2022

FOS · BOS 13

Abitur-Prüfu
mit Lösunger

MEHR ERFAHREN

Bayern

Physik

+ Aufgaben im Stil de

Original-Prüfungsaufgaben **2021** zum Download

STARK

Inhaltsverzeichnis

Vorwort
Stichwortverzeichnis

Hinweise zur Abiturprüfung in Physik

1 Auswahl der Aufgaben ... I
2 Inhaltliche Vorgaben ... I
3 Zugelassene Hilfsmittel ... III
4 Bearbeitung der Prüfungsaufgaben ... III
5 Bewertung der Prüfungsarbeit ... IV
6 Operatoren ... V
7 Zum Umgang mit diesem Buch ... VII

Übungsaufgaben zur Abiturprüfung seit 2020

Aufgabe 1: Linearbeschleuniger ... 1
Aufgabe 2: Fadenstrahlrohr ... 6
Aufgabe 3: Mikrotron ... 10
Aufgabe 4: Dezimeterwellen ... 17
Aufgabe 5: Spiegelpendel ... 22
Aufgabe 6: De-Broglie-Wellen ... 25
Aufgabe 7: Compton- und Fotoeffekt ... 30
Aufgabe 8: Resonanzfluoreszenz ... 36
Aufgabe 9: Röntgenstrahlung ... 41
Aufgabe 10: Kernenergie ... 46
Aufgabe 11: Kernzerfall und Aktivität ... 51

Aufgabe 12: Radioaktivität 55
Aufgabe 13: Ionisationskammer 59
Aufgabe 14: Bestrahlung von Tumoren 63
Aufgabe 15: Tritium 66

Aufgaben im Stil der Abiturprüfung seit 2020

Pflichtaufgabengruppe P: Experiment von Jönsson; Potenzialtopf; Eigenschaften von Photonen .... M 1
Wahlaufgabengruppe W1: Relativitätstheorie; Ionenimplantation (geladene Teilchen im E- und B-Feld) .... M 10
Wahlaufgabengruppe W2: Röntgenstrahlung (Absorption); Comptoneffekt; Aktivität (Rauchmelder) .... M 17
Wahlaufgabengruppe W3: Schwingkreis; Millikanversuch .... M 23

Abitur-Prüfungsaufgaben 2019

Aufgabe I: Parallelschwingkreis; Altersbestimmung (C14-Methode); 2019-1
Aufgabe II: Mechanische Querwelle; Schallwellen (Interferenz, stehende Welle, Dopplereffekt); Comptoneffekt 2019-11
Aufgabe III: Teilchenbeschleuniger (Relativitätstheorie, geladene Teilchen im B-Feld); Sonnenenergie (Photonenimpuls, Kernfusion) 2019-21

Abitur-Prüfungsaufgaben 2020

Pflichtaufgabengruppe P: Linearer Potenzialtopf; Röntgenstrahlung; Dipolstrahlung; Linearbeschleuniger 2020-1
Wahlaufgabengruppe W1: Massenspektrometer; Zerfall von Cl36 2020-13
Wahlaufgabengruppe W2: Doppelspaltversuch mit Fullerenmolekülen (Geschwindigkeitsfilter; Interferenz); 2020-21
Wahlaufgabengruppe W3: Analogie Schwingkreis – Federpendel; Nuklearmedizin (γ-Zerfall von Tc99*) 2020-29

Abitur-Prüfungsaufgaben 2021

Online als PDF zum Download .... **www.stark-verlag.de/mystark**

Jeweils im Herbst erscheinen die neuen Ausgaben der Abitur-Prüfungsaufgaben mit Lösungen.

Lösungen der Aufgaben: StD Harald Marterer

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

Sie haben zwei anstrengende Jahre an der BOS oder an der FOS ein zusätzliches 13. Schuljahr absolviert und werden eine schriftliche Prüfung im Fach Physik (Ausbildungsrichtung Technik) ablegen. Bei der **Vorbereitung auf die Abiturprüfung** wird Ihnen dieses Buch eine gute Hilfe sein.

- In den allgemeinen **Hinweisen und Tipps zur Abiturprüfung** finden Sie Informationen zu Ablauf, Struktur und Inhalt der Prüfung sowie nützliche Tipps, die Ihnen beim Lösen der Prüfungsaufgaben helfen werden.
- Den Hauptteil des Buches bildet eine Aufgabensammlung – basierend auf prüfungsrelevanten Originalaufgaben früherer Jahrgänge –, die passgenau die Erfordernisse der neuen Abiturprüfung abbildet. Sie finden im Einzelnen
  - **Übungsaufgaben** zu allen prüfungsrelevanten Themen des Abiturs;
  - eine **Prüfungsaufgabe im Stil der seit 2020 abgehaltenen Abiturs**, die sich in Aufbau, Umfang und Schwierigkeitsgrad an diesem orientiert;
  - die vollständigen **Original-Abiturprüfungen** der Jahrgänge 2019 und 2020.
  - Die **Abiturprüfung 2021** steht auf MyStark als Download zur Verfügung (siehe Hinweis auf der nächsten Seite).
  - Die ausführlichen **Lösungsvorschläge** zeigen Ihnen die eigentlichen Zusammenhänge auf und helfen Ihnen, Lösungsidee und -schritte besser zu verstehen.
  - Die den Lösungsvorschlägen vorangestellten **Lösungshinweise** unterstützen Sie darin, selbstständig die Lösung zu finden. Sie lenken Ihren Blick auf den Kern der Aufgabe und zeigen die Richtung eines möglichen Lösungsweges auf.
- Das thematisch geordnete **Stichwortverzeichnis** ermöglicht Ihnen die gezielte Suche nach bestimmten Inhalten.

Ich wünsche Ihnen für Ihre Prüfungen viel Erfolg!

H. Marterer

Harald Marterer

Hinweis: Das Corona-Virus hat auch im vergangenen Schuljahr die Prüfungsabläufe durcheinandergebracht und manches verzögert. Daher sind die Aufgaben und Lösungen zur Abiturprüfung 2021 in diesem Jahr nicht im Buch abgedruckt, sondern erscheinen in digitaler Form. Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2021 zur Veröffentlichung freigegeben sind, können Sie sie als PDF auf der Plattform **MyStark** herunterladen. Den Zugangscode finden Sie auf der vorderen Umschlaginnenseite.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abiturprüfung 2022 vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu im Internet ebenfalls auf MyStark.

Hinweise und Tipps zur Abiturprüfung

1 Auswahl der Aufgaben

In Bayern werden die Aufgaben der Abiturprüfung an den Beruflichen Oberschulen (FOS, BOS) zentral vom Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus gestellt. Die Prüfung besteht aus einem **Pflichtteil** (P) mit 40 erreichbaren Bewertungseinheiten (BE) und drei **Wahlteilen** (W) mit jeweils 30 BE. Der Pflichtteil ist von jedem Prüfungsteilnehmer zu bearbeiten, aus den drei Wahlteilen wählt die Fachlehrkraft zwei aus, die bearbeitet werden müssen. Die Schülerinnen und Schüler haben keine Auswahlmöglichkeit. Maximal können 100 BE erzielt werden. Die **Arbeitszeit** beträgt 180 Minuten.

2 Inhaltliche Vorgaben

Der aktuelle Lehrplan (gültig seit 2017), der den Abituraufgaben zugrunde liegt, enthält die folgenden 4 Lernbereiche:

LB1: Geladene Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern
- Lorentzkraft, elektrische Feldkraft
- Geschwindigkeitsfilter, Massenspektrometer, Teilchenbeschleuniger
- Millikan-Versuch (Schwebefallmethode), Versuch mit dem Fadenstrahlrohr, Versuch von Bucherer
- Quantelung elektrischer Ladung, Elementarladung
- spezifische Ladung
- relativistische Effekte: Ruhemasse, relativistische Masse, relativistischer Impuls, Äquivalenz von Masse und Energie, relativistische Gesamtenergie, relativistische Energie-Impuls-Beziehung, Vakuumlichtgeschwindigkeit als Grenzgeschwindigkeit

LB2: Elektromagnetische Schwingungen und Wellen

- elektromagnetischer Schwingkreis, Eigenfrequenz, Thomson-Gleichung
- Differenzialgleichung der freien, ungedämpften elektromagnetischen Schwingung
- freie gedämpfte elektromagnetische Schwingung
- Entladen eines Kondensators über eine Spule
- Rückkopplungsschaltung nach der Idee von Alexander Meißner
- induktiv gekoppelte Schwingkreise, Resonanz, Phasenverschiebung
- Stromstärke und Spannungsverteilung am Dipol in der Grundschwingung
- Abstrahlcharakteristik, abgestrahlte Intensität bzgl. der Dipolachse (insbesondere senkrecht und parallel zur Dipolachse)
- freie elektromagnetische Welle, Polarisation, Transversalwelle, Ausbreitungsgeschwindigkeit, Verknüpfung von elektrischem und magnetischem Feld
- Interferenzexperimente mit Dipolstrahlung, Doppelspalt, Interferenz gegenläufiger Wellen, z. B. Reflexion an Metallwand
- Beugung am Einfachspalt (nur qualitativ)
- Beugung und Interferenz am Doppelspalt, Bedingungen für Intensitätsmaxima und Intensitätsminima
- Beugung und Interferenz am Gitter (Mehrfachspalt), Bedingung für Intensitätsmaxima
- elektromagnetisches Spektrum, Emissionsspektren, Linienspektrum, kontinuierliches Spektrum

LB3: Quanten- und Atomphysik

- Jönsson-Experiment, Doppelspaltexperiment mit reduzierter Lichtintensität
- Versuch zum Quantenradierer
- Eigenschaften von Quantenobjekten: Unteilbarkeit, Interferenzfähigkeit, stochastisches Verhalten, Unbestimmtheit
- Unbestimmtheitsrelation von Heisenberg
- Versuch mit der Elektronenbeugungsröhre, De-Broglie-Gleichung, Bragg-Bedingung
- Wechselwirkungen elektromagnetischer Strahlung mit Materie: äußerer Fotoeffekt, Comptoneffekt, Paarbildung (nur Energiebilanz)
- Resonanzfluoreszenz, Franck-Hertz-Versuch
- Energiewerte und Serienformel für das Wasserstoffatom:
- Potenzialtopfmodelle: eindimensionaler Potenzialtopf mit unendlich hohen Wänden (quantitativ), mit endlich hohen Wänden (nur qualitativ), zwei und dreidimensionaler Potenzialtopf (nur qualitativ)
- eindimensionale stationäre Schrödingergleichung für ein Quantenobjekt der Masse m:
- Zustandsfunktionen und Energiewerte beim eindimensionalen Potenzialtopf der Breite a mit unendlich hohen Wänden:
- $|\Psi|^2$ als Wahrscheinlichkeitsdichte
- Röntgenstrahlung: Erzeugung, charakteristische Strahlung, Bremsstrahlung, Grenzwellenlänge, Gesetz von Moseley, Strukturanalyse mit der Einkristallmethode

LB4: Kernphysik

- Kernaufbau, Nukleonen, Quarks (up, down), Isotope, Nuklidkarte
- atomare Masseneinheit, Massendefekt, Bindungsenergie pro Nukleon
- Kernspaltung, Kernfusion
- physikalische Eigenschaften der α-, β- und γ-Strahlung
- Modell des eindimensionalen Potenzialtopfs mit endlich hohen Wänden, Tunneleffekt (nur qualitativ)
- Energie und Impulsbilanzen bei Kernreaktionen
- charakteristische Größen exponentieller Abklingvorgänge, z. B. Halbwertszeit, Halbwertsdicke
- Wechselwirkung radioaktiver Strahlung mit Materie: Ionisation, Bremsstrahlung, äußerer Fotoeffekt, Comptoneffekt, Paarbildung
- Anwendungen in der Medizin, z. B. Strahlentherapie, Positronen-Emissions-Tomografie, nuklearmedizinische Diagnostik
- Messgeräte zur Untersuchung von Ionendosis und Aktivität, z. B. Ionisationskammer, Geiger-Müller-Zählrohr
- Strahlenschutz, Strahlenbelastung, Energie und Äquivalentdosis

Alle Themen können geprüft werden, es gibt keine Einschränkungen.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abiturprüfung 2022 vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu im Internet ebenfalls auf MyStark

3 Zugelassene Hilfsmittel

Sie dürfen in der Prüfung folgende Hilfsmittel verwenden:

- die Formelsammlung Physik/Technologie/Chemie mit Merkhilfe Mathematik/Technik, herausgegeben vom Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München (ISB);
- einen nicht programmierbaren Taschenrechner.

4 Bearbeitung der Prüfungsaufgaben

- Gehen Sie gut vorbereitet in die Prüfung. Dazu gehört auch, dass Sie die erlaubten Hilfsmittel bereithalten, dass der Taschenrechner funktionsfähig ist und die Schreibsachen in Ordnung sind. Halten Sie auch einen Zirkel und eventuell Zeichenschablonen bereit.
- Für die Bearbeitung bekommen Sie zwei Sorten Papier ausgeteilt: Ein Blatt für Lösungsversuche und Nebenrechnungen, einen Bogen für die Reinschrift. Planen Sie die Zeit ein, die Sie für das Übertragen Ihrer Lösungsversuche auf den Bogen benötigen. Bei Aufgaben, deren Lösungen Ihnen leichtfällt, ist es sinnvoll, die Lösungen sofort auf dem Bogen für die Reinschrift niederzuschreiben.

- Verschaffen Sie sich einen Überblick über die Inhalte der Aufgabenteile. Anhand der Bewertungseinheiten am Textrand erkennen Sie schnell, wie umfangreich die Aufgaben sind. Beginnen Sie mit der Aufgabe, die Ihnen am leichtesten erscheint.
- Teilen Sie sich die Zeit geeignet ein. Für die P-Aufgabe können Sie ca. 70 Minuten einplanen, die beiden W-Teile sind gleich umfangreich und benötigen jeweils ca. 55 Minuten Arbeitszeit. Bei zügiger Bearbeitung haben Sie am Ende der Prüfung noch genügend Zeit, um zurückgestellte Aufgaben anzugehen oder um Ihre Ergebnisse zu kontrollieren.
- Es ist von Vorteil, wenn Sie die Aufgaben der Reihe nach lösen können, weil sie zum Teil aufeinander aufbauen und Teilergebnisse in den folgenden Aufgaben benötigt werden. Umgekehrt sind im Angabentext der nachfolgenden Teilaufgabe oft Informationen über die Ergebnisse der vorangegangenen Teilaufgaben enthalten; es lohnt sich also, den gesamten Aufgabentext einmal zu lesen und die entsprechenden Informationen zu markieren. Werfen Sie auch einen Blick auf die Bewertungseinheiten (BE) am Rand jeder Teilaufgabe: Sie helfen Ihnen, Umfang und Schwierigkeitsgrad abzuschätzen; entsprechend sollten Sie den Umfang Ihrer Antwort darauf abstimmen.
- Achten Sie bei grafischen Darstellungen darauf, ob ein Maßstab vorgegeben ist, geben Sie die dargestellten Größen mit Ihren Einheiten an und beschriften Sie die Achsen vollständig.
- Setzen Sie bei Berechnungen stets die Werte mit ihren Einheiten in die Formeln ein, auch wenn die Rechnung einfach erscheint. Sie erleichtern sich dadurch das Eintippen der Werte in den Taschenrechner und Sie haben anhand der Ergebniseinheit automatisch eine zusätzliche Kontrollmöglichkeit, ob Sie richtig gerechnet haben. Erhalten Sie etwa als Geschwindigkeitseinheit $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ statt $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, wissen Sie, dass ein Fehler in Ihrer Rechnung vorliegt.

5 Bewertung der Prüfungsarbeit

Anhand der Bewertungseinheiten bei jeder Teilaufgabe können Sie Ihre Leistung einordnen. Am einfachsten ist dies für Aufgaben möglich, bei denen konkrete Rechenwerte verlangt wurden. Neben dem Ergebnis wird der formale Weg bewertet. Hierbei sind der Lösungsansatz, die Umformung auf die gesuchte Größe und das korrekte Einsetzen der Einheiten wichtig.

Schwieriger einzuschätzen sind Beschreibungen und Begründungen. Hier werden vor allem eine logische Strukturierung, die Vollständigkeit Ihrer Antwort und die Verwendung der Fachsprache bewertet.

Versuchen Sie, eine gute äußere Form Ihrer Arbeit einzuhalten. Lösungen, die nicht zugeordnet werden können, können auch nicht bewertet werden. Eine mangelnde Form kann zudem zu einer negativen Bewertung führen.

Insgesamt können 100 BE erzielt werden, die nach folgendem Schlüssel bewertet werden:

BE	100–96	95–91	90–86	85–81	80–76	75–71	70–66	65–61
Note	15	14	13	12	11	10	9	8

BE	60–56	55–51	50–46	45–41	40–34	33–27	26–20	19–0
Note	7	6	5	4	3	2	1	0

6 Operatoren

Art und Umfang der erwarteten Leistung erkennen Sie an bestimmten Schlagworten, den sogenannten Operatoren, Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die am häufigsten verwendeten Operatoren, ihre Bedeutungen sowie jeweils ein Beispiel für eine Anwendung.

Operator	Bedeutung	Beispiel
ableiten	auf der Grundlage von Erkenntnissen sachgerechte Schlüsse ziehen	Leiten Sie aus dem Ergebnis der experimentellen Untersuchung die Grenzen des Gültigkeitsbereichs ab.
abschätzen	durch begründete Überlegungen Größenordnungen physikalischer Größen angeben	Schätzen Sie die Reichweite der α-Strahlung ab.
analysieren	wichtige Bestandteile / Eigenschaften zu einem gegebenen Thema herausarbeiten	Analysieren Sie den Versuchsaufbau auf mögliche Fehlerquellen.
anwenden	eine(n) bekannten Sachverhalt/bekannte Methode auf etwas Neues beziehen	Wenden Sie zur Auswertung die Gesetzmäßigkeiten der Bragg-Reflexion an.
Hypothesen aufstellen	eine begründete Vermutung formulieren	Stellen Sie eine Hypothese auf, wie sich die Anzahl der Photonen ändern wird.
auswerten	Daten, Einzelergebnisse oder andere Elemente in einen Zusammenhang stellen, ggf. zu einer Gesamtaussage zusammenführen und Schlussfolgerungen ziehen.	Werten Sie die Versuchsreihe grafisch aus.
begründen/ zeigen	Sachverhalte auf Regeln/Gesetze/kausale Zusammenhänge zurückführen	Begründen Sie, warum es sich um ein Interferenzmaximum 1. Ordnung handelt.
benennen	Begriffe und Sachverhalte einer vorgegebenen Struktur zuordnen	Benennen Sie die Bauteile des abgebildeten Aufbaus.

Pflichtaufgabengruppe P – Aufgabenstellung

HINWEIS: Mit **(G)** gekennzeichnete Aufgaben sind im vorliegenden Geheft zu lösen.

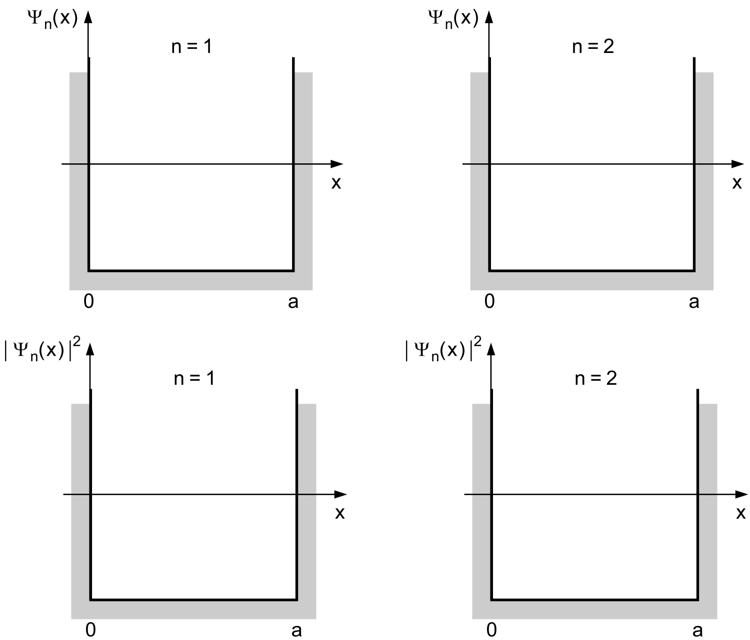
BE

1.0 Betrachtet wird ein eindimensionaler Potenzialtopf der Breite a mit unendlich hohen Wänden. Die Zustandsfunktion (Wellenfunktion) eines gebundenen Quantenobjekts der Masse m ist durch den Term

$$\Psi_n(x) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)$$

gegeben, wobei $\lambda = \frac{2a}{n}$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ ist.

(G) 1.1 Zeichnen Sie $\Psi_n(x)$ und $|\Psi_n(x)|^2$ für $n = 1$ und $n = 2$ qualitativ richtig in die nachfolgenden Koordinatensysteme.
Achten Sie beim Zeichnen auf die Krümmung der Kurven.



4

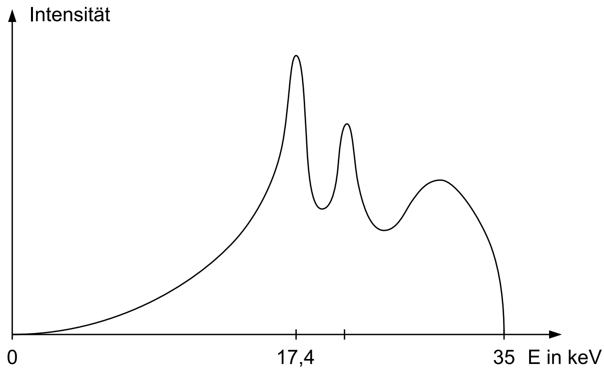
1.2 Geben Sie für das Quantenobjekt im Zustand $n = 2$ die Orte x mit maximaler und mit minimaler Wahrscheinlichkeitsdichte an. **2**

1.3 Zeigen Sie, dass für die Energiewerte des Quantenobjektes im Zustand $\Psi_n(x)$ gilt (h ist die Planck-Konstante):

$$E_n = \frac{h^2}{8m \cdot a^2} \cdot n^2$$ **5**

1.4 Zehn Elektronen befinden sich in einem eindimensionalen Potenzialtopf der Länge a, welcher unendlich hohe Wände besitzt, im Grundzustand. Von Wechselwirkungen zwischen den Elektronen werde abgesehen.
Durch Absorption eines Photons können einzelne Elektronen der Energie E_n auf ein höheres Energieniveau E_m angehoben werden. Ein derartiger Übergang wird mit $n \to m$ $(n < m)$ bezeichnet.
Ordnen Sie mit Begründung die Absorptionsübergänge $4 \to 6$, $5 \to 6$ und $5 \to 7$ den Wellenlängen $\lambda_A < \lambda_B < \lambda_C$ der jeweils absorbierten elektromagnetischen Strahlung zu. **4**

2.0 In einer Röntgenröhre werden Elektronen durch eine Beschleunigungsspannung U_{B1} zur Anode hin beschleunigt. Mithilfe der Drehkristallmethode wird die Intensitätsverteilung der Strahlung in Abhängigkeit von der Quantenenergie E gewonnen. Das Diagramm stellt diesen Zusammenhang qualitativ dar.



2.1 Zeigen Sie durch Rechnung und Verwendung des Graphen, dass das Anodenmaterial aus Molybdän besteht. **4**

2.2 Die Energie des L_α-Übergangs beträgt $E_{L_\alpha} = 2{,}3$ keV.

Berechnen Sie die Quantenenergie der K_β-Linie und begründen Sie Ihre Vorgehensweise. **3**

TIPP Lösungshinweise zur Aufgabengruppe P

Teilaufgabe 1.1
Es bilden sich stehende Wellen mit Knoten an den Rändern. Bei den Graphen für die Wahrscheinlichkeitsdichte ist die Krümmung in den Nullstellen zu beachten.

Teilaufgabe 1.2
Geben Sie die Orte in Abhängigkeit von der Topfbreite a an.

Teilaufgabe 1.3
Verwenden Sie die Schrödingergleichung.

Teilaufgabe 1.4
Sie benötigen die in Frage kommenden Energiedifferenzen. Beachten Sie, dass die Energien proportional mit n^2 zunehmen.

Teilaufgabe 2.1
Verwenden Sie das Moseley-Gesetz und entnehmen Sie dem Diagramm den relevanten Wert.

Teilaufgabe 2.2
Argumentieren Sie mit dem Schalenmodell. Ein Energieniveauschema ist hilfreich.

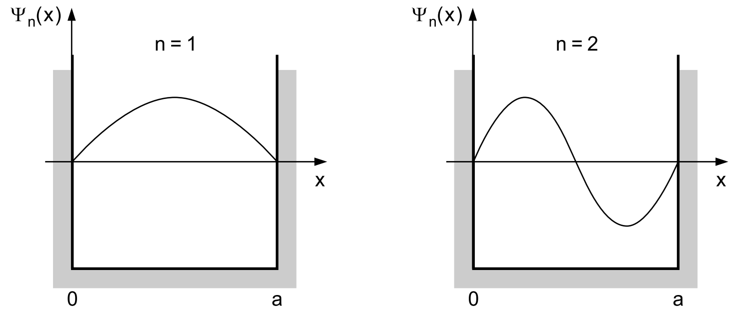
Teilaufgabe 2.3
Aussage 1: Die Beschleunigungsspannung können Sie dem Diagramm entnehmen.
Aussage 2: Überlegen Sie, ob die Energie ausreicht, um ein Elektron aus der K-Schale zu entfernen.
Aussage 3: Es gibt noch eine andere Möglichkeit, ein Elektron aus der L-Schale zu entfernen.

Teilaufgabe 3
Zwei Kästchen im der Abbildung entsprechen der Wellenlänge. Ermitteln Sie damit die Gangunterschiede und prüfen Sie die Interferenzbedingungen.

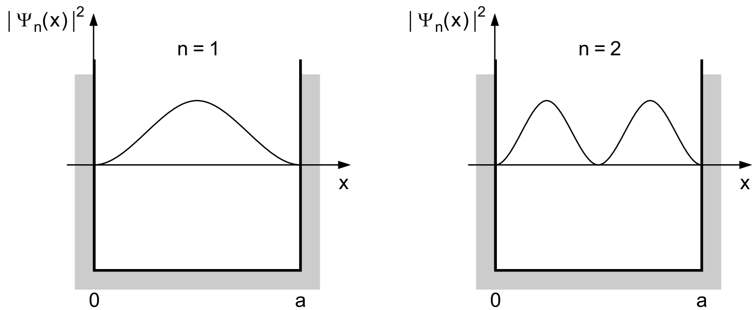
Teilaufgabe 4.1
Elektrische Verschiebungsarbeit wird in kinetische Energie umgewandelt.

Teilaufgabe 4.2
Aussage 1: Die Richtung des elektrischen Feldes und die Richtung der elektrischen Kraft stimmen bei positiv geladenen Teilchen überein.
Aussage 2: Interpretieren Sie die physikalische Bedeutung der Summe auf der rechten Gleichungsseite.
Aussagen 3 und 4: Prüfen Sie jeweils, ob die Energiebilanz stimmt (Vergleich Verschiebungsarbeit und kinetische Energie).

1.1 Die **Wellenfunktion Ψ_n** ergibt für gebundene Quantenobjekte stehende Wellen. An den Rändern des Potenzialtopfs ist die Amplitude null. Für $n = 1$ ergibt sich die Grundschwingung, für $n = 2$ die erste Oberschwingung.



Die Graphen der **Wahrscheinlichkeitsdichte $|\Psi_n(x)|^2$** verlaufen wie $y = \sin^2 x$. Die Nullstellen liegen in den Knoten der stehenden Wellen. Zu beachten ist, dass die Graphen in den Nullstellen waagrechte Tangenten besitzen.



TIPP Wenn Sie den Verlauf der Graphen nicht gleich parat haben, schauen Sie sich die angegebene Funktionsvorschrift der Wellenfunktion für $n = 1$ und $n = 2$ an, Sie können daraus bereits wesentliche Eigenschaften der Graphen ablesen:

- Es gilt stets $\Psi_n(0) = \Psi_n(a) = 0$ und damit auch $|\Psi_n(0)|^2 = |\Psi_n(a)|^2 = 0$.
- Es gilt stets $|\Psi_n(x)|^2 \geq 0$.
- $\Psi_1(x)$: $\lambda = 2a \rightarrow$ kein innerer Knoten.
- $\Psi_2(x)$: $\lambda = a \rightarrow$ ein innerer Knoten.
- Knoten von $\Psi_n(x)$ sind immer auch Knoten von $|\Psi_n(x)|^2$.

1.2 Die **Orte maximaler und minimaler Wahrscheinlichkeitsdichte** im Zustand $n=2$ erkennt man am Graphen der Funktion $|\Psi_2(x)|^2$:

- An den Rändern und in der Mitte des Potenzialtopfs ist die Wahrscheinlichkeitsdichte null, also für $x=0$, $x=\frac{a}{2}$ und $x=a$.
- Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist maximal bei $x=\frac{a}{4}$ und $x=\frac{3}{4}a$.

1.3 Um die Formel für die quantisierten **Energiewerte E_n** nachzuweisen, wird die Wellenfunktion Ψ_n und deren 2. Ableitung Ψ_n'' in die Schrödingergleichung

$$\Psi_n''(x)+\frac{8\pi^2\cdot m}{h^2}\cdot\left(E_n-V(x)\right)\cdot\Psi_n(x)=0$$

eingesetzt. Das Potenzial V(x) hat den Wert null; beim Ableiten von $\Psi_n(x)$ muss nachdifferenziert werden:

$$\Psi_n(x)=A\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\cdot x\right)$$

$$\Psi_n'(x)=A\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\cdot x\right)$$

$$\Psi_n''(x)=-A\cdot\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\cdot x\right)=-\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\cdot\Psi_n(x)$$

Jetzt kann in die Schrödingergleichung mit $V(x)=0$ eingesetzt werden:

$$\Psi_n''(x)+\frac{8\pi^2\cdot m}{h^2}\cdot E_n\cdot\Psi_n(x)=0$$

$$-\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\cdot\Psi_n(x)+\frac{8\pi^2\cdot m}{h^2}\cdot E_n\cdot\Psi_n(x)=0$$

$$\left(-\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2+\frac{8\pi^2\cdot m}{h^2}\cdot E_n\right)\cdot\Psi_n(x)=0$$

Diese Gleichung muss für jeden Ort x erfüllt sein. Das ist nur möglich, wenn der Term in der Klammer null ist:

$$-\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2+\frac{8\pi^2\cdot m}{h^2}\cdot E_n=0$$

Auflösen nach E_n ergibt:

$$\frac{8\pi^2\cdot m}{h^2}\cdot E_n=\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\quad\Rightarrow\quad E_n=\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\cdot\frac{h^2}{8\pi^2\cdot m}=\frac{h^2}{2m\cdot\lambda^2}$$

Mit der gegebenen Wellenlänge $\lambda=\frac{2a}{n}$ erhält man die gesuchte Formel:

$$E_n=\frac{h^2}{2m\cdot\lambda^2}=\frac{h^2}{2m\cdot\left(\frac{2a}{n}\right)^2}=\underline{\underline{\frac{h^2}{8m\cdot a^2}\cdot n^2}}$$

TIPP Da hier nur der Nachweis (und nicht die Herleitung) der gegebenen Formel verlangt ist, können Sie alternativ die Formel für E_n auch in die Schrödingergleichung einsetzen und zeigen, dass nach Einsetzen der 2. Ableitung der Wellenfunktion und Umformen eine korrekte Aussage folgt, nämlich die Beziehung $\lambda = \frac{2a}{n}$ für die quantisierte Wellenlänge im Potenzialtopf.

1.4 Zuordnung Absorptionsübergänge – Wellenlängen

TIPP *Vorüberlegung:* Zehn Elektronen besetzen im Grundzustand die untersten fünf Energieniveaus, denn nach dem Pauli-Prinzip dürfen höchstens zwei Elektronen dasselbe Niveau besetzen. Die Energieniveaus für $n > 5$ sind unbesetzt. Durch Energiezufuhr können Elektronen aus den besetzten unteren Energieniveaus auf höhere freie Energieniveaus gehoben werden. Die Energiezufuhr erfolgt durch Absorption eines Photons der Wellenlänge λ.

Der Zusammenhang zwischen Energie und Wellenlänge ergibt sich aus der Gleichung für die Energie eines Photons:

$$E = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

Je kleiner die Wellenlänge des Photons ist, desto mehr Energie kann es auf ein Elektron übertragen. Um die Wellenlängen $\lambda_A < \lambda_B < \lambda_C$ den Übergängen zuordnen zu können, müssen die Energiedifferenzen ΔE_{46}, ΔE_{56} und ΔE_{57} ermittelt werden. Für die Energien der Niveaus gilt die Gleichung:

$$E_n = \frac{h^2}{8m \cdot a^2} \cdot n^2$$

Für $n = 1$ beträgt die Energie

$$E_1 = \frac{h^2}{8m \cdot a^2} \cdot 1^2 = \frac{h^2}{8m \cdot a^2},$$

für höhere Quantenzahlen steigen die Energieniveaus proportional zu n^2 an:

$$E_n = E_1 \cdot n^2$$

Für die hier betrachteten Absorptionsübergänge sind die Energieniveaus E_4, E_5, E_6 und E_7 maßgeblich:

$$E_4 = E_1 \cdot 4^2 = 16E_1; \quad E_5 = 25E_1; \quad E_6 = 36E_1; \quad E_7 = 49E_1$$

Für einen Übergang $n \to m$ muss durch ein Photon die Energie ΔE_{nm} zugeführt werden, also für

$4 \to 6$: $\Delta E_{46} = E_6 - E_4 = (36 - 16) \cdot E_1 = 20E_1$

$5 \to 6$: $\Delta E_{56} = E_6 - E_5 = (36 - 25) \cdot E_1 = 11E_1$

$5 \to 7$: $\Delta E_{57} = E_7 - E_5 = (49 - 25) \cdot E_1 = 24E_1$

Der Vergleich der Energiedifferenzen ergibt:

- Die größte Differenz ist $\Delta E_{57} = 24\,E_1$, d. h., die kleinste Wellenlänge ermöglicht den Übergang $5 \rightarrow 7$.
- Die kleinste Differenz ist $\Delta E_{56} = 11 E_1$, d. h., die größte Wellenlänge ermöglicht den Übergang $5 \rightarrow 6$.

Damit können alle **Wellenlängen** in der Reihenfolge $\lambda_A < \lambda_B < \lambda_C$ den entsprechenden **Übergängen** zugeordnet werden:

- λ_A gehört zum Übergang $5 \rightarrow 7$.
- λ_B gehört zum Übergang $4 \rightarrow 6$.
- λ_C gehört zum Übergang $5 \rightarrow 6$.

2.1 Das Moseley-Gesetz

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{3}{4} R \cdot (Z-1)^2$$

enthält die Kernladungszahl Z. Kennt man Z, kann man auf das **Anodenmaterial** schließen. Dazu muss die Wellenlänge λ der K_α-Linie bekannt sein. Die K_α-Line erkennt man im Diagramm am Peak mit der größten Intensität. Dem Diagramm entnimmt man dafür die Energie 17,4 keV, sodass die Wellenlänge berechnet werden kann:

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{h \cdot c}{E}$$

$$\lambda = \frac{4{,}136 \cdot 10^{-15}\,\text{eVs} \cdot 2{,}998 \cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{17{,}4 \cdot 10^3\,\text{eV}} = 7{,}126 \cdot 10^{-11}\,\text{m}$$

Nun kann mit dem Moseley-Gesetz der Wert der Kernladungszahl Z berechnet werden:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{3}{4} R \cdot (Z-1)^2$$

$$(Z-1)^2 = \frac{4}{3\lambda \cdot R}$$

$$Z = \sqrt{\frac{4}{3\lambda \cdot R}} + 1$$

$$Z = \sqrt{\frac{4}{3 \cdot 7{,}1255 \cdot 10^{-11}\,\text{m} \cdot 1{,}097 \cdot 10^7\,\frac{1}{\text{m}}}} + 1 = 42{,}3 \approx \underline{\underline{42}}$$

Die Kernladungszahl ist 42. Es handelt sich um **Molybdän**.