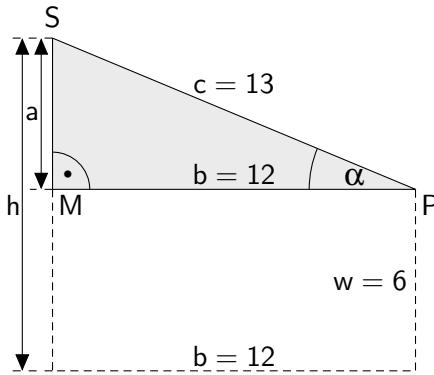
- 3.5 Berechnen Sie die Schnittlänge  $\overline{BD}$  der abzuschneidenden Ecke. (3 Pkt.)
- 3.6 Berechnen Sie den Flächeninhalt des zu ersetzenen Teilstücks BCD. (2 Pkt.)
- 3.7 Ermitteln Sie die Kosten für die Verstärkung  $\overline{AD}$ , wenn 1 m 15 € kostet. (4 Pkt.)

### 3 Trigonometrie

- 3.1 Die Höhe der Zeltspitze S ist zu berechnen. Das Zelt ist symmetrisch aufgebaut, somit kann man die Höhe  $h$  über ein rechtwinkliges Dreieck mit dem Satz des Pythagoras ausrechnen. Man teilt das Zelt in zwei gleich große Teile und rechnet bspw. im linken Teil beim Winkel  $\alpha$ .

(3 Pkt.)

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ a^2 + 12^2 &= 13^2 \quad | -12^2 \\ \Leftrightarrow a^2 &= 25 \quad |\sqrt{25} \\ \Leftrightarrow a &= 5 \\ h &= a + w \\ \Leftrightarrow h &= 5 + 6 \\ \Leftrightarrow h &= \underline{\underline{11 \text{ m}}} \end{aligned}$$



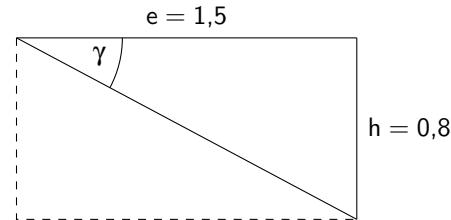
- 3.2 Der Neigungswinkel  $\alpha$  lässt sich nun in dem Dreieck MPS mit dem Kosinussatz bestimmen.

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{b}{c} \\ \Leftrightarrow \cos \alpha &= \frac{12}{13} \\ \Leftrightarrow \alpha &= \underline{\underline{22,62^\circ}} \end{aligned}$$

(2 Pkt.)

- 3.3 Es ist zu prüfen ob der angebrachte Handlauf den Sicherheitsvorschriften  $\gamma < 50\%$  entspricht.

$$\begin{aligned} \tan \gamma &= \frac{h}{e} \\ \tan \gamma &= \frac{0,8}{1,5} \\ \tan \gamma &= \underline{\underline{0,53}} \end{aligned}$$



Steigung in % ist  $\tan \gamma \cdot 100 = 0,53 \cdot 100 = 53,33\%$

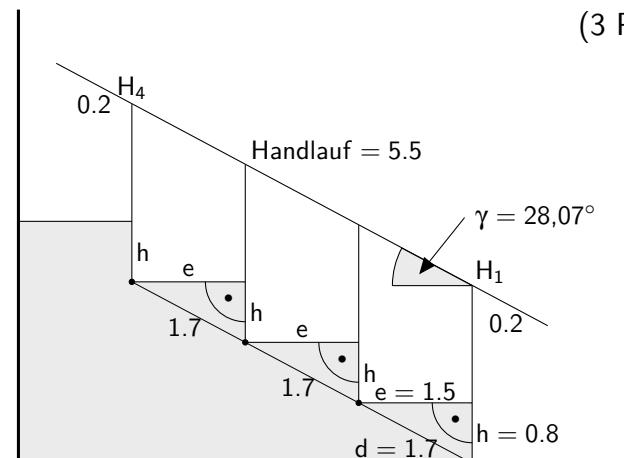
Der Handlauf entspricht nicht der Sicherheitsvorschrift.

(3 Pkt.)

- 3.4 Die Länge des Handlaufs wird über die Angaben der Aufgabe 3.4 bestimmt. Wieder wird ein rechtwinkliges Dreieck verwendet.

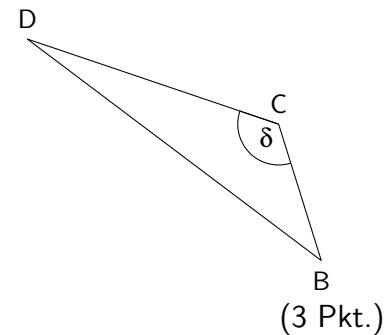
(3 Pkt.)

$$\begin{aligned} h^2 + e^2 &= d^2 \\ 0,8^2 + 1,5^2 &= d^2 \\ d^2 &= 2,89 \\ d &= 1,7 \text{ m} \\ \text{Länge Handlauf} &= 3 \cdot d + 2 \cdot \text{Überstand} \\ &= 3 \cdot 1,7 + 2 \cdot 0,2 \\ &= \underline{\underline{5,5 \text{ m}}} \end{aligned}$$



- 3.5 Die Schnittlänge  $\overline{BD}$  ist zu berechnen. Dazu wird der Kosinussatz angewendet.

$$\begin{aligned}\overline{BD}^2 &= \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 - 2 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{CD} \cdot \cos \delta \\ \overline{BD}^2 &= 7^2 + 13^2 - 2 \cdot 7 \cdot 13 \cdot \cos 126^\circ \\ \Rightarrow \overline{BD} &= 18,03 \text{ m}\end{aligned}$$



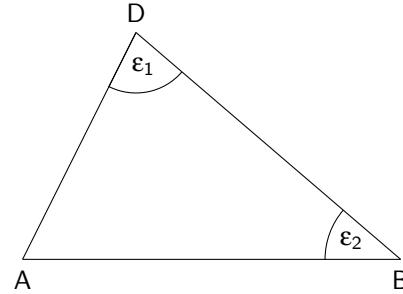
- 3.6 Der Flächeninhalt des Dreiecks BCD ist zu berechnen.

$$\begin{aligned}A_{BCD} &= \frac{\overline{BC} \cdot \overline{CD} \cdot \sin \delta}{2} \\ &= \frac{7 \cdot 13 \cdot \sin 126^\circ}{2} \\ &= 36,81 \text{ m}^2\end{aligned}$$

(2 Pkt.)

- 3.7 Die Kosten für die Verstärkung  $\overline{AD}$  sind zu berechnen. Dazu wird als erstes  $\overline{AD}$  mit dem Sinussatz berechnet.

$$\begin{aligned}\frac{\overline{AD}}{\sin \varepsilon_2} &= \frac{\overline{AB}}{\sin \varepsilon_1} \\ \frac{\overline{AD}}{\sin 37^\circ} &= \frac{19}{\sin 76^\circ} \quad | \cdot \sin 37^\circ \\ \overline{AD} &= \frac{19 \cdot \sin 37^\circ}{\sin 76^\circ} \\ \overline{AD} &= 11,78 \text{ m}\end{aligned}$$

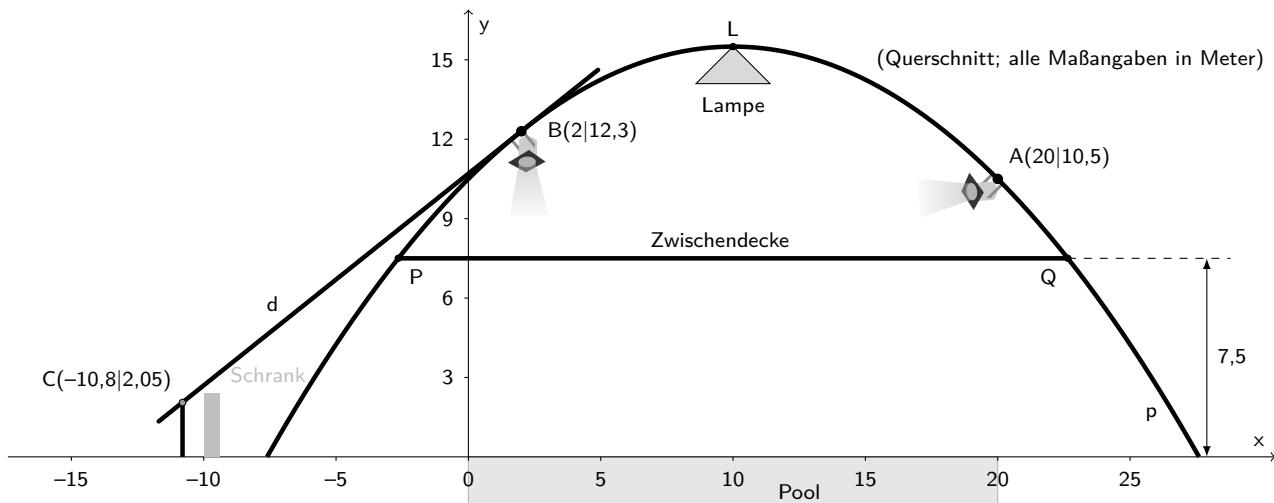


Kosten =  $11,78 \cdot 15 = 176,70 \text{ €}$

(4 Pkt.)

## 5 Funktionen - ab 2018: Funktionaler Zusammenhang (20 Pkt.)

Der Architekt Andreas Rauch ist für die Planung eines Thermalbades zuständig. Die Kuppel hat die Form einer nach unten geöffneten Parabel  $p$  mit der Formvariablen  $a = -0,05$ . Es sollen zwei Scheinwerfer an den Deckenpositionen  $A(20|10,5)$  und  $B(2|12,3)$  angebracht werden.



- 5.1 Stellen Sie die Funktionsgleichung der Parabel  $p$  auf. (Ergebnis:  $p : y = -0,05x^2 + x + 10,5$ ) (4 Pkt.)

Für den Essbereich ist in 7,5 m Höhe eine Zwischendecke geplant.

- 5.2 Berechnen Sie die Breite  $\overline{PQ}$  der Zwischendecke. (4 Pkt.)

Im höchsten Punkt  $L$  der Kuppel soll eine Lampe installiert werden.

- 5.3 Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes  $L$ , an dem die Lichtquelle montiert werden soll. (3 Pkt.)

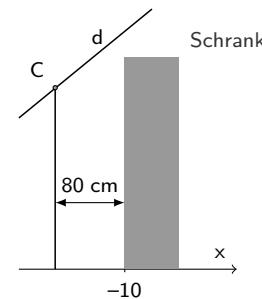
An der linken Seite der Kuppel soll ein Anbau als Lagerraum dienen. Das Dach des Anbaus kann als Graph einer linearen Funktion  $d$  verstanden werden, der durch die Punkte  $B(2|12,3)$  und  $C(-10,8|2,05)$  verläuft.

- 5.4 Berechnen Sie die Funktionsgleichung des Daches  $d$ . (Ergebnis:  $p : y = 0,8x + 10,7$ ) (3 Pkt.)

- 5.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass das Dach des Anbaus die Kuppel des Thermalbades berührt. (3 Pkt.)

Im Anbau soll 80 cm von der Außenwand entfernt ein Schrank mit einer Höhe von 2,2 m aufgestellt werden.

- 5.6 Überprüfen Sie rechnerisch, ob der Schrank unter das Dach passt. (3 Pkt.)



## 5 Funktionen - ab 2018: Funktionaler Zusammenhang

- 5.1 Durch die gegebenen Punkte A (20 | 10,5) und B (2 | 12,3) sowie der Formvariablen  $a = -0,05$  soll die Funktionsgleichung  $p$  bestimmt werden.

Die allgemeine Form einer Parabel lautet:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Die Formvariable  $a = -0,05$  ist bereits gegeben.

$$p: y = -0,05x^2 + bx + c$$

Die beiden Parameter  $b$  und  $c$  ergeben sich durch das Lösen des linearen Gleichungssystems, wenn die Punkte A (20 | 10,5) und B (2 | 12,3) eingesetzt werden:

$$\begin{aligned} (I) \quad & 10,5 = -0,05 \cdot 20^2 + b \cdot 20 + c \\ \iff & 10,5 = -20 + 20b + c \quad | + 20 - 20b \\ \iff & c = 30,5 - 20b \\ (II) \quad & 12,3 = -0,05 \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c \\ \iff & 12,3 = -0,2 + 2b + c \end{aligned}$$

Aus Gleichung (I) ergibt sich direkt  $c = 30,5 - 20b$ . Setzt man  $c$  in die Gleichung (II) ein, so ergibt sich der Wert für  $b$  wie folgt:

$$\begin{aligned} & 12,3 = -0,2 + 2b + (30,5 - 20b) \\ \iff & 12,3 = 30,3 - 18b \quad | - 30,3 \\ \iff & -18 = -18b \quad | : (-18) \\ \iff & b = 1 \end{aligned}$$

Setzt man nun  $b = 1$  in  $c = 30,5 - 20b$ , so ergibt sich für  $c$  folgendes Ergebnis:

$$\begin{aligned} & c = 30,5 - 20 \cdot 1 \\ \iff & c = 10,5 \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung der Parabel  $p$  lautet also:

$$\underline{p: y = -0,05x^2 + x + 10,5}$$

(4 Pkt.)

- 5.2 Im Essbereich ist in 7,5 m Höhe eine Zwischendecke geplant. Die Breite  $\overline{PQ}$  soll berechnet werden.

$$\begin{aligned} & y = -0,05x^2 + x + 10,5 \\ \iff & 7,5 = -0,05x^2 + x + 10,5 \quad | - 7,5 \\ \iff & 0 = -0,05x^2 + x + 3 \end{aligned}$$

Um die Breite  $\overline{PQ}$  ausrechnen zu können, benötigt man nun die Nullstellen.

$$\begin{aligned} -0,05x^2 + x + 3 &= 0 \\ \iff x_{1,2} &= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-0,05) \cdot 3}}{2 \cdot (-0,05)} \\ \iff x_{1,2} &= \frac{-1 \pm \sqrt{1,6}}{-0,1} \\ \iff x_{1,2} &= \frac{-1 \pm 1,2649}{-0,1} \\ \iff x_1 &= 22,65 \quad \text{und} \quad x_2 = -2,65 \end{aligned}$$

Die Breite ergibt sich nun durch den Betrag der beiden Nullstellen.

$$22,65 + |-2,65| = 25,30$$

Die Breite der Zwischendecke beträgt 25,30 m.

(4 Pkt.)

- 5.3 Der höchste Punkt L ist auch der Scheitelpunkt der Parabel, der folgendermaßen berechnet wird:

$$\begin{aligned} x_L &= -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2 \cdot (-0,05)} = 10 \\ y_L &= c - \frac{b^2}{4a} = 10,5 - \frac{1^2}{4 \cdot (-0,05)} = 15,5 \end{aligned}$$

Somit hat der gesuchte Punkt folgende Koordinaten: L(10 | 15,5).

(3 Pkt.)

- 5.4 Die Funktionsgleichung des Daches d verläuft durch die beiden angegebenen Punkte B und C.

Zunächst muss die Steigung m der Funktionsgleichung d bestimmt werden.

Gegeben: B(2 | 12,3) und C(-10,8 | 2,05)

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} \\ \iff m &= \frac{2,05 - 12,3}{-10,8 - 2} \\ \iff m &= 0,8 \end{aligned}$$

Nun wird in die allgemeine Funktionsgleichung d:  $y = m \cdot x + t$  das Ergebnis von m und bspw. der Punkt B eingesetzt, um t herauszufinden.

$$\begin{aligned} y &= m \cdot x + t \\ \iff 12,3 &= 0,8 \cdot 2 + t \\ \iff 12,3 &= 1,6 + t \quad | -1,6 \\ \iff t &= 10,7 \\ \iff y &= 0,8x + 10,7 \end{aligned}$$

(3 Pkt.)

- 5.5 Es soll rechnerisch gezeigt werden, dass das Dach den Anbau der Kuppel berührt. Somit muss die Diskriminante D=0 sein, wenn beide Funktionen p und d gleichgesetzt werden.

$$p = d$$

$$\begin{aligned}
 &\iff -0,05x^2 + x + 10,5 = 0,8x + 10,7 \\
 &\iff -0,05x^2 + 0,2x - 0,2 = 0 \\
 &\iff D = b^2 - 4ac \\
 &\iff D = 0,2^2 - 4 \cdot (-0,05) \cdot (-0,2) \\
 &\iff D = 0
 \end{aligned}$$

Da  $D=0$ , berührt das Dach des Anbaus die Kuppel nur.

(3 Pkt.)

- 5.6 Es soll rechnerisch überprüft werden, ob der Schrank mit der Höhe 2,2 m im Anbau aufgestellt werden kann. Hierzu wird die Funktionsgleichung d verwendet.

$$\begin{aligned}
 &x = -10,8 + 0,8 \\
 &\iff x = -10
 \end{aligned}$$

Nun wird  $x = -10$  in die Funktionsgleichung d eingesetzt, um y herauszufinden.

$$\begin{aligned}
 &y = 0,8x + 10,7 \\
 &\iff y = 0,8 \cdot (-10) + 10,7 \\
 &\iff y = 2,7
 \end{aligned}$$

Da  $y = 2,7$  m passt der Schrank mit seiner Höhe 2,2 m unter das Dach.

(3 Pkt.)

**Aufgaben ohne Benutzung des Taschenrechners**

(15 Pkt.)

- 1 Susanne hat bereits drei Viertel der Pizza gegessen, das entspricht 75 %. Somit bleiben 25 % übrig. Davon gibt sie Jan die Hälfte, also  $25\% : 2 = 12,5\%$ .

**Lösung: C**

(1 Pkt.)

- 2 Um die kleinste der folgenden Zahlen zu finden, sollte eine vergleichende Schreibweise, in diesem Fall die Dezimalschreibweise, gewählt werden:

A	B	C	D
$2^3$	$5\frac{1}{2}$	$\sqrt{17}$	5,65
8	5,5	ca. 4,1	5,65

Somit ist die kleinste Zahl  $\sqrt{17}$ **Lösung: C**

(1 Pkt.)

- 3 Über den Durchmesser des Hinterads kommt man auf den Umfang des Rads. Dabei ist  $\pi \approx 3,14$ .

$$\begin{aligned} U &= 2 \cdot r \cdot \pi = d \cdot \pi \\ &= 30 \cdot 3,14 \\ &= 94,2 \text{ cm} \approx 0,9 \text{ m} \end{aligned}$$

Soviel legt das Rad bei einer Umdrehung zurück. Bei 10 Umdrehungen sind es somit ca. 9 m.

**Lösung: D**

(1 Pkt.)

- 4 Die Wahrscheinlichkeit, ein bestimmtes Plättchen aus einer Menge von  $x$  Plättchen zu ziehen ist  $\frac{1}{x}$ . Beim ersten Zug ist hier  $x = 4$ , beim zweiten ist  $x = 3$ , usw. Die Wahrscheinlichkeit ist also:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{24}$$

**Lösung: C**

(1 Pkt.)

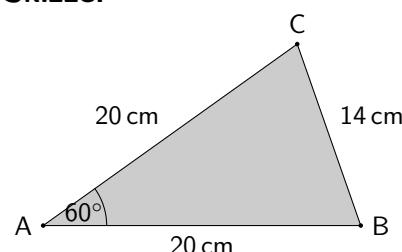
- 5 Die Gleichung und Lösung hierzu ist folgende:

$$\begin{aligned} 200 + 5 &= x + 50 \quad | -50 \\ x &= 155 \end{aligned}$$

Das Gewicht der gesuchten Kugel beträgt 155 g.

(2 Pkt.)

- 6 Das vorgegebene Dreieck schließt zwei gleich lange Seiten mit einem  $60^\circ$  Winkel ein. Da beide Seiten gleich lang sind, müssten aufgrund der Innenwinkelgesetze die anderen beiden Winkel auch jeweils  $60^\circ$  sein, und die letzte Seite ebenfalls 20cm lang sein. Diese ist aber laut Angabe nur 14cm und somit kann das Dreieck nicht gebildet werden.

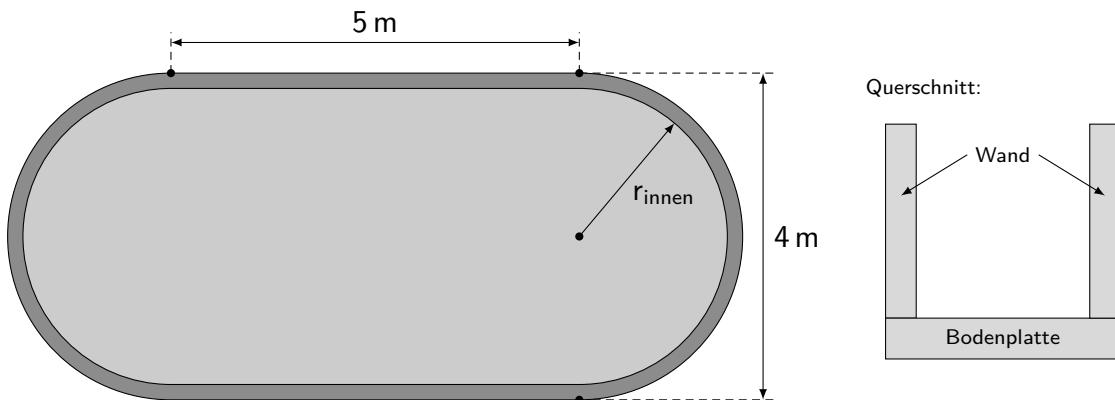
**Skizze:**

(2 Pkt.)

## 5 Figuren- und Raumgeometrie

## Musterprüfung

(15 Pkt.)



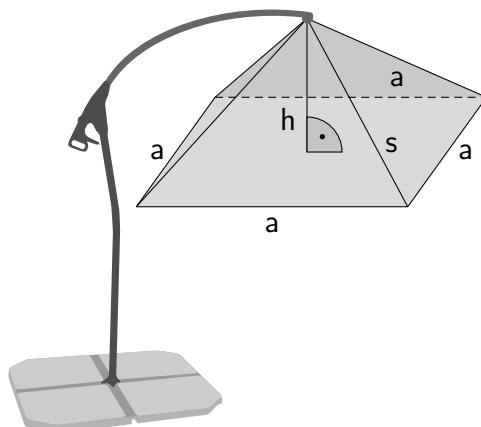
Familie Frisch möchte in ihrem Garten ein Schwimmbecken bauen (siehe oben: linke Skizze). Die Beckenwanne wird aus Beton gegossen, wobei die Bodenplatte 30 cm hoch und die auf der Bodenplatte senkrecht stehenden Seitenwände 20 cm dick sind (siehe Querschnitt). Die Beckentiefe beträgt 1,50 m.

- 5.1 Berechnen Sie den Innenradius des Beckens. (Ergebnis:  $r_{\text{innen}} = 1,80 \text{ m}$ ) (1 Pkt.)
- 5.2 Am Boden des Schwimmbeckens sollen Spezialfliesen verlegt werden.  
Berechnen Sie die zu fliesende Bodenfläche. (Ergebnis:  $A_{\text{Boden}} = 28,18 \text{ m}^2$ ) (3 Pkt.)
- 5.3 Berechnen Sie das Wasservolumen bei einer Füllhöhe von 1,40 m. (1 Pkt.)
- 5.4 Die Innenwand des Schwimmbeckens bekommt einen wasserdichten Anstrich.  
Berechnen Sie die Fläche, die gestrichen werden muss. (3 Pkt.)

An einer Seite des Schwimmbeckens wird zur Beschattung ein pyramidenförmiger Sonnenschirm aufgestellt, dessen untere Kanten  $a = 3 \text{ m}$  ein Quadrat bilden.

Die Innenhöhe  $h$  des Schirmes beträgt 0,50 m.

- 5.5 Berechnen Sie die Stofffläche des Schirmes. (4 Pkt.)
- 5.6 Berechnen Sie die Gesamtlänge der 4 Streben  $s$ , die von den Ecken des Schirmes zur Spitze verlaufen. (3 Pkt.)

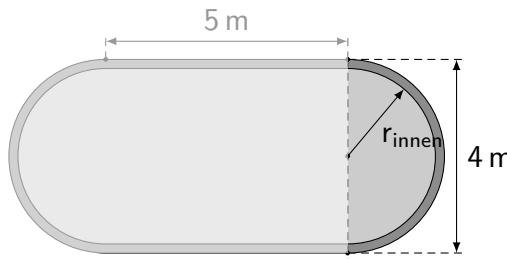


## 5 Figuren- und Raumgeometrie

- 5.1 Von dem Gesamtdurchmesser werden die Seitenwände mit je 0,2 m abgezogen, um den Innenradius zu ermitteln.

**Skizze:**

$$r_{\text{innen}} = \frac{4 - 2 \cdot 0,20}{2} = 1,8 \text{ m}$$



(1 Pkt.)

- 5.2 Um die zu fliesende Bodenfläche zu berechnen, wird das Becken in ein Rechteck und zwei Halbkreise, also einen ganzen Kreis, geteilt. Auch hier müssen die Seitenwände wieder beachtet werden.

$$A_{\text{Rechteck}} = (4 - 2 \cdot 0,20) \cdot 5 = 18 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Kreis}} = 1,8^2 \cdot \pi = 10,18 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Boden}} = 18 + 10,18 = 28,18 \text{ m}^2$$

(3 Pkt.)

- 5.3 Das Wasservolumen bei einer Füllhöhe von 1,4 m wird über das Ergebnis der Bodenfläche aus Aufgabe 5.3 berechnet.

$$\begin{aligned} V_{\text{Wasser}} &= G \cdot h_k \\ &= 28,18 \cdot 1,4 \\ &= 39,45 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

(1 Pkt.)

- 5.4 Die Innenwand des Schwimmbeckens bekommt einen Anstrich. Die Fläche wird durch den Umfang des Beckens (innen) und der Höhe des Beckens bestimmt.

$$U_{\text{Innenwand}} = 2 \cdot 1,8 \cdot \pi + 2 \cdot 5 = 21,31 \text{ m}$$

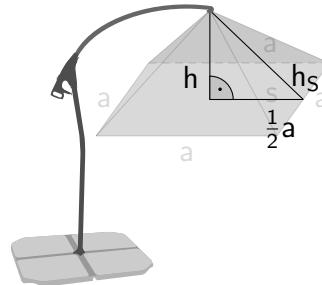
$$A_{\text{Innenwand}} = 21,31 \cdot 1,5 = 31,96 \text{ m}^2$$

(3 Pkt.)

- 5.5 Die Seiten des Sonnenschirms bestehen aus Dreiecken. Für den Flächeninhalt einer Seite, wird zuerst die Höhe  $h_S$  einer Seite mit dem Satz des Pythagoras berechnet.

**Skizze:**

$$\begin{aligned} h_s^2 &= \left(\frac{1}{2}a\right)^2 \cdot h^2 \\ h_s^2 &= 1,5^2 \cdot 0,5^2 = 2,5 \quad | \sqrt{\phantom{x}} \\ \Leftrightarrow h_s &\approx 1,58 \end{aligned}$$



Dann wird der Flächeninhalt einer Seite berechnet:

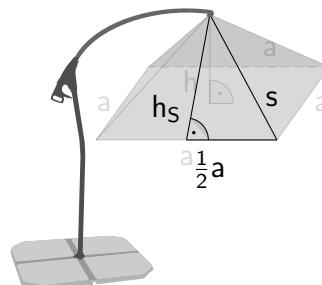
$$\begin{aligned} A_s &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s \\ A_s &= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1,58 = 2,37 \end{aligned}$$

Also hat der gesamte Sonnenschirm einen Flächeninhalt von  $4 \cdot 2,37 = \underline{\underline{9,48 \text{ m}^2}}$ . (4 Pkt.)

- 5.6 Für die Gesamtlänge aller vier Streben, braucht man zunächst die Länge einer Strebe. Diese wird wieder mit dem Satz des Pythagoras berechnet.

**Skizze:**

$$\begin{aligned} s^2 &= \left(\frac{1}{2}a\right)^2 + h_s^2 \\ s^2 &= 1,5^2 + 1,58^2 \\ \Leftrightarrow s &= 2,18 \end{aligned}$$

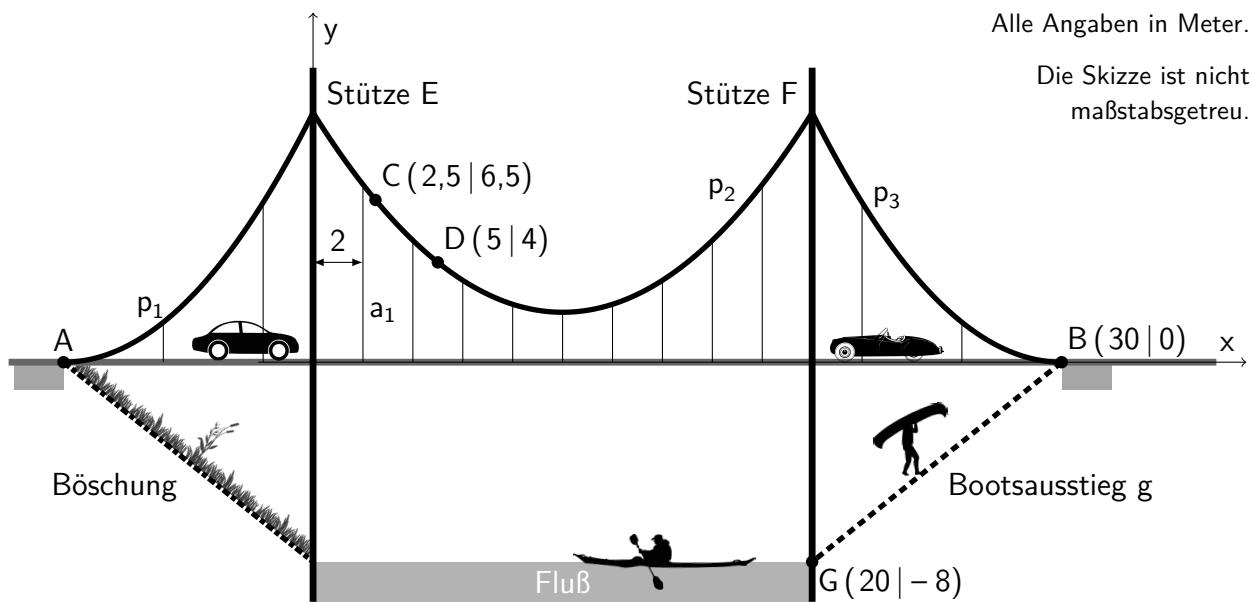


Alle vier Streben haben also eine Gesamtlänge von  $4 \cdot 2,18 = \underline{\underline{8,72 \text{ m}}}$ . (3 Pkt.)

## 2 Funktionaler Zusammenhang

Die Konstruktion einer Brücke besteht aus zwei festen Auflagern in den Punkten A und B, zwei Stützen E und F, sowie drei Parabelstücken, an denen die Fahrbahn mit Seilen aufgehängt wird.

Vereinfacht kann die x-Achse als Fahrbahn und die Stütze E als y-Achse angenommen werden.



- 2.1 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung des mittigen Parabelstücks  $p_2$ , wenn dieses durch die Punkte  $C(2,5|6,5)$  und  $D(5|4)$  verläuft und der Formfaktor  $a = 0,08$  beträgt.

$$(Ergebnis: p_2: y = 0,08x^2 - 1,6x + 10)$$

(4 Pkt.)

Bei Wartungsarbeiten wurden Mängel an der Brücke festgestellt.

- 2.2 Berechnen Sie die Koordinaten des tiefsten Punktes im mittleren Parabelstück  $p_2$ , da dort die Aufhängung ausgetauscht werden muss. (3 Pkt.)

- 2.3 Berechnen Sie die Seillänge  $a_1$ , die im Abstand von 2,00 m parallel zur Stütze E verläuft. (2 Pkt.)

Das linke Parabelstück kann durch die Funktionsgleichung  $p_1: y = 0,1x^2 + 2x + 10$  beschrieben werden.

- 2.4 Berechnen Sie den Abstand des Auflagepunktes A von der Stütze E. (3 Pkt.)

Vom Punkt  $G(20|-8)$  zum Auflager B( $30|0$ ) verläuft ein geradliniger Weg für die Kajakfahrer, um ihr Boot nach oben zu bringen.

- 2.5 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung des Bootsausstiegs  $g$  durch die Punkte G und B. (3 Pkt.)

## 2 Funktionaler Zusammenhang

- 2.1 Die allgemeine Form einer Parabel lautet  $y = ax^2 + bx + c$ . Der Parameter  $a = 0,08$  ist hier bereits gegeben. Um die zwei restlichen Parameter  $b$  und  $c$  zu bestimmen, werden zwei Gleichungen benötigt, welche man erhält, indem die Koordinaten der gegebenen Punkte C (2,5 | 6,5) (Gleichung (I)) und D (5 | 4) (Gleichung (II)) einsetzt:

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} \quad & 6,5 = 0,08 \cdot 2,5^2 + b \cdot 2,5 + c \\
 \iff & 6,5 = 0,5 + 2,5b + c \quad | - 0,5 \\
 \iff & 6 = 2,5b + c \\
 \\
 \text{(II)} \quad & 4 = 0,08 \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c \\
 \iff & 4 = 2 + 5b + c \quad | - 2 \\
 \iff & 2 = 5b + c \quad | - 5b \\
 \iff & c = 2 - 5b
 \end{aligned}$$

Der aus (II) erhaltene Ausdruck für  $c$  kann nun in die vereinfachte Gleichung (I) eingesetzt werden.

$$\begin{aligned}
 c \text{ in (I)} \quad & 6 = 2,5b + 2 - 5b \quad | - 2 \\
 \iff & 4 = -2,5b \quad | : -2,5 \\
 \iff & \underline{\underline{b = -1,6}} \\
 b \text{ in } c \quad & c = 2 - 5 \cdot (-1,6) \\
 \iff & \underline{\underline{c = 10}}
 \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung der Parabel lautet somit

$$\underline{\underline{p_2: y = 0,08x^2 - 1,6x + 10.}}$$

(4 Pkt.)

- 2.2 Der niedrigste Punkt einer Parabel ist der Scheitelpunkt, der aus der Scheitelpunktform durch quadratische Ergänzung oder durch Formel bestimmt werden kann.

### quadr. Ergänzung

$$\begin{aligned}
 y &= 0,08x^2 - 1,6x + 10 \\
 &= 0,08(x^2 - 20x + 125) \\
 &= 0,08(x^2 - 2 \cdot 10x + 10^2 - 10^2 + 125) \\
 &= 0,08(x^2 - 2 \cdot 10x + 10^2 + 25) \\
 &= 0,08(x^2 - 2 \cdot 10x + 10^2) + 2 \\
 &= 0,08(x - 10)^2 + 2
 \end{aligned}$$

### Formel:

$$a = 0,08, b = -1,6; c = 10$$

$$\begin{aligned}
 &\mathbf{S} \left( -\frac{b}{2a} \middle| c - \frac{b^2}{4a} \right) \\
 &\mathbf{S} \left( -\frac{-1,6}{2 \cdot 0,08} \middle| 10 - \frac{(-1,6)^2}{4 \cdot 0,08} \right) \\
 &\mathbf{S} (10 | 2)
 \end{aligned}$$

Somit hat der niedrigste Punkt S, an dem die Aufhängung ausgetauscht werden muss, die Koordinaten S(10 | 2). (3 Pkt.)

- 2.3 Um Seillänge  $a_1$  zu erhalten, die dem Funktionswert von  $p_2$  entspricht, setzt man den zugehörigen Wert  $x = 2,00$  in die Parabelgleichung  $p_2$  ein:

$$a_1 = 0,08 \cdot 2^2 - 1,6 \cdot 2 + 10$$

$$= 0,32 - 3,2 + 10 = 7,12$$

Die Seillänge der Aufhängung  $a_1$  beträgt 7,12 m.

(2 Pkt.)

- 2.4 Der Auflagepunkt A entspricht der Nullstelle N von  $p_1$ . Die Nullstelle N berechnet man mithilfe der Lösungsformel:

$$\begin{aligned} 0 &= 0,1x^2 + 2x + 10 \\ \iff x_{1;2} &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 0,1 \cdot 10}}{2 \cdot 0,1} \\ \iff x_{1;2} &= -10 \end{aligned}$$

Die Strecke vom Auflagepunkt A bei  $x = -10$  zur Stütze E bei  $x = 0$  beträgt also 10 m. (3 Pkt.)

- 2.5 Eine Gerade hat allgemein die Form  $y = m \cdot x + t$ . Auf dieser Geraden liegen die beiden gegebenen Punkte G (20 | -8) und B (30 | 0). Zuerst wird die Steigung m der Geraden bestimmt.

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_B - y_G}{x_B - x_G} \\ \iff m &= \frac{0 - (-8)}{30 - 20} \\ \iff m &= 0,8 \end{aligned}$$

Nun wählt man einen der beiden Punkte und setzt die x- und y-Koordinaten mit der berechneten Steigung m ein, um t zu bestimmen.

$$\begin{aligned} y &= m \cdot x + t && |B(30 | 0) \text{ einsetzen} \\ \iff 0 &= 0,8 \cdot 30 + t \\ \iff 0 &= 24 + t && |-24 \\ \iff t &= -24 \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung des Bootsausstiegs g lautet somit:

$$g: y = 0,8x - 24$$

(3 Pkt.)

## ALGEBRA

### 1 Prozent- und Zinsrechnung

$$PW = \frac{GW \cdot p}{100}$$

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$$

### 2 Binomische Formeln

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

### 3 Potenzen (mit $a, b \neq 0$ )

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^m : b^m = (a : b)^m$$

### 4 Wurzeln (mit $a, b > 0$ )

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$$

### 5 Logarithmus (mit $a, b > 0$ und $a \neq 1$ )

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

$$\log_a u^n = n \cdot \log_a u$$

$$\lg u^n = n \cdot \lg u$$

## FUNKTIONEN

### 6 Lineare Funktionen

#### Normalform

$$g : y = m \cdot x + t$$

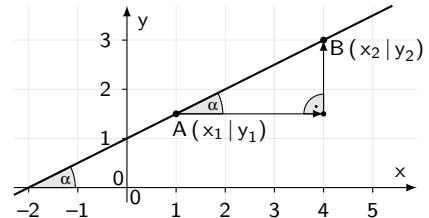
#### Steigung

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

#### Zweipunkteform

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \alpha$$



### 7 Quadratische Gleichungen und Funktionen (mit $a \neq 0$ )

#### allgemeine Gleichung

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

#### Lösungsformel

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

#### allgemeine Form

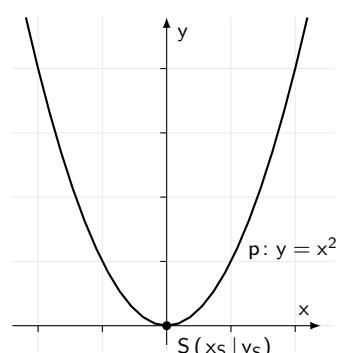
$$p : y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

#### Scheitelform

$$p : y = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$$

#### Scheitelpunktkoordinaten

$$S(x_s | y_s) = S\left(-\frac{b}{2 \cdot a} \mid c - \frac{b^2}{4 \cdot a}\right)$$



### 8 Exponentialfunktion

$$y = b \cdot a^x \text{ mit } a, b \in \mathbb{R}^+$$

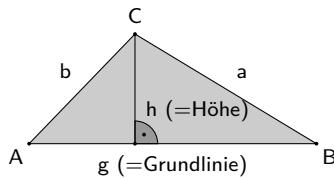
\*Die Merkhilfe stellt keine Formelsammlung im klassischen Sinne dar. Bezeichnungen werden nicht erklärt und Voraussetzungen für die Gültigkeit der Formeln in der Regel nicht dargestellt.

## FIGUREN GEOMETRIE

## 9 Berechnung im Dreieck

## allgemeines Dreieck

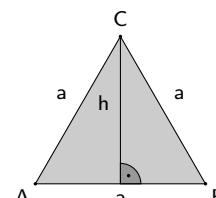
$$A = \frac{\text{Grundlinie} \cdot \text{Höhe}}{2} = \frac{g \cdot h}{2}$$



## gleichseitiges Dreieck

$$A = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$$

$$h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

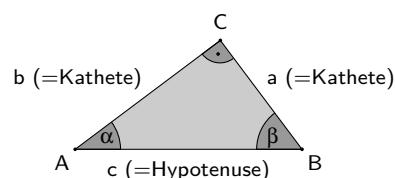


## rechtwinkliges Dreieck

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

## - Satz des Pythagoras

$$c^2 = a^2 + b^2$$



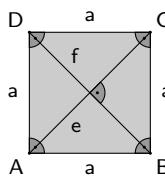
## 10 Berechnung im Viereck

## Quadrat

$$u = 4 \cdot a$$

$$A = a^2$$

$$e = f = a\sqrt{2}$$

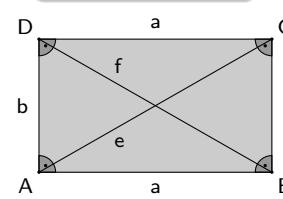


## Rechteck

$$u = 2 \cdot (a + b)$$

$$A = a \cdot b$$

$$e = f = \sqrt{a^2 + b^2}$$

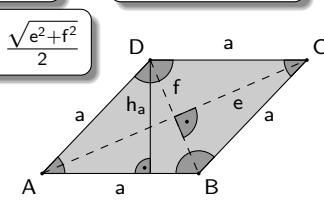


## Raute

$$u = 4 \cdot a$$

$$A = a \cdot h_a = \frac{e \cdot f}{2}$$

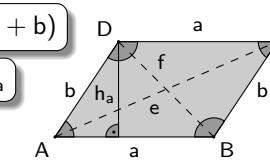
$$a = \frac{\sqrt{e^2 + f^2}}{2}$$



## Parallelogramm

$$u = 2 \cdot (a + b)$$

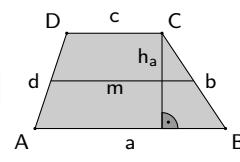
$$A = a \cdot h_a$$



## allgemeines Trapez

$$u = a + b + c + d$$

$$A = m \cdot h_a = \frac{a+c}{2} \cdot h_a$$



## 11 Berechnungen am Kreis

$$u = 2 \cdot r \cdot \pi$$

$$A = r^2 \cdot \pi$$

## 12 Strahlensätze

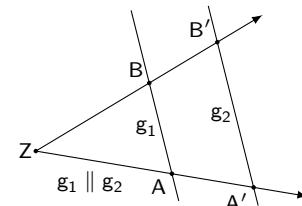
## 1. Strahlensatz

$$\frac{|\overline{ZA}|}{|\overline{ZA'}|} = \frac{|\overline{ZB}|}{|\overline{ZB'}|}$$

$$\frac{|\overline{ZA}|}{|\overline{AA'}|} = \frac{|\overline{ZB}|}{|\overline{BB'}|}$$

## 2. Strahlensatz

$$\frac{|\overline{AB}|}{|\overline{A'B'}|} = \frac{|\overline{ZA}|}{|\overline{ZA'}|} = \frac{|\overline{ZB}|}{|\overline{ZB'}|}$$



## RAUMGEOMETRIE

## 13 Prismen

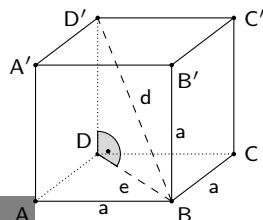
## Würfel

$$O = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

$$e = a\sqrt{2}$$

$$d = a\sqrt{3}$$



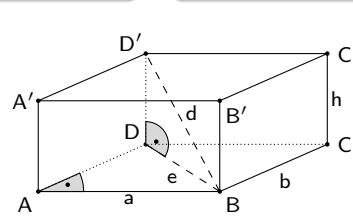
## Quader

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot h + a \cdot h)$$

$$V = G \cdot h = a \cdot b \cdot h$$

$$e = \sqrt{a^2 + b^2}$$

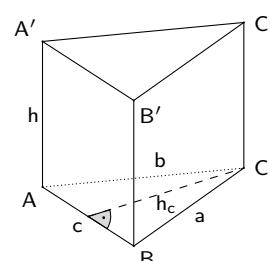
$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2}$$



## Dreiseitiges Prisma

$$O = 2 \cdot G + M = c \cdot h_c + h \cdot (a + b + c)$$

$$V = G \cdot h = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c \cdot h$$



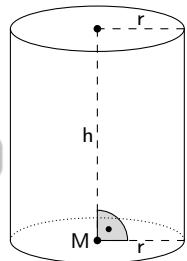
## 14 Gerader Kreiszylinder

$$G = r^2 \cdot \pi$$

$$M = u \cdot h = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$$

$$O = 2 \cdot G + M$$

$$V = G \cdot h = r^2 \cdot \pi \cdot h$$



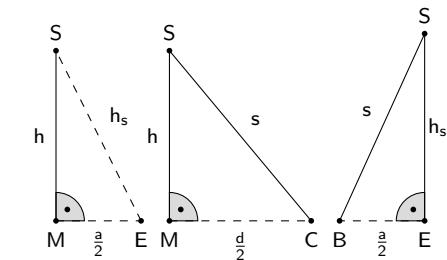
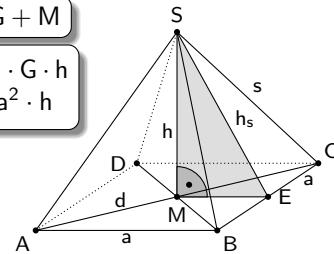
## 15 Gerade quadratische Pyramide

$$G = a^2$$

$$M = 4 \cdot A_{\Delta} = 4 \cdot \frac{h_s \cdot a}{2}$$

$$O = G + M$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$



## 16 Gerader Kreiskegel

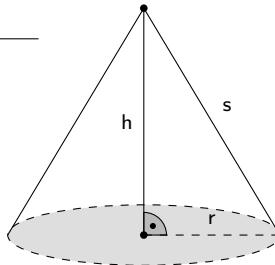
$$G = r^2 \cdot \pi$$

$$M = r \cdot s \cdot \pi$$

$$O = G + M$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

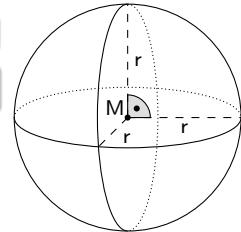
$$s = \sqrt{r^2 + h^2}$$



## 17 Kugel

$$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$



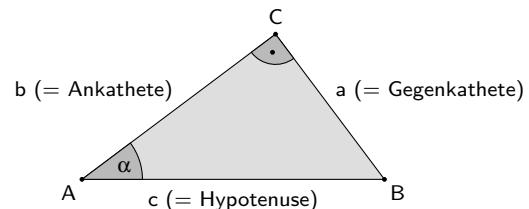
## TRIGONOMETRIE

### 18 Berechnungen an rechtwinkligen Dreiecken

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete } (a)}{\text{Hypotenuse } (c)}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete } (a)}{\text{Ankathete } (b)}$$

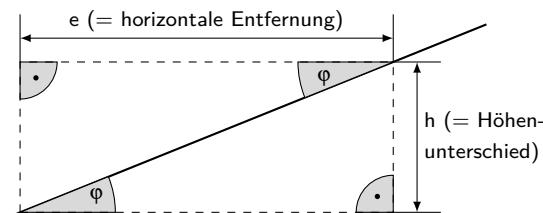
$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete } (b)}{\text{Hypotenuse } (c)}$$



### 19 Berechnungen der Steigung (des Gefälles)

$$\tan \varphi = \frac{\text{Höhenunterschied } (h)}{\text{horizontale Entfernung } (e)}$$

$$\text{Steigung (Gefälle) in Prozent} = \tan \varphi \cdot 100$$



### 20 Berechnung an allgemeinen Dreiecken

#### Sinussatz

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

#### Flächensatz für die Dreiecksfläche

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$$

#### Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

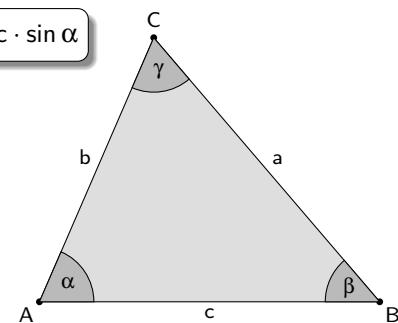
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$$

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$



# Das könnte Sie auch interessieren:



**2020/2021**

OPTIMALE PRÜFUNGSVORBEREITUNG



## ORIGINAL-ABSCHLUSSPRÜFUNGEN

- WIRTSCHAFTSSCHULE MATHEMATIK ODER BSK MIT AUSFÜHRLICHEN LÖSUNGEN
- IDEAL FÜR HOMESCHOOLING



Prüfungsvorbereitung MSA Mathematik in den Pfingstferien 2021. Alle Infos unter <https://lern.de>

Wir machen Bildung - machen Sie mit!

Jetzt überall im Buchhandel oder direkt auf <https://www.lern-verlag.de> bestellen!

Hier wachsen kluge Köpfe



## Original-Abschlussprüfungen Mathematik an der zwei-, - drei-, - vierstufigen Wirtschaftsschule 10. Klasse Bayern 2021

- ✓ Original-Abschlussprüfungen 2015 - 2020
- ✓ LehrplanPLUS angepasste Prüfungsaufgaben
- ✓ Mit Musterprüfungen LehrplanPLUS
- ✓ Kostenloser Downloadbereich mit Übungen und Lösungen
- ✓ Mit Ferien- und Prüfungsplaner 2020/2021

### Mathe-Trainer für Wirtschaftsschule MSA 2021

- Ideal für das SELBSTLERNEN ZU HAUSE geeignet -

Aus unserem Lernprogramm  
sind viele weitere Titel erhältlich!

Hier wachsen kluge Köpfe



**lernverlag<sup>®</sup>**  
[www.lern-verlag.de](http://www.lern-verlag.de)

Bestell-Nr.:  
EAN 9783743000728

Wirtschaftsschule 10. Klasse | Mittlerer Schulabschluss | Bayern

ISBN 978-3-7430-0072-8

€10,90

9 783743 000728 >

lern.de Bildungsgesellschaft mbH  
lernverlag  
Fürstenrieder Straße 52  
80686 München  
E-Mail: kontakt@lern-verlag.de