

2022 Mittlerer Schulabschluss

Original-Prüfungsaufgaben und Training

ActiveBook
• Interaktives
Training

**MEHR
ERFAHREN**

Realschule · Gesamtschule EK · Sek II
Nordrhein-Westfalen

Mathematik 10. Klasse

- + *Basiswissen mit Übungen*
- + *Herausnehmbare Formelsammlung*
- + *Lernvideos*

Original-Prüfungsaufgaben
2021 zum Download



STARK

Inhalt

Vorwort

Hinweise und Tipps		I
1	Hinweise zur Zentralen Prüfung	I
2	Wie man für die Prüfung lernen kann	V
3	Das Lösen einer mathematischen Aufgabe	VII

Training Grundwissen		1
1	Wiederholung 5.–9. Klasse	3
1.1	Terme	3
	Termumformungen	4
	Zerlegung von Termen in Produkte – Faktorisieren	9
	Bruchterme	10
1.2	Lösen von linearen Gleichungen und Ungleichungen	14
1.3	Proportionale und antiproportionale Zuordnungen	16
	Proportionale Zuordnungen 	16
	Nicht-proportionale Zuordnungen	17
	Antiproportionale Zuordnungen 	17
1.4	Prozent- und Zinsrechnung	18
1.5	Umrechnungen von Größen	24
1.6	Ebene Figuren	26
1.7	Potenzen	28
	Definitionen	28
	Gesetze für das Rechnen mit Potenzen	29
	Sehr große und sehr kleine Zahlen	29
	Gleichungen mit Potenzen der Form $x^n = a$	30
2	Lineare Funktionen – Lineare Gleichungssysteme	32
2.1	Lineare Funktionen	32
	Lineare Funktionen der Form $f: y = m \cdot x$	33
	Allgemeine lineare Funktionen $f: y = m \cdot x + t$ 	36
2.2	Lineare Gleichungssysteme	40
	Grafisches Lösungsverfahren	40
	Rechnerische Lösungsverfahren	41
3	Quadratische Funktionen und Gleichungen	46
3.1	Quadratische Funktionen	46
	Die quadratische Funktion $f: y = x^2$	46
	Quadratische Funktionen der Form $f: y = ax^2$ 	46

	Quadratische Funktionen der Form $f: y = ax^2 + n$	49
	Quadratische Funktionen der Form $f: y = a(x - m)^2$	51
	Quadratische Funktionen der Form $f: y = a(x - m)^2 + n$ 	53
3.2	Extremwertaufgaben	56
3.3	Quadratische Gleichungen	61
	Reinquadratische Gleichungen mit $b = 0$	61
	Quadratische Gleichungen mit $b \neq 0$	62
3.4	Nullstellen von Parabeln 	65
3.5	Schnittpunkte zwischen Parabel und Gerade	67
4	Exponentialfunktionen und Wachstumsprozesse	70
4.1	Exponentielle Zunahme und exponentielle Abnahme	70
4.2	Exponentialfunktionen 	72
4.3	Exponentialgleichungen	78
5	Grafische Darstellungen und Diagramme	81
5.1	Interpretation von grafischen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge	81
	Lineares Wachstum, lineare Abnahme	83
	Nicht lineares Wachstum	90
5.2	Analyse grafischer Darstellungen bei statistischen Datenerhebungen	93
6	Ähnlichkeit	99
6.1	Ähnliche Figuren	99
6.2	Zentrische Streckung	100
7	Sätze am rechtwinkligen Dreieck	106
7.1	Der Satz des Pythagoras	106
7.2	Der Satz des Thales	110
8	Trigonometrie	112
8.1	Trigonometrische Beziehungen in rechtwinkligen Dreiecken	112
8.2	Berechnungen in beliebigen Dreiecken	119
9	Kreis	122
9.1	Kreisfläche und Kreisumfang, Kreisring	122
9.2	Kreisbogen und Kreissektor, Berechnungen am Kreis und an Kreisteilen	125
10	Körper	129
10.1	Schrägbild und Netz eines Körpers	129
10.2	Prisma	133
10.3	Kreiszyylinder	139
10.4	Pyramide	142
10.5	Kegel	148
10.6	Kugel	151
10.7	Rotationskörper, zusammengesetzte Körper und Restkörper	154

11	Stochastik	160
11.1	Statistische Grundbegriffe 	160
11.2	Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	169
11.3	Die Wahrscheinlichkeit bei Zufallsexperimenten	169
11.4	Wahrscheinlichkeit und das Gesetz der großen Zahlen	172
11.5	Mehrstufige Zufallsexperimente 	173
12	Werkzeuge	178
12.1	Arbeiten mit dem Taschenrechner	178
12.2	Arbeiten mit einer Tabellenkalkulation	181

Aufgabe im Stil der Zentralen Prüfung **187**

Prüfungsteil 1	189
Prüfungsteil 2	191

Zentrale Prüfungen **195**

Zentrale Prüfung 2016	2016-1
Zentrale Prüfung 2017	2017-1
Zentrale Prüfung 2018	2018-1
Zentrale Prüfung 2019	2019-1

Wegen des Corona-Virus wurden 2020 die Zentralen Prüfungen in Klasse 10 ersetzt durch Prüfungsarbeiten, die dezentral von den Lehrkräften erstellt wurden. Für 2020 können daher keine Original-Aufgaben abgedruckt werden.

Zentrale Prüfung 2021 www.stark-verlag.de/mystark

Das Corona-Virus hat auch im vergangenen Schuljahr die Prüfungsabläufe beeinflusst und manches verzögert. Um dir die **Prüfung 2021** schnellstmöglich zur Verfügung stellen zu können, bringen wir sie in digitaler Form heraus. Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2021 zur Veröffentlichung freigegeben sind, können sie als **PDF** auf der Plattform **MyStark** heruntergeladen werden (Zugangscodes vgl. Farbseiten vorne im Buch).



Mit dem **Interaktiven Training** kannst du online mit vielen zusätzlichen interaktiven Aufgaben zu allen prüfungsrelevanten Kompetenzbereichen trainieren.

Die **interaktiven Aufgaben** sind im Buch mit diesem Button gekennzeichnet. Am besten gleich ausprobieren! Ausführliche Infos inkl. Zugangscodes findest du auf den **Farbseiten** vorne in diesem Buch.



Autorinnen und Autoren:

Christoph Borr, Doris Cremer, Olaf Klärner, Karl-Heinz Kuhlmann, Wolfgang Matschke, Marc Möllers, Heike Ohrt, Dietmar Steiner

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit vorliegendem Buch kannst du dich **schon ab der 9. Klasse** auf die **Zentrale Prüfung** in Mathematik zum **mittleren Schulabschluss** vorbereiten.

Gerade bei einer zentral gestellten Prüfung ist das **Grundwissen** besonders wichtig. Denn es geht nicht um irgendwelche Spezialkenntnisse, die du vielleicht gut beherrschst, sondern die Aufgaben in der Prüfung werden auf einem möglichst breiten Grundwissen aufbauen. Es geht vor der Prüfung also um eine Gesamtwiederholung.

- ▶ Daher beginnt dieses Buch mit einem ausführlichen **Trainingsteil**. Im Kapitel 1 werden die wichtigsten Themen der 5. bis 9. Klasse so kurz wie möglich wiederholt, die Kapitel 2 bis 11 behandeln intensiv sämtliche prüfungsrelevanten Bereiche der 9. und 10. Klasse. In den einzelnen Kapiteln findest du insgesamt 210 Aufgaben, anhand derer du überprüfen kannst, ob du den Stoff sicher beherrschst. Wenn du dich bereits fit fühlst, kannst du direkt mit den **Anwendungsaufgaben** beginnen. Sollten dir diese Aufgaben noch Schwierigkeiten bereiten, kannst du die erforderlichen Stoffgebiete im Trainingsteil selbstständig erarbeiten und dich dann über die Lösung der Aufgaben zum **Grundwissen** erneut an die Anwendungsaufgaben machen.

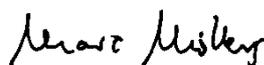
Zu einigen Themen gibt es zusätzlich **Lernvideos**. An den entsprechenden Stellen im Buch findest du einen QR-Code, der mit einem Smartphone oder Tablet  gescannt werden kann. Eine Zusammenstellung aller Videos ist über den QR-Code links abrufbar. Außerdem kannst du die Videos von der Plattform **MyStark** herunterladen.

- ▶ Wenn die einzelnen Themen „sitzen“, du die Aufgaben also lösen kannst, geht es weiter mit der **Aufgabe im Stil der Zentralen Prüfung**. Hier sind die Aufgaben nicht mehr nach Themengebieten unterteilt, sondern – wie in der Prüfung – aus den verschiedensten Bereichen zusammengestellt. Es kommt also zunächst darauf an zu erkennen, *wie* die jeweilige Aufgabe gelöst werden könnte, welchem Themengebiet sie zuzuordnen ist. Ein wichtiger Gesichtspunkt in der Prüfung ist die **Bearbeitungszeit**. Daher solltest du *vor* der Prüfung schon unter echten Prüfungsbedingungen üben. In der Prüfung hast du **120 Minuten** Zeit, unterteilt in 30 Minuten für den 1. Teil und 90 Minuten für den 2. Teil. Auch wenn du anfangs die Aufgaben innerhalb dieser Zeit nicht schaffst, solltest du die „Prüfung“ in Abständen wiederholen, bis du sicher bist und die Aufgaben richtig und in der vorgesehenen Zeit löst. Wenn du merkst, dass du immer wieder über dasselbe Problem stolperst, solltest du das entsprechende Trainingskapitel wiederholen.
- ▶ Jetzt kannst du dich an die zuletzt gestellten **Zentralen Prüfungen** wagen. Schaffst du es, diese in der vorgegebenen Zeitspanne und nur mit den zulässigen Hilfsmitteln zu bearbeiten, bist du optimal vorbereitet.
- ▶ Zu allen Aufgaben gibt es in einem separaten Buch (Best.-Nr. 51500L) ausführliche **Lösungen**, in denen jeder Rechenschritt erklärt ist. Beachte: Du solltest immer versuchen, die Lösung selbst zu finden, und erst dann mit dem Lösungsbuch vergleichen.

Viel Erfolg in der Prüfung!



Wolfgang Matschke



Marc Möllers

Hinweise und Tipps

1 Hinweise zur Zentralen Prüfung

Ablauf der Prüfung

In Nordrhein-Westfalen nehmen die Schülerinnen und Schüler aller Schularten am Ende der Klassenstufe 10 an der **Zentralen Prüfung** teil. Die Prüfung umfasst je eine schriftliche Arbeit in den Fächern Deutsch, Mathematik und Englisch. In Mathematik findet die Prüfung am **17. Mai 2022** statt.

Im Fach Mathematik besteht die schriftliche Prüfung aus den Prüfungsteilen 1 und 2. Beide Prüfungsteile sind innerhalb der **120-minütigen Arbeitszeit** zu bewältigen. In der Prüfung sind als Hilfsmittel zugelassen: Zirkel und Geodreieck, wissenschaftlicher Taschenrechner und Formelsammlung. (Die herausnehmbare Formelsammlung in diesem Buch ist auch zur Prüfung zugelassen.)

Prüfungsteil 1 enthält mehrere, voneinander unabhängige Aufgaben geringer Komplexität zu grundlegenden mathematischen Sachverhalten (Basiskompetenzen), darunter auch Aufgaben mit Auswahlcharakter (Multiple-Choice-Aufgaben). Zur Bearbeitung der Aufgaben von Prüfungsteil 1 sind **30 Minuten** vorgesehen. Hier werden die **Basiskompetenzen** abgefragt, die du in den Schuljahren 5 bis 10 erworben hast. Die Aufgabenformen kennst du schon aus der „Lernstandserhebung“.

Prüfungsteil 2 beinhaltet Aufgaben mit höherem Komplexitätsgrad zu grundlegenden mathematischen Sachverhalten aus allen vier Themenbereichen (Funktionen, Arithmetik/Algebra, Geometrie und Stochastik) und deren Anwendung. Diesen Aufgaben liegen die Unterrichtsinhalte der Jahrgangsstufen 9 und 10 zugrunde. Der Arbeitszeitanteil umfasst hier **90 Minuten**.

Bei der Auswertung der Aufgaben wird sowohl der Umgang mit Maßeinheiten als auch die Nachvollziehbarkeit, formale Angemessenheit und Genauigkeit der Darstellung von Lösungen gesondert berücksichtigt und mit Extrapunkten bewertet. Qualitativ gleichwertige Lösungswege werden auch identisch bewertet.

Im letzten Teil dieses Buches findest du die **Original-Aufgaben der Zentralen Prüfungen aus den Jahren 2016 bis 2019**; die **Prüfungsaufgaben 2021** stehen dir auf der Plattform **MyStark** zum Download zur Verfügung. Diese Sammlung von Prüfungsaufgaben ist insbesondere für die **Vorbereitungsphase unmittelbar vor der Abschlussprüfung** gedacht und hilft dir dabei, noch mehr Sicherheit im Umgang mit Prüfungsaufgaben zu gewinnen. Den offiziellen Prüfungsaufgaben vorangestellt ist eine „Aufgabe im Stil der Zentralen Prüfung“. Die hier gewählten Aufgaben verweisen auf Themenfelder, die in dieser oder ähnlicher Form in den Prüfungen vorheriger Jahre immer wieder von Bedeutung waren.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch **wichtige Änderungen** für die Abschlussprüfung 2022 bekannt gegeben werden, erhältst du **aktuelle Informationen** dazu ebenfalls auf der **Plattform MyStark**. Den Zugangscodex dafür findest du vorne im Buch.

Aktuelle Informationen zur Zentralen Prüfung und Antworten auf viele weitere Fragen, die du möglicherweise zur Zentralen Prüfung hast, findest du auch im Internet unter:

www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/zp10/

3 Quadratische Funktionen und Gleichungen

3.1 Quadratische Funktionen

Merke

Quadratische Funktionen

Funktionen mit der Funktionsgleichung $f: y = ax^2 + bx + c$ heißen **quadratische Funktionen**. (Wegen des quadratischen Terms ax^2 muss dabei $a \neq 0$ gelten.)

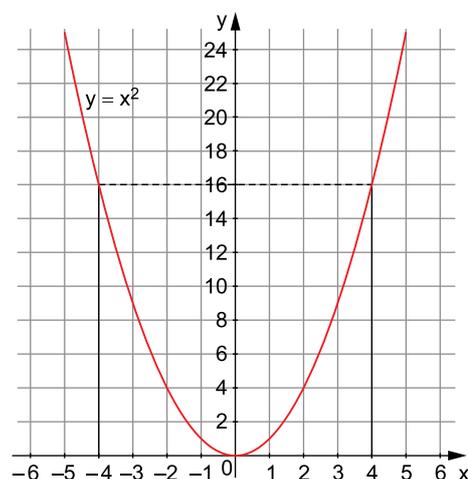
Die einfachste Form einer quadratischen Funktion erhält man für $a=1$, $b=0$ und $c=0$.

Die quadratische Funktion $f: y = x^2$

Wertetabelle

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

Graph



Der Graph der quadratischen Funktion $f: y = x^2$ ist die **Normalparabel**. Die Normalparabel hat den **Scheitel S(0|0)** im Koordinatenursprung und die **y-Achse** als **Symmetrieachse**.

Quadratische Funktionen der Form $f: y = ax^2$

Merke



Quadratische Funktionen der Form $f: y = ax^2$

- Die Funktionswerte der quadratischen Funktion $y = ax^2$ ergeben sich aus den entsprechenden Funktionswerten von $y = x^2$ durch **Multiplikation mit dem Faktor a** (vergleiche Wertetabelle, letzte Spalte).
- Die Graphen der Funktionen $y = ax^2$ sind Parabeln mit dem **Scheitel S(0|0)**, die durch **Streckung** ($a > 1$ oder $a < -1$) oder **Stauchung** ($-1 < a < 1$) und ggf. **Spiegelung an der x-Achse** ($a < 0$) aus der Normalparabel entstehen.
- Für positive Werte von a ist die Parabel nach oben, für negative Werte von a nach unten geöffnet.

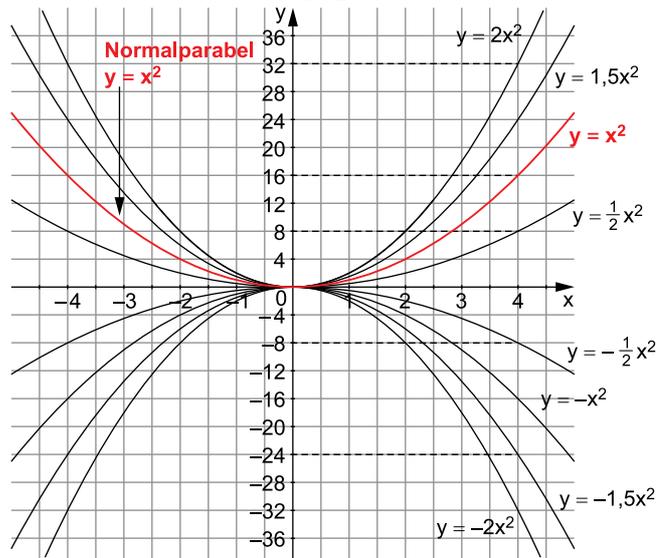
Beispiele

$$\begin{array}{ll}
 a=0,5 & f_1: y=0,5x^2 \\
 a=2 & f_2: y=2x^2 \\
 a=-0,5 & f_3: y=-0,5x^2 \\
 a=-1,5 & f_4: y=-1,5x^2
 \end{array}$$

Wertetabelle

	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	a · f
f	y	16	9	4	1	0	1	4	9	16	1 · f
f ₁	y	8	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5	8	0,5 · f
f ₂	y	32	18	8	2	0	2	8	18	32	2 · f
f ₃	y	-8	-4,5	-2	-0,5	0	-0,5	-2	-4,5	-8	-0,5 · f
f ₄	y	-24	-13,5	-6	-1,5	0	-1,5	-6	-13,5	-24	-1,5 · f

Graphen der Funktionen f₁, f₂, f₃ und f₄



Vergleiche die Funktionswerte von f₁, f₂, f₃ und f₄ mit denen der Funktion f sowie deren Graphen mit dem Graphen von f.

Aufgaben

Grundwissen

79

Bestimme den Faktor a so, dass der Graph der Funktion $y = ax^2$ durch den Punkt

- a) P(2|-2) b) Q(-5|12,5) c) A(-2,5|-18,75) d) B(2|-4)
verläuft.

80

Die Graphen der Funktionen $y = ax^2$ sind Parabeln mit dem Scheitel S(0|0). Form und Öffnung der Parabeln hängen jedoch vom Wert des Faktors a ab. Fülle die Tabelle aus.

Faktor	Öffnung	Form der Parabel	Beispiel
a > 1			
a = 1			
0 < a < 1			
-1 < a < 0			
a = -1			
a < -1			



Interaktive Aufgaben

- 1. Parabel zuordnen
- 2. Reihenfolge
- 3. Parabel zeichnen

Anwendungsaufgaben

81

Für den Bremsweg s eines ICE in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v gilt näherungsweise:

$$s = 0,042 \cdot v^2 \quad (s \text{ in m und } v \text{ in } \frac{\text{km}}{\text{h}}).$$

a) Erstelle für den Bremsweg s in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v für $0 \frac{\text{km}}{\text{h}} \leq v \leq 240 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ in Schritten von

$30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ eine Wertetabelle und zeichne den zugehörigen Graphen.

b) Entnimm der grafischen Darstellung die Bremswege für $v_1 = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ und für $v_2 = 200 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

c) Überprüfe dein Ergebnis aus Teilaufgabe b rechnerisch.

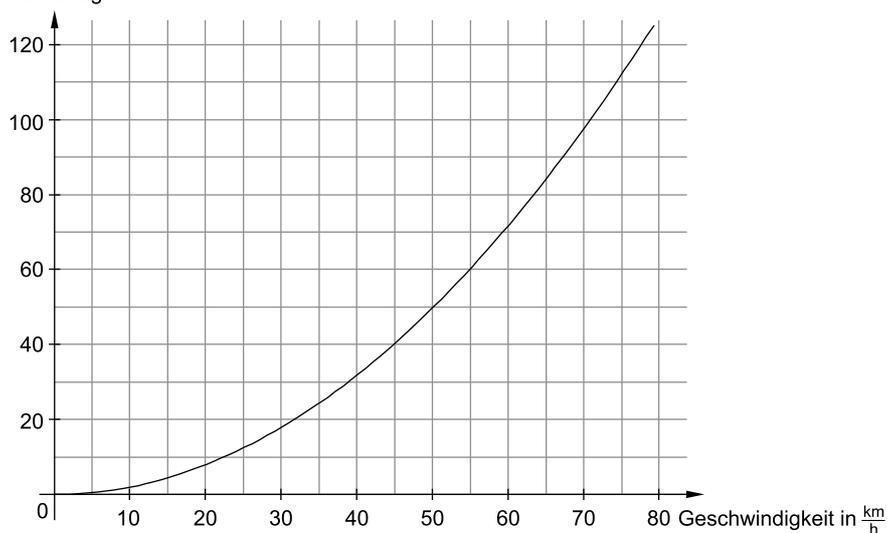


82

Die Länge des Bremswegs eines Fahrzeugs kann näherungsweise mit der Faustformel $y = a \cdot x^2$ berechnet werden. Dabei gibt x die Geschwindigkeit des Fahrzeugs in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ an, y die Länge des Bremswegs in m. Der „Bremsfaktor“ a hängt vom Straßenzustand und vom Fahrzeugtyp ab.

Das Diagramm zeigt die Länge y des Bremswegs in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit x .

Bremsweg in m



a) Wie lang ist der Bremsweg bei einer Geschwindigkeit von $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?

b) Ein Pkw benötigt einen Bremsweg von 80 m. Gib mithilfe des Graphen die maximale Geschwindigkeit des Pkws vor dem Bremsen an.

c) Erkläre, wie man mithilfe des Graphen den Bremsfaktor a bestimmen kann.

d) Für diese (trockene) Straße und diesen Pkw ist der Faktor $a = 0,02$. Berechne die Länge des Bremswegs für Geschwindigkeiten von $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ und $130 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

e) Der Faktor a hat für diesen Pkw und für eine nasse Straße einen anderen Wert. Gib einen möglichen Wert für a an und zeichne einen möglichen Bremsgraphen für eine nasse Straße ein. Begründe deine Entscheidung.

Zentrale Prüfung 2019
NRW – Mathematik

Prüfungsteil 1

Aufgabe 1

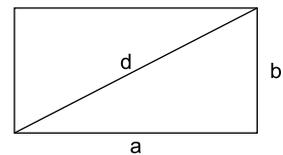
Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

$$\frac{6}{10} \quad -0,626 \quad -6,26 \quad \frac{1}{6}$$

Aufgabe 2

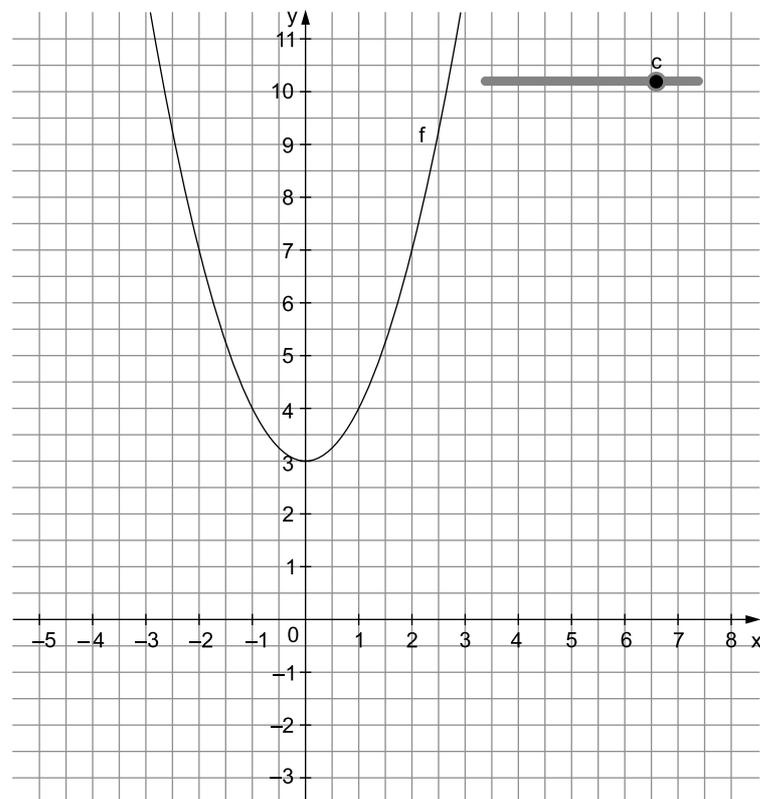
Ein Rechteck hat die Seitenlängen $a=5$ cm und $b=3$ cm.

- Berechne die Länge der Diagonale d .
- Wie verändert sich der Flächeninhalt dieses Rechtecks, wenn man jede Seitenlänge verdoppelt? Begründe.
- Ein anderes Rechteck hat einen Flächeninhalt von 24 cm^2 .
Wie lang könnten die Seiten sein? Gib zwei unterschiedliche Möglichkeiten an.



Aufgabe 3

Isabelle zeichnet mit einer Geometriesoftware den Graphen einer quadratischen Funktion mit: $f(x)=x^2+c$. Sie erstellt einen Schieberegler, mit dem sie den Wert für c verändern kann.



Prüfungsteil 2

Aufgabe 1: Kaugummiautomat

Steffi hat zum Geburtstag einen Kaugummiautomaten und eine Tüte mit Kaugummikugeln bekommen (Abbildung 1).

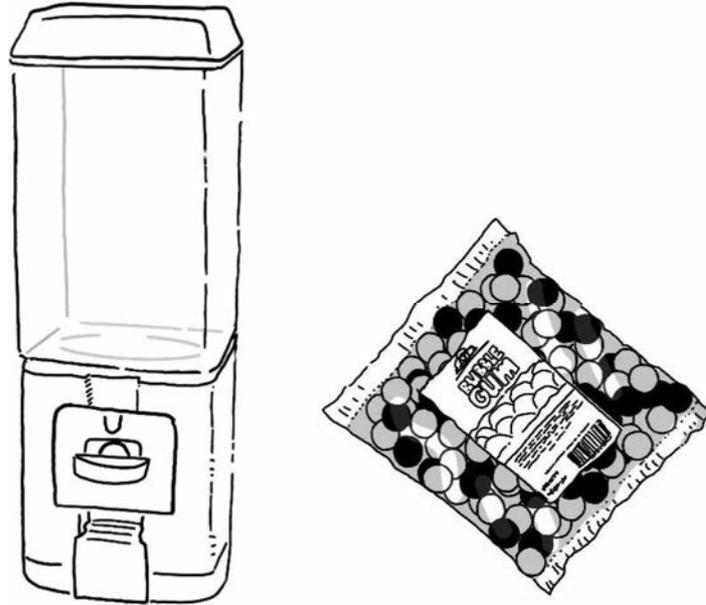


Abbildung 1: Kaugummiautomat und Tüte mit Kaugummikugeln

- Eine Kaugummikugel hat einen Durchmesser von 14 mm.
Bestätige durch eine Rechnung, dass das Volumen einer Kaugummikugel ca. $1,44 \text{ cm}^3$ beträgt.
- 1 cm^3 Kaugummimasse wiegt 0,82 g.
Berechne, wie viele Kaugummikugeln in einer 300-Gramm-Packung sind.
- Der Behälter für die Kaugummikugeln ist 16,5 cm breit, 16,5 cm tief und 42,5 cm hoch. Steffi möchte wissen, wie viele Kaugummikugeln in den Behälter passen und rechnet $(16,5 \cdot 16,5 \cdot 42,5) : 1,44 \approx 8\,035$.
Erkläre Steffis Rechnung und beurteile, ob Steffis Rechnung geeignet ist, die Anzahl der Kaugummikugeln in der Realität zu berechnen.

Steffi füllt eine Mischung aus 8 roten und 12 weißen Kaugummikugeln in den Automaten. Durch Drehen am Automaten erhält man zufällig eine rote oder eine weiße Kaugummikugel.

- Begründe, dass die Wahrscheinlichkeit, beim ersten Drehen eine rote Kaugummikugel zu erhalten, $\frac{2}{5}$ beträgt.
- Das Baumdiagramm (Abbildung 2) zeigt die Wahrscheinlichkeiten, beim ersten und zweiten Drehen eine rote oder weiße Kaugummikugel zu erhalten.
Ergänze die fehlenden Einträge im Baumdiagramm.



© **STARK Verlag**

www.pearson.de
info@pearson.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.