2022 Mittlerer Schulabschluss

Original-Prüfungsaufgaben und Training

MEHR ERFAHREN

O... ...aufgaben

...load

Hauptschule Typ B · Gesamtschule EK · Sek...

Nordrhein-Westfalen

Mathematik 10. Klasse

+ *Ausführliche Lösungen*
+ *Hinweise und Tipps*

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Training Grundwissen

Original-Prüfungsaufgaben

Wegen des Corona-Virus wurden 2020 die Zentralen Prüfungen in Klasse 10 ersetzt durch Prüfungsarbeiten, die dezentral von den Lehrkräften erstellt wurden. Für 2020 können daher keine Original-Aufgaben und Lösungen dazu abgedruckt werden.

Das Corona-Virus hat auch im vergangenen Schuljahr die Prüfungsabläufe durcheinandergebracht und manches verzögert. Daher sind die Lösungen zur Prüfung 2021 in diesem Jahr nicht im Buch abgedruckt, sondern erscheinen in digitaler Form. Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2021 zur Veröffentlichung freigegeben sind, kannst du die Lösungen als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen (den Zugangscode findest du vorne im Buch).

Autoren:
Training: Martin Fetzer, Walter Modschiedler, Walter Modschiedler jun.
Lösungen der Prüfungsaufgaben: Wolfgang Matschke, Marc Möllers

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses Buch ist das Lösungsbuch zu dem Band *Mittlerer Schulabschluss, Nordrhein-Westfalen, Mathematik 10. Klasse, Hauptschule Typ B, Gesamtschule EK, Sekundarschule* (Titel-Nummer 53501ML).

Anhand der ausführlichen Lösungen kannst du überprüfen, ob du die Aufgaben im Trainingsteil und die Original-Prüfungsaufgaben richtig gelöst hast.
Versuche aber stets, jede Aufgabe zunächst alleine zu rechnen und sieh nicht gleich in diesem Buch nach. Nur wenn du dich selbst anstrengst, bleibt der Stoff auch im Gedächtnis und du lernst dazu. Solltest du jedoch allein nicht weiterkommen, kann ein Blick in die Lösung hilfreich sein, da dort wichtige Hinweise und Tipps zur Bearbeitung der Aufgaben gegeben werden.
Zum Schluss solltest du deine Ergebnisse auf jeden Fall mit der Lösung im Buch vergleichen und gegebenenfalls nach Rechenfehlern und Verbesserungsmöglichkeiten deines Ansatzes suchen.

Arbeitest du alle Aufgaben auf diese Weise Schritt für Schritt durch, bist du bestens auf die Prüfung vorbereitet!

Viel Erfolg in der Prüfung!

– Geschwindigkeit nach der Panne:
Der Pkw fährt in einer Stunde 60 km. $\Rightarrow$ $v_{P_2} = 60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

b) Lkw

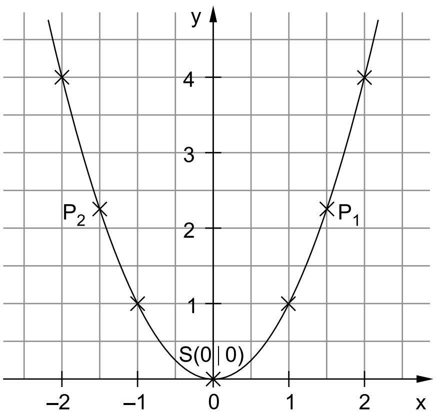
– Abfahrtszeit des Lkws:
Der Lkw fährt eine Stunde nach dem Pkw ab – also um 16.00 Uhr.

– Geschwindigkeit des Lkws:
Der Lkw fährt in einer Stunde 40 km. $\Rightarrow$ $v_{Lkw} = 40\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

– Uhrzeit der Begegnung:
Die beiden Fahrzeuge treffen sich 180 min nach Abfahrt des Pkws – also um 18.00 Uhr.

– Entfernung von B aus:
200 km – 120 km = 80 km $\Rightarrow$ Sie begegnen sich 80 km von Ort B entfernt.

161



162

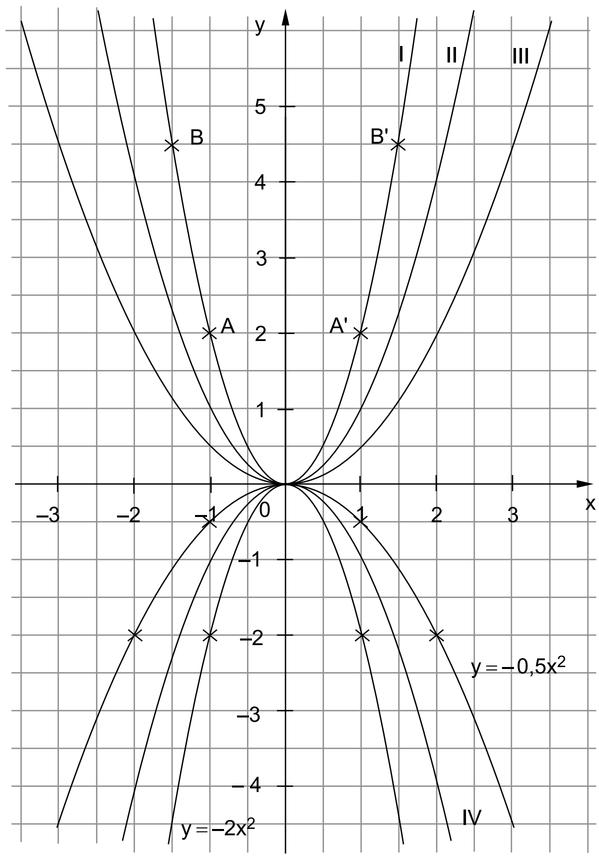
a) I gestreckt
II Normalparabel
III gestaucht
IV gespiegelte Normalparabel

b) II $y = x^2$
IV $y = -x^2$
I $y = 2x^2$
III $y = 0{,}5x^2$

c) Die Punkte liegen auf Parabel I.

d)

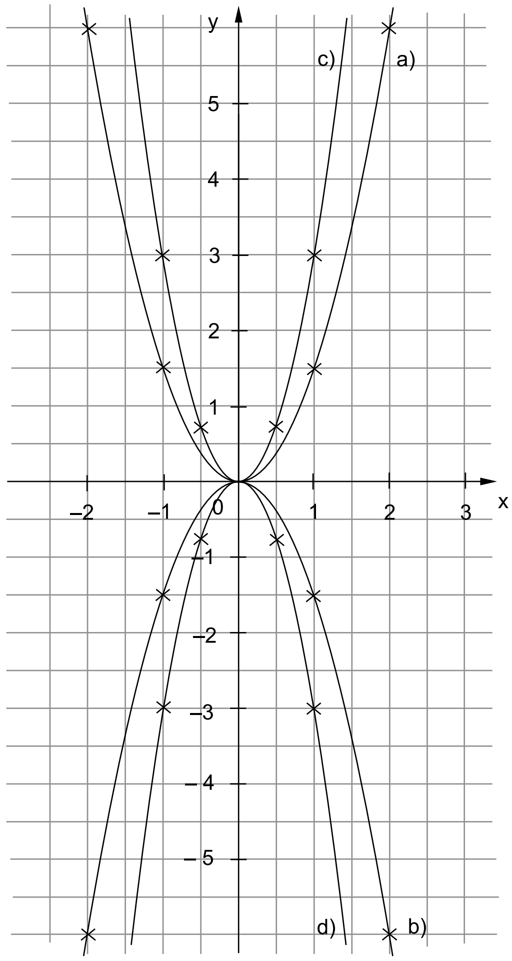
x	–2	–1	0	1	2
$y = -2x^2$	–8	–2	0	–2	–8
$y = -0{,}5x^2$	–2	–0,5	0	–0,5	–2



163

	x	–2	–1	0	–1	2
a)	$y = 1{,}5x^2$	6	1,5	0	1,5	6
b)	$y = -1{,}5x^2$	–6	–1,5	0	–1,5	–6

	x	–1	–0,5	0	–0,5	–1
c)	$y = 3x^2$	3	0,75	0	0,75	3
d)	$y = -3x^2$	–3	–0,75	0	–0,75	–3



164 Setze die x- und y-Werte der Punkte in die Gleichung ein und löse nach a auf.

a) $2 = a \cdot (-1)^2$
$2 = a$
$\Rightarrow \quad y = 2x^2$

b) $6 = a \cdot 3^2$
$\frac{2}{3} = a$
$\Rightarrow \quad y = \frac{2}{3}x^2$

c) $-4 = a \cdot 2^2$
$-1 = a$
$\Rightarrow \quad y = -x^2$

d) $-13{,}5 = a \cdot 3^2$
$-1{,}5 = a$
$\Rightarrow \quad y = -1{,}5x^2$

165 D $y = 0{,}02x^2$ C $y = -1{,}75x^2$ A $y = 2{,}5x^2$ B $y = -0{,}025x^2$

166

	Funktion	Scheitelpunkt	a	Form
a)	$y = 0{,}5x^2 + 4$	S(0|4)	0,5	gestaucht, nach oben geöffnet
b)	$y = -4x^2 + 7$	S(0|7)	–4	gestreckt, nach unten geöffnet
c)	$y = -2x^2 - 5$	S(0|–5)	–2	gestreckt, nach unten geöffnet
d)	$y = 0{,}4x^2 - 2{,}4$	S(0|–2,4)	0,4	gestaucht, nach oben geöffnet

b) I
$$10x+5y=40 \quad |:5$$
$$2x+y=8 \quad |-2x$$
$$y=8-2x$$
II
$$-32x+16y=64 \quad |:16$$
$$-2x+y=4 \quad |+2x$$
$$y=4+2x$$
I = II
$$8-2x=4+2x \quad |+2x-4$$
$$4=4x \quad |:4$$
$$1=x$$
in I
$$y=8-2\cdot 1$$
$$y=6$$

---

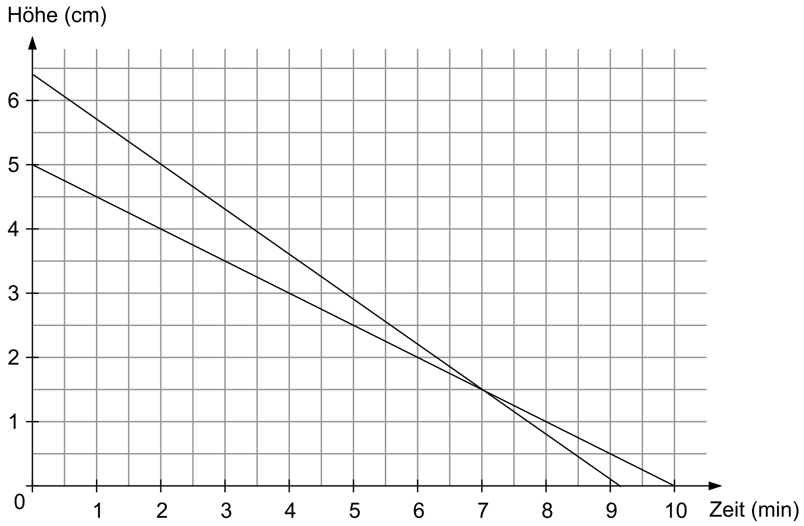
191 a) ☐ $y=6{,}4-x$ ☐ $y=6{,}4+0{,}7x$ ☐ $y=0{,}7\cdot x$ ☒ $y=6{,}4-0{,}7\cdot x$

y steht für die Höhe der Kerze, x steht für die Zeit, die die Kerze brennt.

b) Aus dem Graphen kann man ablesen, dass die Kerze nach zwei Minuten noch 5 cm hoch ist.

c)

Zeit (min)	0	2	4	6	8	10
Höhe (cm)	5	4	3	2	1	0



d) Kerze 1: $y=6{,}4-0{,}7x$
Kerze 2: $y=5-0{,}5x$

Zeitpunkt bei gleicher Kerzenhöhe:
$$6{,}4-0{,}7x=5-0{,}5x \quad |-5+0{,}7x$$
$$1{,}4=0{,}2x \quad |:0{,}2$$
$$7=x$$

Nach sieben Minuten Brenndauer sind beide Kerzen gleich hoch (erkennbar auch am Schnittpunkt der beiden Geraden).

---

192 a) $y=c\cdot a^x$

$y=$ Endwert
$c=$ Anfangswert
$a=$ Wachstumsfaktor
$x=$ Anzahl der vergangenen Stunden

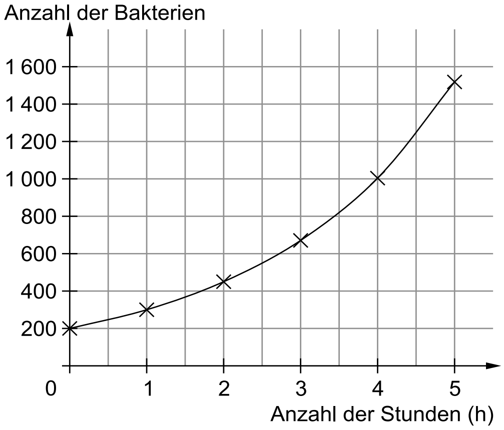
b) $c = 200$ Bakterien
$x = 3$
$p\,\% = 50\,\%$
$a = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{50}{100} = 1{,}5$

Zu bestätigender Endwert: $y = 675$
$y = c \cdot a^x$
$y = 200 \cdot 1{,}5^3$
$y = 675$

c)

Anzahl der Stunden	0	1	2	3	4	5
Bakterien	200	300	450	675	1 012	1 518

$\cdot 1{,}5$ $\quad\cdot 1{,}5$ $\quad\cdot 1{,}5$ $\quad\cdot 1{,}5$ $\quad\cdot 1{,}5$



d) $c = 200$ Bakterien
$a = 1{,}5$
$x = 8$

Anzahl der Bakterien nach acht Stunden:
$y = c \cdot a^x$
$y = 200 \cdot 1{,}5^8$
$y \approx 5\,126$

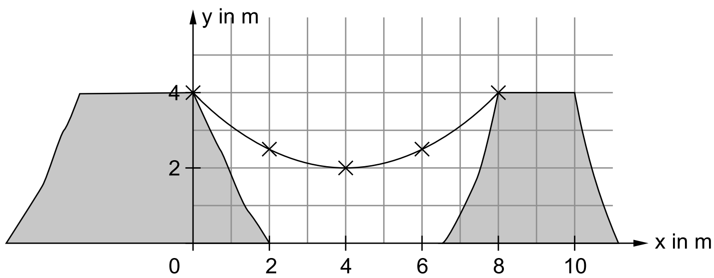
Paul hat recht. Da die Population der Bakterien exponentiell wächst, sind nach 8 Stunden mehr als 4 000 Bakterien bei diesem Versuch entstanden.

---

193 a) Nein, der gegenüberliegende Hügel wird nicht erreicht.
Der Scheitelpunkt der Parabel liegt bei $S(3\,|\,2)$. Da eine Parabel immer symmetrisch ist, müsste dieser Punkt in der Mitte, bei $x = 4$ m, also bei $S(4\,|\,2)$ liegen, damit der Hügel erreicht wird.

b)

x	0	2	4	6	8
$y = \frac{1}{8}(x-4)^2 + 2$	4	2,5	2	2,5	4



Zentrale Prüfung 2019

Hinweise und Tipps

Prüfungsteil 1

Aufgabe 1

Mögliche Nebenrechnungen:

$\frac{6}{10} = 0,6; \quad -0,626; \quad -6,26; \quad \frac{1}{6} = 0,166\ldots$

Lösung:

$-6,26 < -0,626 < \frac{1}{6} < \frac{6}{10}$

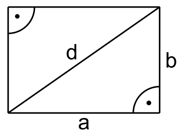
Wandle die Brüche in Dezimalzahlen um und beachte beim Vergleichen die Vorzeichen. Veranschauliche die Zahlen zur besseren Vorstellung ggf. auf einer Zahlengeraden.

Aufgabe 2

a) Nach Pythagoras gilt:

$$d^2 = a^2 + b^2$$
$$d^2 = (5\text{ cm})^2 + (3\text{ cm})^2 \quad |\sqrt{}$$
$$d = \sqrt{25\text{ cm}^2 + 9\text{ cm}^2}$$
$$d \approx 5,83\text{ cm}$$

Die Diagonale teilt das Rechteck in zwei rechtwinklige Dreiecke.



b) Für das Ausgangsrechteck gilt:

$A_{alt} = 5\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 15\text{ cm}^2$

Für das Rechteck mit doppelten Seitenlängen gilt:

$A_{neu} = (5\text{ cm} \cdot 2) \cdot (3\text{ cm} \cdot 2) = 60\text{ cm}^2$

Verhältnis der Flächeninhalte:

$\frac{A_{neu}}{A_{alt}} = \frac{60\text{ cm}^2}{15\text{ cm}^2} = 4$

Verdoppelt man die Seitenlängen a und b, dann vervierfacht sich der Flächeninhalt.

Alternative Lösungsmöglichkeit:

$A_{alt} = a \cdot b$

$A_{neu} = 2a \cdot 2b = 4 \cdot a \cdot b = 4 \cdot A_{alt}$

Bestimme die Fläche mit den ursprünglichen und den veränderten Seitenlängen und vergleiche.

Setze die verdoppelten Seitenlängen in die Formel ein und vergleiche mit der vorherigen Formel.

c) $a = 1\text{ cm}$ und $b = 24\text{ cm} \quad \rightarrow \quad A = 1\text{ cm} \cdot 24\text{ cm} = 24\text{ cm}^2$

$a = 2\text{ cm}$ und $b = 12\text{ cm} \quad \rightarrow \quad A = 2\text{ cm} \cdot 12\text{ cm} = 24\text{ cm}^2$

Weitere Möglichkeiten:

$a = 3\text{ cm}$ und $b = 24\text{ cm}^2 : 3\text{ cm} = 8\text{ cm}$

$a = 4\text{ cm}$ und $b = 24\text{ cm}^2 : 4\text{ cm} = 6\text{ cm}$

$a = 5\text{ cm}$ und $b = 24\text{ cm}^2 : 5\text{ cm} = 4,8\text{ cm}$

usw.

Bestimme Seitenlängen a und b, deren Produkt 24 cm^2 beträgt, indem du für ein frei gewähltes a den Wert von b durch Division berechnest:

$b = 24\text{ cm}^2 : a$

Aufgabe 3

a) Der Wert von c entspricht der y-Koordinate des Scheitelpunkts der Parabel. Somit gilt $c = 3$.

Die Form der Funktionsgleichung zeigt, dass es sich um eine um den Betrag von c nach oben/unten verschobene Normalparabel handelt. Der Wert von c entspricht dabei der y-Koordinate des Scheitelpunkts.

✎ Hinweise und Tipps

Prüfungsteil 2

Aufgabe 1: Kaugummiautomat

a) Gegeben: Durchmesser: $d = 14\text{ mm} = 1{,}4\text{ cm}$
Radius: $r = d : 2 = 0{,}7\text{ cm}$

Gesucht: Volumen: V

Rechnung:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (0{,}7\text{ cm})^3$$

$V = 1{,}436\ldots\text{ cm}^3$
$V \approx 1{,}44\text{ cm}^3$

Das Volumen einer Kaugummikugel beträgt ca. $1{,}44\text{ cm}^3$.

Beachte, dass das Volumen in cm^3 anzugeben ist.

Alternative Lösungsmöglichkeit:

Gegeben: Volumen: $V = 1{,}44\text{ cm}^3$

Gesucht: Durchmesser: d

Bestätige durch Rechnung, dass eine Kaugummikugel mit einem Volumen von $1{,}44\text{ cm}^3$ einen Durchmesser von 14 mm hat.

Rechnung:
Berechnung des Radius:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$1{,}44\text{ cm}^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \qquad \Big| \cdot \frac{3}{4}$$

$$\frac{1{,}44\text{ cm}^3 \cdot 3}{4} = \pi \cdot r^3 \qquad \Big| : \pi$$

$$r^3 = \frac{1{,}44\text{ cm}^3 \cdot 3}{4 \cdot \pi} \qquad \Big| \sqrt[3]{}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{1{,}44\text{ cm}^3 \cdot 3}{4 \cdot \pi}}$$

$$r \approx 0{,}70\text{ cm}$$

Berechnung des Durchmessers:
$d = 2 \cdot r$
$d = 2 \cdot 0{,}70\text{ cm} = 1{,}4\text{ cm} = 14\text{ mm}$

Eine Kaugummikugel mit einem Volumen von $1{,}44\text{ cm}^3$ hat einen Durchmesser von 14 mm.

b) Berechnung der Masse einer Kaugummikugel:
Gegeben: Volumen: $V = 1{,}44\text{ cm}^3$
Dichte (Masse pro Volumen): $\rho = 0{,}82\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Berechne zunächst die Masse einer Kaugummikugel mithilfe ihres aus Teilaufgabe a bekannten Volumens.

Gesucht: Masse: m

Rechnung:

$$m = \rho \cdot V = 0{,}82\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 1{,}44\text{ cm}^3 = 1{,}1808\text{ g}$$

Die Masse eines Stoffs (hier: Kaugummi) ergibt sich aus dem Produkt der Dichte und des Volumens: Masse = Dichte · Volumen

Berechnung der Anzahl Kaugummikugeln in einer 300-Gramm-Packung:
$300\text{ g} : 1{,}1808\text{ g} = 254{,}06\ldots \approx 254$

Hier muss abgerundet werden, da nur ganze Kugeln enthalten sind.

In einer 300-Gramm-Packung sind 254 Kaugummikugeln.