

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	vii
Einleitung	1
1 Auf dem Weg zu den reellen Zahlen	6
1.1 Irrationalität	6
1.2 Inkommensurabilität	9
1.3 Rechnen mit $\sqrt{2}$?	13
1.4 Näherungsverfahren, Intervallschachtelungen und Vollständigkeit	14
1.5 Zur Konstruktion der reellen Zahlen	19
1.6 Über den Umgang mit dem Unendlichen	21
1.7 Unendliche nicht periodische Dezimalbrüche	23
2 Aus der Geschichte der Philosophie und Mathematik	26
2.1 Pythagoras und die Pythagoreer	28
2.2 Platon	31
2.3 Aristoteles	33
2.4 Euklid	38
2.5 Proklos	40
2.6 Nikolaus von Kues	42
2.7 Descartes	46
2.8 Pascal	49
2.9 Leibniz	51
2.10 Kant	54
2.11 Mill und empiristische Konzeptionen	59
2.12 Bolzano	64
2.13 Gauß	66
2.14 Cantor	68
2.15 Dedekind	72
2.16 Poincaré	77
2.17 Logizismus	81
2.18 Intuitionismus	91
2.19 Konstruktivismus	102
2.20 Formalismus	104
2.21 Philosophie der Mathematik von 1931 bis in die fünfziger Jahre	112
2.22 Der evolutionäre Standpunkt – eine neue philosophische Grundposition	118

2.23 Philosophie der Mathematik nach 1960	125
Quasi-empirische Konzeptionen	127
Realismus und Antirealismus	135
3 Über Grundfragen der Philosophie der Mathematik	138
3.1 Zum Zahlbegriff	138
3.1.1 Überblick über einige Ansichten	139
3.1.2 Resümee	140
3.2 Unendlichkeiten	145
3.2.1 Über die Problematik des Unendlichen	145
3.2.2 Die Auffassung des Aristoteles	148
3.2.3 Die idealistische Auffassung	149
3.2.4 Der empiristische Standpunkt	150
3.2.5 Unendlichkeit bei Kant	151
3.2.6 Die intuitionistische Unendlichkeit	152
3.2.7 Die logizistische Hypothese des Unendlichen	153
3.2.8 Unendlichkeit und die neuere Philosophie der Mathematik	154
3.2.9 Formalistische Haltung und heutige Tendenzen	154
3.3 Das klassische Kontinuum und das unendlich Kleine	156
3.3.1 Das allgemeine Problem	156
3.3.2 Gliederung des Problems	158
3.3.3 Die Auffassung des Aristoteles – Hintergrund für die Mathematik bis in die Neuzeit	161
3.3.4 Die transfinite atomistische Auffassung	163
3.3.5 Das Ende der Infinitesimalien und ihre Wiederentdeckung	167
3.3.6 Das mathematische Ende des klassischen Kontinuums	173
3.3.7 Das Verschwinden der Größen	175
3.4 Schluss	181
3.4.1 Von den natürlichen zu den rationalen Zahlen	182
3.4.2 Inkommensurabilität und Irrationalität	183
3.4.3 Adjunktion	185
3.4.4 Das lineare Kontinuum	186
3.4.5 Das unendlich Kleine	187
3.4.6 Konstruktion, Unendlichkeit, unendliche nichtperiodische Dezimalbrüche	188
3.4.7 Schlussbemerkung	189
4 Mengen und Mengenlehren	191
4.1 Paradoxien des Unendlichen	192
4.2 Über den Begriff der Menge	194
4.2.1 Mengen und das Universalienproblem	195
4.3 Zwei Mengenlehren	198

4.3.1	Die Mengenlehre nach Zermelo und Fraenkel	200
4.3.2	Die Mengenlehre nach von Neumann, Bernays und Gödel	208
4.3.3	Anmerkungen	214
4.3.4	Über Modifikationen	216
4.4	Auswahlaxiom und Kontinuumshypothese	217
4.4.1	Suche nach neuen Axiomen	223
4.4.2	Weitere Bemerkungen und Fragen	228
4.5	Schluss	229
5	Axiomatik und Logik	234
5.1	Einige Elemente der mathematischen Logik	235
5.1.1	Syntax	235
5.1.2	Semantik	237
5.1.3	Kalkül	241
5.2	Bemerkungen zur Geschichte	243
5.2.1	Aus der Geschichte der Logik	243
5.2.2	Zur Geschichte der Axiomatik	252
5.3	Logische Axiomatik und Theorien	257
5.3.1	Peano-Arithmetik	258
5.3.2	Eine Axiomatik für die reellen Zahlen	260
5.4	Über die Arithmetik der natürlichen Zahlen	262
5.4.1	Zum syntaktischen Aspekt	263
5.4.2	Zum semantischen Aspekt	265
5.5	Schlussfolgerungen	269
5.5.1	Schluss	271
6	Rückblick	274
	Was ist Philosophie der Mathematik und wozu dient sie?	281
	Kurzbiographien	285
	Literaturverzeichnis	299
	Personenverzeichnis	309
	Symbolverzeichnis	313
	Begriffsverzeichnis	315