Inhaltsverzeichnis

I. Normierte Räume 1
I.1 Beispiele normierter Räume 1
I.2 Eigenschaften normierter Räume 23
I.3 Quotienten und Summen von normierten Räumen 34
I.4 Aufgaben 35
I.5 Bemerkungen und Ausblicke 40

II. Funktionale und Operatoren 45
II.1 Beispiele und Eigenschaften stetiger linearer Operatoren . . 45
II.2 Dualräume und ihre Darstellungen 58
II.3 Kompakte Operatoren 65
II.4 Interpolation von Operatoren auf L^p-Räumen 72
II.5 Aufgaben 80
II.6 Bemerkungen und Ausblicke 86

III. Der Satz von Hahn-Banach und seine Konsequenzen . . 93
III.1 Fortsetzungen von Funktionalen 93
III.2 Trennung konvexer Mengen 100
III.3 Schwache Konvergenz und Reflexivität 104
III.4 Adjungierte Operatoren 109
III.5 Aufgaben 112
III.6 Bemerkungen und Ausblicke 116

IV. Die Hauptsätze für Operatoren auf Banachräumen . . . 121
IV.1 Vorbereitung: Der Bairesche Kategoriensatz 121
IV.2 Das Prinzip der gleichmäßigen Beschränktheit 124
IV.3 Der Satz von der offenen Abbildung 135
IV.4 Der Satz vom abgeschlossenen Graphen 138

IV.5 Der Satz vom abgeschlossenen Bild 142
IV.6 Projektionen auf Banachräumen 145
IV.7 Aufgaben 148
IV.8 Bemerkungen und Ausblicke 152

V. Hilberträume 155
V.1 Definitionen und Beispiele 155
V.2 Fouriertransformation und Sobolevräume 163
V.3 Orthogonalität 175
V.4 Orthonormalbasen 182
V.5 Operatoren auf Hilberträumen 188
V.6 Aufgaben 194
V.7 Bemerkungen und Ausblicke 199

VI. Spektraltheorie kompakter Operatoren 205
VI.1 Das Spektrum eines beschränkten Operators 205
VI.2 Die Theorie von Riesz 210
VI.3 Kompakte Operatoren auf Hilberträumen 218
VI.4 Anwendungen auf Integralgleichungen 224
VI.5 Nukleare Operatoren 234
VI.6 Hilbert-Schmidt-Operatoren 246
VI.7 Aufgaben 256
VI.8 Bemerkungen und Ausblicke 260

VII. Spektralzerlegung selbstadjungierter Operatoren 267
VII.1 Der Spektralsatz für beschränkte Operatoren 267
VII.2 Unbeschränkte Operatoren 290
VII.3 Der Spektralsatz für unbeschränkte Operatoren 302
VII.4 Aufgaben 306
VII.5 Bemerkungen und Ausblicke 309

VIII. Lokalkonvexe Räume 315
VIII.1 Definition lokalkonvexer Räume; Beispiele 315
VIII.2 Stetige Funktionale und der Satz von Hahn-Banach . . . 322
VIII.3 Schwache Topologien 329
VIII.4 Extremalpunkte und der Satz von Krein-Milman 340
VIII.5 Einführung in die Distributionentheorie 349
VIII.6 Aufgaben 358
VIII.7 Bemerkungen und Ausblicke 364

IX. Banachalgebren 375
IX.1 Grundbegriffe und Beispiele 375
IX.2 Die Gelfandsche Darstellungstheorie 379
IX.3 C^*-Algebren 385

IX.4 Aufgaben 396
IX.5 Bemerkungen und Ausblicke 399

Anhang A. Maß- und Integrationstheorie 403
A.1 Das Lebesgueintegral für Funktionen auf einem Intervall . . 403
A.2 Das d-dimensionale Lebesguemaß und abstrakte Integration 411
A.3 Konvergenzsätze 413
A.4 Signierte und komplexe Maße 415

Anhang B. Metrische und topologische Räume 417
B.1 Metrische Räume 417
B.2 Topologische Räume 423

Symbolverzeichnis 431

Literaturverzeichnis 435

Index 439