

Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	VII
1 Grundlagen – Töne und Intervalle	1
1.1 Töne: Schwingungen, Schwebungen, Monochordium	2
1.2 Intervalle und Frequenzmaß, Viertönesatz und diatonisches Prinzip	8
1.3 Adjunktion und Intervallarithmetik	13
1.4 Das Centmaß für Intervalle	20
1.5 Arithmetische, geometrische und harmonische Mittelung.....	24
1.6 Konsonanz – Euler und Helmholtz	31
1.7 Anhang: Geometrische Folgen – Intervalliteration	33
2 Algebraische Strukturtheorie der Diatonik und Chromatik	45
2.1 Einleitung	46
2.2 Strukturformeln und Elementarintervalle quintgenerierter Skalen.....	47
2.3 Die quintgenerierte diatonische Skala	52
2.4 Die quintgenerierten chromatischen Skalen	53
2.5 Die Tonartencharakteristik – Einbettung der Diatonik in die Chromatik	63
2.6 Anhang: Cent-Schnellrechnung für Iterationsskalen und Beispiele	69
3 Das pythagoräische Tonsystem	73
3.1 Pythagoräische Skalen	74
3.2 Historisches zum pythagoräischen System (P_7)	76
3.3 Pythagorisches Komma und die Tonspirale	82
3.4 Anhang: Satz von der Tondichte pythagoräischer Quintfolgen.....	88
4 Das natürlich-harmonische System	91
4.1 Die natürlichen Skalen: Diatonisch, chromatisch und enharmonisch	92
4.1.1 Die 7-stufige (heptatonische, diatonische) Skala R_7	93
4.1.2 Die 12-stufige (chromatische) Skala R_{12}	94
4.1.3 Die 19-stufige (enharmonische) Skala R_{19}	96

4.1.4	Die 31-stufige Skala R_{31} von Mersenne	99
4.2	Die Welt der Kommaten: Historisch und mathematisch	101
4.3	Primzahl – Tonsysteme	111
4.3.1	Das Tongitter von Leonhard Euler (Eulergitter).....	111
4.3.2	Prinzip von der Erhaltung der Tonika.....	113
4.3.3	Einfach superpartikuläre Intervalle.....	116
4.4	Anhang I: Die „Reine Großterz-Skala“.....	117
4.5	Anhang II: Abstrakte Mikroton-Arithmetik der diatonischen Oktave	120
5	Mitteltönigkeit	127
5.1	Einleitung	128
5.2	Mitteltönigkeit und Dur-Terz-Prinzip.....	131
5.3	Mitteltönigkeit und Moll-Terz-Prinzip	137
5.4	„Mitteltönige mathematische Spiele“	140
5.4.1	Geometrie und Mitteltönigkeit.....	140
5.4.2	Mitteltönigkeit und Goldener Schnitt.....	141
5.4.3	Die mitteltönige Tonspirale und der Tonverteilungssatz	142
5.4.4	Orthogonio und Mesolabio des Zarlino	144
6	Historische Temperaturen	147
6.1	Einleitung	148
6.2	Henri Arnault de Zwolle: Der Pythagoräiker	150
6.3	Arnold Schlick: Mitteltönigkeit fast pur	151
6.4	Leonhard Euler und Johannes Kepler: Auswahlsysteme im reinen Gitter	153
6.5	Johann Philipp Kirnberger: Das geniale Auswahlsystem	154
6.6	Andreas Werckmeister: Meister der Ausgleichung	157
6.7	Gioseffo Zarlino: Neue Quinten mit Komma-Siebtel	159
6.8	Gottfried Silbermann: Der gespiegelte Pythagoras	163
7	ETS – Gleichstufige Temperierung	169
7.1	Einleitung	170
7.2	Die gleichstufigen Skalen	172
7.3	Kombinatorik und Algebra der ETS-Skalen	174

7.4	Daniel Strähle und seine merkwürdig-geniale Gitarren-Stimmung.....	181
7.5	Dynamik der Gleichstufigkeit: Christoph Gottlieb Schröter und die moderne Eigenwerttheorie	186
8	Analytische Theorie der Iterationsskalen	191
8.1	Einleitung	192
8.2	Modelle der Intervalliterationen	193
8.3	Reoktavierte Tonfolgen.....	198
8.4	Periodische und nichtperiodische Iterationen.....	203
8.5	Intervall-Kombinatorik der Tonspirale.....	208
8.6	Eulersche Centfunktion – Töne als Winkel	213
8.7	Der Tonverteilungssatz – Theorem von Levy.....	220
Nachwort	227
Bilderverzeichnis	229
Tabellenverzeichnis	233
Literaturverzeichnis	235
Formeln – Sätze – Kernaussagen	237
Stichwortverzeichnis	239