

Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	VII
1 Grundlagen – Töne und Intervalle	1
1.1 Töne: Schwingungen, Schwebungen, Monochordium	2
1.2 Intervalle und Frequenzmaß, Viertönesatz und diatonisches Prinzip	8
1.3 Adjunktion und Intervallarithmetik	13
1.4 Das Centmaß für Intervalle	20
1.5 Arithmetische, geometrische und harmonische Mittelung.....	24
1.6 Konsonanz – Euler und Helmholtz	31
1.7 Anhang: Geometrische Folgen – Intervalliteration	33
2 Algebraische Strukturtheorie der Diatonik und Chromatik	45
2.1 Einleitung	46
2.2 Strukturformeln und Elementarintervalle quintgenerierter Skalen	47
2.3 Die quintgenerierte diatonische Skala	52
2.4 Die quintgenerierten chromatischen Skalen	53
2.5 Die Tonartencharakteristik – Einbettung der Diatonik in die Chromatik	63
2.6 Anhang: Cent-Schnellrechnung für Iterationsskalen und Beispiele	69
3 Das pythagoräische Tonsystem	73
3.1 Pythagoräische Skalen	74
3.2 Historisches zum pythagoräischen System (P_7)	76
3.3 Pythagoräisches Komma und die Tonspirale	82
3.4 Anhang: Satz von der Tondichte pythagoräischer Quintfolgen.....	88
4 Das natürlich-harmonische System	91
4.1 Die natürlichen Skalen: Diatonisch, chromatisch und enharmonisch	92
4.1.1 Die 7-stufige (heptatonische, diatonische) Skala R_7	93
4.1.2 Die 12-stufige (chromatische) Skala R_{12}	94
4.1.3 Die 19-stufige (enharmonische) Skala R_{19}	96

4.1.4	Die 31-stufige Skala R_{31} von Mersenne	99
4.2	Die Welt der Kommata: Historisch und mathematisch	101
4.3	Primzahl – Tonsysteme	111
4.3.1	Das Tongitter von Leonhard Euler (Eulergitter)	111
4.3.2	Prinzip von der Erhaltung der Tonika	113
4.3.3	Einfach superpartikuläre Intervalle	116
4.4	Anhang I: Die „Reine Großterz-Skala“	117
4.5	Anhang II: Abstrakte Mikroton-Arithmetik der diatonischen Oktave	120
5	Mitteltönigkeit	127
5.1	Einleitung	128
5.2	Mitteltönigkeit und Dur-Terz-Prinzip	131
5.3	Mitteltönigkeit und Moll-Terz-Prinzip	137
5.4	„Mitteltönige mathematische Spiele“	140
5.4.1	Geometrie und Mitteltönigkeit	140
5.4.2	Mitteltönigkeit und Goldener Schnitt	141
5.4.3	Die mitteltönige Tonspirale und der Tonverteilungssatz	142
5.4.4	Orthogonio und Mesolabio des Zarlino	144
6	Historische Temperaturen	147
6.1	Einleitung	148
6.2	Henri Arnault de Zwolle: Der Pythagoräer	150
6.3	Arnold Schlick: Mitteltönigkeit fast pur	151
6.4	Leonhard Euler und Johannes Kepler: Auswahlssysteme im reinen Gitter	153
6.5	Johann Philipp Kirnberger: Das geniale Auswahlssystem	154
6.6	Andreas Werckmeister: Meister der Ausgleichung	157
6.7	Gioseffo Zarlino: Neue Quinten mit Komma-Siebtel	159
6.8	Gottfried Silbermann: Der gespiegelte Pythagoras	163
7	ETS – Gleichstufige Temperierung	169
7.1	Einleitung	170
7.2	Die gleichstufigen Skalen	172
7.3	Kombinatorik und Algebra der ETS-Skalen	174

7.4 Daniel Strähle und seine merkwürdig-geniale Gitarren-Stimmung.....181

7.5 Dynamik der Gleichstufigkeit: Christoph Gottlieb Schröter und die moderne
Eigenwerttheorie186

8 Analytische Theorie der Iterationsskalen191

8.1 Einleitung192

8.2 Modelle der Intervalliterationen193

8.3 Reoktavierte Tonfolgen.....198

8.4 Periodische und nichtperiodische Iterationen.....203

8.5 Intervall-Kombinatorik der Tonspirale.....208

8.6 Eulersche Centfunktion – Töne als Winkel213

8.7 Der Tonverteilungssatz – Theorem von Levy.....220

Nachwort227

Bilderverzeichnis229

Tabellenverzeichnis233

Literaturverzeichnis235

Formeln – Sätze – Kernaussagen237

Stichwortverzeichnis.....239