

1	Aussagen	1
1.1	Grundlagen	1
1.2	Verknüpfung von Aussagen	4
1.3	Quantoren	8
2	Vollständige Induktion	11
2.1	Summen- und Produktnotation	11
2.2	Die Beweismethode der vollständigen Induktion	13
2.3	Verallgemeinerungen des Induktionsprinzips	15
2.4	Bonusmaterial und Anmerkungen	16
3	Mengen	17
3.1	Grundbegriffe der Mengenlehre	17
3.2	Mengenoperationen und ihre Rechenregeln	20
3.3	Indizierte Mengen	22
3.4	Mengen von Mengen	24
3.5	Geordnete Paare. Das Produkt zweier Mengen	25
3.6	Schlussbemerkungen	26
3.6.1	Cantors Werk und seine Rezeption	26
3.6.2	Zur Definition der natürlichen Zahlen	27
	Ergänzendes Material zu diesem Kapitel	28
4	Einige Beweistechniken	29
4.1	Kontraposition und Widerspruchsbeweis	29
4.2	Zum axiomatischen Aufbau der Mathematik	31
4.3	Die Jagd nach dem kleinsten Verbrecher	35
	Literatur für dieses Kapitel	36
5	Reelle Zahlen	37
5.1	Axiomatische Charakterisierung	37
5.1.1	Körperaxiome	37
5.1.2	Anordnungsaxiome	39
5.1.3	Vollständigkeit	41
5.2	Folgerungen aus den Körpereigenschaften	42
5.3	Potenzen	46

5.4	Elementare Ungleichungen	47
5.5	Absolutbetrag, Minimum und Maximum	52
5.6	Supremum und Infimum. Vollständigkeit	55
5.7	Ausblick: Zum Archimedisches Axiom.	60
	Ergänzendes Literatur zu diesem Kapitel	60
6	Funktionen	61
6.1	Der Funktionsbegriff	61
6.2	Eigenschaften von Abbildungen	64
6.3	Die Umkehrfunktion. Wurzeln.	65
6.4	Komposition von Funktionen.	69
7	Die komplexen Zahlen	73
7.1	Motivation	73
7.2	Definition und elementare Eigenschaften komplexer Zahlen . . .	74
7.3	Nachbemerkung und Ausblick	78
	Ergänzendes Literatur zu diesem Kapitel	79
8	Folgen	81
8.1	Motivation	81
8.2	Folgen und Grenzwerte	82
8.3	Rechenregeln für Grenzwerte	87
8.4	Verträglichkeit von Grenzwert und Ungleichungen.	89
	8.4.1 Montone Folgen	90
8.5	Uneigentliche Konvergenz	92
8.6	Der Satz von Bolzano-Weierstraß	93
	8.6.1 Teilfolgen und Häufungspunkte	93
8.7	Limes superior und Limes inferior.	96
8.8	Vollständigkeit	98
8.9	Folgen komplexer Zahlen.	99
8.10	Bonusmaterial	103
	Literatur zu diesem Kapitel	105
9	Reihen	107
9.1	Motivation und grundlegende Begriffe	107
9.2	Absolute Konvergenz	112
9.3	Weitere Konvergenzkriterien	115
9.4	Alternierende Reihen	119
9.5	Potenzreihen.	121
9.6	Reihenprodukte	123
9.7	Bemerkungen und Ausblicke	128
	Ergänzendes Literatur zu diesem Kapitel	131
10	Stetige Funktionen	133
10.1	Motivation	133
10.2	Grundlegende Begriffe	134
10.3	Sätze über stetige Funktionen	138

10.4	Uneigentliche Grenzwerte von Funktionen	143
10.5	Monotone Funktionen	145
10.6	Anmerkungen	148
	Ergänzendes Literatur zu diesem Kapitel	149
11	Exponentialfunktion, trigonometrische Funktionen, Logarithmus	151
11.1	Die Exponentialfunktion im Reellen	154
11.2	Die Exponentialfunktion im Komplexen. Trigonometrische Funktionen	156
11.3	Die Kreiszahl π	160
11.4	Polarkoordinaten	162
11.5	Tangens und hyperbolische Funktionen.	163
11.6	Logarithmen	166
11.7	Die allgemeine Potenzfunktion	169
12	Differenzierbarkeit reeller Funktionen.	171
12.1	Kontext. Definition der Differenzierbarkeit	171
12.2	Rechenregeln	176
12.3	Eigenschaften differenzierbarer Funktionen	182
12.4	Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen	187
12.5	Höhere Ableitungen	189
12.6	Konvexe Funktionen.	194
12.7	Schlussbemerkung: Nicht differenzierbare Funktionen.	196
	Ergänzendes Literatur zu diesem Kapitel	197
13	Folgen von Funktionen	199
13.1	Punktweise Konvergenz	199
13.2	Gleichmäßige Konvergenz	201
14	Das Integral	207
14.1	Grundlagen	207
14.2	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	217
14.3	Integrationsregeln	221
14.4	Bonusmaterial: Integrationspraxis	225
	14.4.1 Integration rationaler Funktionen.	226
	14.4.2 Integrale von Verkettungen rationalen Funktionen.	235
14.5	Weitere Charakterisierungen von Regelfunktionen	237
14.6	Uneigentliche Integrale	239
14.7	Anwendung: Wallis'sches Produkt und Stirlingsche Formel	242
14.8	Ausblick	247
	Ergänzendes Literatur zu diesem Kapitel	247
15	Vertauschungssätze	249
15.1	Punktweise Konvergenz: Drei Enttäuschungen	250
15.2	Vertauschungssätze für gleichmäßige Konvergenz	252

16 Potenzreihen und Taylorreihen	255
16.1 Gleichmäßige Konvergenz von Potenzreihen	255
16.2 Taylorreihen	261
16.3 Bonusmaterial	269
17 Einführung in Differentialgleichungen	271
17.1 Separable Differentialgleichungen erster Ordnung	273
17.2 Inhomogene Gleichungen erster Ordnung	277
17.2.1 Integrierende Faktoren	278
17.2.2 Variation der Konstanten	281
17.3 Anwendung: Coffeingehalt im Blut	283
Ergänzendes Literatur zu diesem Kapitel	285
18 Unendliche Mengen	287
Stichwortverzeichnis	295