

# Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Leitfaden</b>   | <b>XI</b> |
| <b>1 Rationale Zahlen</b>                                  | <b>1</b>  |
| 1.1 Elementare Rechenoperationen in $\mathbb{Q}$ . . . . . | 1         |
| 1.2 Namen und Zuweisungen . . . . .                        | 3         |
| 1.3 Endliche Summen und Produkte . . . . .                 | 4         |
| 1.4 Fakultäten und Binomialkoeffizienten . . . . .         | 5         |
| 1.5 Folgen von Ausdrücken . . . . .                        | 6         |
| <b>2 Reelle Zahlen</b>                                     | <b>9</b>  |
| <b>3 Anordnung</b>   | <b>13</b> |
| <b>4 Folgen und Grenzwerte</b>                             | <b>17</b> |
| 4.1 Bestimmung von Grenzwerten . . . . .                   | 17        |
| 4.2 Rekursiv definierte Folgen . . . . .                   | 20        |
| <b>5 Polynome und rationale Ausdrücke</b>                  | <b>25</b> |
| 5.1 Elementare Operationen mit Polynomen . . . . .         | 25        |
| 5.2 Substitutionen . . . . .                               | 27        |
| 5.3 Rationale Ausdrücke . . . . .                          | 28        |
| <b>6 Lösen von Gleichungen, Wurzeln</b>                    | <b>31</b> |
| <b>7 Reihen und unendliche Produkte</b>                    | <b>35</b> |
| 7.1 Reihen . . . . .                                       | 35        |
| 7.2 Unendliche Produkte . . . . .                          | 37        |
| <b>8 Die Exponentialfunktion</b>                           | <b>39</b> |
| <b>9 Mengen, Listen und andere Datenstrukturen</b>         | <b>41</b> |
| 9.1 Listen und Mengen . . . . .                            | 41        |
| 9.2 Arithmetische Ausdrücke . . . . .                      | 42        |
| 9.3 Funktionen und Prozeduren . . . . .                    | 43        |
| 9.4 Weitere Schleifenkonstrukte . . . . .                  | 47        |
| <b>10 Funktionen und ihre Darstellung</b>                  | <b>49</b> |
| 10.1 Definition von Funktionen . . . . .                   | 49        |
| 10.2 Operationen mit Funktionen . . . . .                  | 49        |
| 10.3 Plots . . . . .                                       | 50        |

|  |            |
|--|------------|
| 10.4 Plot-Optionen . . . . .                                   | 52         |
| 10.5 Mehrere Zeichnungen in einem Bild . . . . .               | 54         |
| <b>11 Grenzwerte und Stetigkeit</b>                            | <b>59</b>  |
| 11.1 Grenzwerte . . . . .                                      | 59         |
| 11.2 Stetigkeit . . . . .                                      | 60         |
| <b>12 Logarithmen, Potenzen, Wurzeln</b>                       | <b>63</b>  |
| 12.1 Logarithmen, allgemeine Potenzen . . . . .                | 63         |
| 12.2 Wurzeln . . . . .   | 64         |
| 12.3 Einige Grenzwerte . . . . .                               | 66         |
| <b>13 Komplexe Zahlen und trigonometrische Funktionen</b>      | <b>69</b>  |
| 13.1 Komplexe Zahlen . . . . .                                 | 69         |
| 13.2 Komplexe Funktionen, Grenzwerte und Reihen . . . . .      | 70         |
| 13.3 Manipulation trigonometrischer Funktionen . . . . .       | 73         |
| <b>14 Polarkoordinaten, Polarplots und parametrische Plots</b> | <b>75</b>  |
| 14.1 Polarkoordinaten . . . . .                                | 75         |
| 14.2 Komplexe Wurzeln . . . . .                                | 76         |
| 14.3 Polarplots und andere parametrische Plots . . . . .       | 78         |
| <b>15 Differentiation</b>                                      | <b>83</b>  |
| <b>16 Kurvendiskussion</b>                                     | <b>89</b>  |
| <b>17 Numerische Lösung von Gleichungen</b>                    | <b>93</b>  |
| 17.1 Der Befehl <code>fsolve</code> . . . . .                  | 93         |
| 17.2 Das Newtonverfahren . . . . .                             | 96         |
| <b>18 Das Riemannsche Integral</b>                             | <b>99</b>  |
| 18.1 Integration mittels Riemannscher Summen . . . . .         | 99         |
| 18.2 Bestimmte Integrale . . . . .                             | 100        |
| <b>19 Integration und Differentiation</b>                      | <b>105</b> |
| 19.1 Unbestimmte Integrale . . . . .                           | 105        |
| 19.2 Integration durch Substitution . . . . .                  | 109        |
| 19.3 Partielle Integration . . . . .                           | 111        |
| 19.4 Partialbruchzerlegung . . . . .                           | 112        |
| <b>20 Uneigentliche Integrale. Die Gammafunktion</b>           | <b>115</b> |
| 20.1 Uneigentliche Integrale . . . . .                         | 115        |
| 20.2 Die Gammafunktion . . . . .                               | 117        |
| <b>21 Gleichmäßige Konvergenz und Potenzreihen</b>             | <b>119</b> |
| 21.1 Gleichmäßige Konvergenz . . . . .                         | 119        |
| 21.2 Potenzreihen . . . . .                                    | 121        |

|   |            |
|---|------------|
| <b>22 Reihenentwicklungen</b>                                       | <b>125</b> |
| 22.1 Die Taylorsche Formel . . . . .                                | 125        |
| 22.2 Allgemeinere Reihenentwicklungen . . . . .                     | 128        |
| <b>23 Fourier-Reihen</b>  | <b>131</b> |
| 23.1 Approximation periodischer Funktionen . . . . .                | 131        |
| 23.2 Das Gibbsche Phänomen . . . . .                                | 135        |
| <b>24 Funktionen auf dem <math>\mathbb{R}^n</math> und 3d-Plots</b> | <b>139</b> |
| 24.1 Funktionen mehrerer Veränderlicher . . . . .                   | 139        |
| 24.2 3d-Plots . . . . .   | 140        |
| 24.3 Optionen bei 3d-Plots . . . . .                                | 141        |
| <b>25 Grenzwerte und Stetigkeit</b>                                 | <b>149</b> |
| 25.1 Grenzwerte . . . . .   | 149        |
| 25.2 Stetigkeit . . . . .   | 151        |
| <b>26 Lineare Algebra</b>   | <b>155</b> |
| 26.1 Lineare Gleichungssysteme . . . . .                            | 155        |
| 26.2 Erzeugung von Matrizen und Vektoren . . . . .                  | 156        |
| 26.3 Rechnen mit Matrizen . . . . .                                 | 159        |
| 26.4 Manipulation von Vektoren und Matrizen . . . . .               | 163        |
| 26.5 Vektorwertige Abbildungen mehrerer Veränderlicher . . . . .    | 165        |
| <b>27 Kurven und Flächen im <math>\mathbb{R}^3</math></b>           | <b>167</b> |
| 27.1 Raumkurven . . . . .   | 167        |
| 27.2 Flächen im Raum . . . . .                                      | 169        |
| <b>28 Partielle Ableitungen, Vektorfelder</b>                       | <b>173</b> |
| 28.1 Partielle Ableitungen . . . . .                                | 173        |
| 28.2 Gradienten und Vektorfelder . . . . .                          | 177        |
| <b>29 Jacobi- und Hesse-Matrix</b>                                  | <b>181</b> |
| <b>30 Taylor-Entwicklung, lokale Extrema</b>                        | <b>187</b> |
| 30.1 Taylor-Entwicklung . . . . .                                   | 187        |
| 30.2 Lokale Extrema . . . . .                                       | 189        |
| <b>31 Implizite Funktionen</b>                                      | <b>195</b> |
| 31.1 Der Satz über implizite Funktionen . . . . .                   | 195        |
| 31.2 Plots implizit gegebener Kurven und Flächen . . . . .          | 196        |
| <b>32 Parameterintegrale, Fourier-Integrale</b>                     | <b>201</b> |
| 32.1 Integrale mit Parameter . . . . .                              | 201        |
| 32.2 Fourier-Integrale . . . . .                                    | 202        |
| <b>33 Gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung</b>        | <b>207</b> |
| 33.1 Der Befehl <code>dsolve</code> . . . . .                       | 207        |

|   |            |
|---|------------|
| 33.2 Definitionsbereiche von Lösungen . . . . .                             | 209        |
| 33.3 Mehrere Lösungen einer Anfangswertaufgabe . . . . .                    | 212        |
| <b>34 Differentialgleichungen höherer Ordnung</b>                           | <b>217</b> |
| 34.1 Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten . . . . . | 217        |
| 34.2 Bessel-Funktionen . . . . .  | 221        |
| 34.3 Bewegte Bilder . . . . .   | 225        |
| <b>35 Differentialgleichungssysteme</b>                                     | <b>229</b> |
| 35.1 Die Exponentialreihe . . . . .   | 229        |
| 35.2 Gekoppelte Pendel . . . . .  | 231        |
| 35.3 Differentialgleichungen und die Option <code>series</code> . . . . .   | 236        |
| <b>36 Numerische Lösung von Differentialgleichungen</b>                     | <b>239</b> |
| 36.1 Das mathematische Pendel . . . . .                                     | 239        |
| 36.2 Ein Räuber-Beute Modell . . . . .                                      | 245        |
| <b>Anhang</b>   | <b>249</b> |
| <b>Tabelle eingebauter Funktionen</b>                                       | <b>251</b> |
| <b>Umwandlung</b>   | <b>253</b> |
| <b>Literaturverzeichnis</b>   | <b>255</b> |
| <b>Sachverzeichnis</b>  | <b>257</b> |