

Inhaltsverzeichnis

1	Lineare Algebra im Alltag	1
1.1	Google und die Wichtigkeit von Internetseiten	1
1.2	Schadensfreiheitsklassen in der Kraftfahrzeug-Versicherung	3
1.3	Produktionsplanung in einem verarbeitenden Betrieb	4
1.4	Lineare Regression	6
1.5	Schaltkreissimulation	7
2	Mathematische Grundbegriffe	9
2.1	Mengen und Aussagen	9
2.2	Abbildungen	14
2.3	Relationen	17
	Aufgaben	20
3	Algebraische Strukturen	21
3.1	Gruppen	21
3.2	Ringe und Körper	23
	Aufgaben	29
4	Matrizen	33
4.1	Grundlegende Definitionen und Operationen	33
4.2	Matrizengruppen und -ringe	39
	Aufgaben	46
5	Die Treppennormalform und der Rang von Matrizen	49
5.1	Elementarmatrizen	49
5.2	Die Treppennormalform und der Gauß'sche Algorithmus	51
5.3	Rang und Äquivalenz von Matrizen	60
	Aufgaben	65
6	Lineare Gleichungssysteme	67
	Aufgaben	72

7 Determinanten von Matrizen	75
7.1 Definition der Determinante	75
7.2 Einige Eigenschaften der Determinante	79
7.3 Minoren und die Laplace-Entwicklung	85
Aufgaben	89
8 Das charakteristische Polynom und Eigenwerte von Matrizen	93
8.1 Das charakteristische Polynom und der Satz von Cayley-Hamilton	93
8.2 Eigenwerte und Eigenvektoren	98
8.3 Eigenvektoren stochastischer Matrizen	100
Aufgaben	102
9 Vektorräume	105
9.1 Grundlegende Definitionen und Eigenschaften von Vektorräumen	105
9.2 Basen und Dimension von Vektorräumen	108
9.3 Koordinaten und Basisübergang	114
9.4 Beziehungen zwischen Vektorräumen und ihren Dimensionen	118
Aufgaben	120
10 Lineare Abbildungen	123
10.1 Grundlegende Definitionen und Eigenschaften von linearen Abbildungen	123
10.2 Lineare Abbildungen und Matrizen	129
Aufgaben	137
11 Linearformen und Bilinearformen	141
11.1 Linearformen und Dualräume	141
11.2 Bilinearformen	145
11.3 Sesquilinearformen	149
Aufgaben	151
12 Euklidische und unitäre Vektorräume	153
12.1 Skalarprodukte und Normen	153
12.2 Orthogonalität	157
12.3 Das Vektor-Produkt im \mathbb{R}^3	167
Aufgaben	169
13 Adjungierte lineare Abbildungen	171
13.1 Grundlegende Definitionen und Eigenschaften	171
13.2 Adjungierte Endomorphismen und Matrizen	177
Aufgaben	180
14 Eigenwerte von Endomorphismen	183
14.1 Grundlegende Definitionen und Eigenschaften	183
14.2 Diagonalisierbarkeit	187

14.3 Triangulierung und der Satz von Schur	190
Aufgaben	194
15 Polynome und der Fundamentalsatz der Algebra	197
15.1 Polynome	197
15.2 Der Fundamentalsatz der Algebra	202
Aufgaben	208
16 Zyklische Unterräume, Dualität und die Jordan-Normalform	211
16.1 Zyklische f -invariante Unterräume und Dualität	211
16.2 Die Jordan-Normalform	217
16.3 Berechnung der Jordan-Normalform	226
Aufgaben	232
17 Matrix-Funktionen und Differenzialgleichungssysteme	235
17.1 Matrix-Funktionen und die Matrix-Exponentialfunktion	235
17.2 Systeme linearer gewöhnlicher Differenzialgleichungen	241
Aufgaben	249
18 Spezielle Klassen von Endomorphismen	251
18.1 Normale Endomorphismen	251
18.2 Unitäre und orthogonale Endomorphismen	257
18.3 Selbstadjungierte Endomorphismen	262
Aufgaben	270
19 Die Singulärwertzerlegung	273
Aufgaben	280
20 Das Kroneckerprodukt und lineare Matrixgleichungen	281
Aufgaben	288
Anhang A MATLAB Kurzeinführung	289
Literaturverzeichnis	293
Lehrbücher zur Linearen Algebra (Auswahl)	293
Weiterführende Literatur	293
Ausgewählte historische Arbeiten zur Linearen Algebra	294
Sachverzeichnis	297