

# Inhaltsverzeichnis

<b>III Lineare Algebra</b>	<b>1</b>
<b>15 Matrizen</b>	<b>3</b>
15.1 Vorbemerkung . . . . .	3
15.2 Ökonomische Problembeispiele . . . . .	4
15.3 Grundbegriffe . . . . .	14
15.4 Einfache Rechenoperationen . . . . .	28
15.5 Multiplikation von Matrizen . . . . .	33
15.6 Das Rechnen mit Matrizen . . . . .	53
15.7 Vergleich von Matrizen . . . . .	69
15.8 Aufgaben . . . . .	77
<b>16 Modellierungs- und Problembeispiele</b>	<b>81</b>
16.1 Was ist mathematische Modellierung? . . . . .	81
16.2 Verflechtungsmodelle . . . . .	82
16.3 Das 1-Schritt-Verflechtungsmodell . . . . .	83
16.4 Einfache Mehrschrittmodelle . . . . .	89
16.5 Mehrschrittmodelle mit Sprüngen . . . . .	97
16.6 Komplexe Verflechtungsmodelle . . . . .	101
16.7 Probleme mit Rückflüssen . . . . .	109
16.8 Aufgaben . . . . .	116
<b>17 Vektoren</b>	<b>121</b>
17.1 Grundlagen . . . . .	121
17.2 Die "Länge" von Vektoren . . . . .	129
17.3 Geradengleichungen . . . . .	130
17.4 Ebenengleichungen . . . . .	144
17.5 Das Skalarprodukt im $\mathbb{R}^n$ . . . . .	151
17.6 Aufgaben . . . . .	165

<b>18 Lineare Räume</b>	<b>169</b>
18.1 Vorbemerkung . . . . .	169
18.2 Der Begriff des linearen Raumes . . . . .	169
18.3 Linearkombinationen und Basen . . . . .	174
18.4 Basiswechsel und Austauschverfahren . . . . .	196
18.5 Lineare Teilräume . . . . .	216
18.6 Erzeugendensysteme, lineare Hülle . . . . .	223
18.7 Basisergänzung und Austauschsatz . . . . .	238
18.8 Euklidische Räume und Orthogonalprojektion . . . . .	238
18.9 Lineare Abbildungen . . . . .	247
18.10 Ausblick: Normierte Räume und Erweiterungen . . . . .	251
18.11 Aufgaben . . . . .	253
<b>19 Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>261</b>
19.1 Begriffe . . . . .	261
19.2 Eine geometrische Interpretation . . . . .	266
19.3 Zur Lösbarkeit . . . . .	270
19.4 Struktur der Lösungsmenge . . . . .	278
19.5 Dimensionsaussagen . . . . .	283
19.6 Zusammenfassung . . . . .	283
19.7 Praktische Lösung mit dem Austauschverfahren . . . . .	289
19.8 Andere Lösungsverfahren . . . . .	304
19.9 Nichtnegative und ganzzahlige Lösungen . . . . .	311
19.10 Aufgaben . . . . .	316
<b>20 Determinanten und Anwendungen</b>	<b>321</b>
20.1 Motivation und Definition . . . . .	321
20.2 Einfache Berechnungsbeispiele . . . . .	324
20.3 Eine allgemeine Berechnungsformel . . . . .	329
20.4 Determinantenberechnung nach Laplace . . . . .	331
20.5 Berechnung nach dem Austauschverfahren . . . . .	335
20.6 Weitere Eigenschaften und Rechenregeln . . . . .	342
20.7 Die Cramersche Regel . . . . .	347
20.8 Matrixinversion . . . . .	350
20.9 Eigenwerte . . . . .	351
20.10 Eigenvektoren . . . . .	361
20.11 Diagonalisierung von Matrizen . . . . .	365
20.12 Aufgaben . . . . .	370
<b>21 Quadratische Formen und Definitheit</b>	<b>375</b>
21.1 Motivation und Definition . . . . .	375
21.2 Definitheit symmetrischer Matrizen . . . . .	376

21.3	Definitheitsprüfung mittels Hesse-Determinanten . . . . .	386
21.4	Prüfung auf Semidefinitheit . . . . .	393
21.5	Nützliche Ergänzungen und “Schnelltests” . . . . .	398
21.6	Aufgaben . . . . .	401
<b>22</b>	<b>Konvexe Mengen und lineare Ungleichungen</b>	<b>403</b>
22.1	Motivation . . . . .	403
22.2	Konvexe Mengen und verwandte Begriffe . . . . .	404
22.3	Lineare Ungleichungen . . . . .	429
22.4	Systeme linearer Ungleichungen . . . . .	433
22.5	Aufgaben . . . . .	441
<b>23</b>	<b>Einfache lineare Optimierung</b>	<b>447</b>
23.1	Vorbemerkung . . . . .	447
23.2	Grafisch lösbare Probleme . . . . .	447
23.3	Allgemeines über LO-Probleme . . . . .	468
23.4	Das Simplexverfahren für Standardprobleme . . . . .	475
23.5	Dualität . . . . .	518
23.6	Aufgaben . . . . .	525
<b>Anhang I:</b>	<b>Begründungen</b>	<b>531</b>
Kapitel 15	. . . . .	531
Kapitel 18	. . . . .	531
Kapitel 19	. . . . .	537
Kapitel 20	. . . . .	539
Kapitel 21	. . . . .	542
Kapitel 22	. . . . .	542
<b>Anhang II:</b>	<b>Lösungen ausgewählter Übungsaufgaben</b>	<b>545</b>
Kapitel 15	. . . . .	545
Kapitel 16	. . . . .	549
Kapitel 17	. . . . .	552
Kapitel 18	. . . . .	554
Kapitel 19	. . . . .	556
Kapitel 20	. . . . .	559
Kapitel 21	. . . . .	561
Kapitel 22	. . . . .	562
Kapitel 23	. . . . .	563
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>567</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>		<b>569</b>