

# Inhaltsverzeichnis

## Teil 1: Algebra

<b>Mathematische Zeichen und Abkürzungen</b> .....	11
<b>1 Grundbegriffe der Mengenlehre</b> .....	13
1.1 Mengen und Elemente von Mengen .....	13
1.2 Beziehungen zwischen Mengen .....	16
1.2.1 Gleiche und gleichmächtige Mengen .....	16
1.2.2 Teilmengen .....	18
1.3 Operationen mit Mengen .....	19
1.3.1 Durchschnittsmenge und Vereinigungsmenge .....	19
1.3.2 Differenzmenge und Komplementmenge .....	22
1.4 Produktmenge .....	25
<b>2 Zahlenmengen und Anordnung der Zahlen auf der Zahlengeraden</b> .....	27
2.1 Die Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen .....	27
2.2 Die Menge $\mathbb{Z}$ der ganzen Zahlen .....	28
2.3 Die Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen .....	30
<b>3 Das Rechnen in der Menge <math>\mathbb{Z}</math> der ganzen Zahlen</b> .....	33
3.1 Variablen, Terme, Grundbereich .....	33
3.2 Der Betrag einer Zahl .....	34
3.3 Die Addition und Subtraktion ganzer Zahlen .....	35
3.3.1 Die Addition .....	35
3.3.2 Die Subtraktion .....	36
3.3.3 Die Addition und Subtraktion von Summen und Differenzen .....	38
3.4 Die Multiplikation und Division ganzer Zahlen .....	40
3.4.1 Die Multiplikation. Erster Potenzsatz .....	40
3.4.2 Die Division. Zweiter Potenzsatz .....	44
3.4.3 Die Multiplikation von Summen .....	48
3.4.4 Binomische Formeln .....	49
3.4.5 Zerlegen von Summen in Faktoren .....	51
3.4.6 Die Division von Summen .....	53
<b>4 Das Rechnen in der Menge <math>\mathbb{Q}</math> der rationalen Zahlen</b> .....	55
4.1 Elemente der Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen .....	55
4.2 Erweitern und Kürzen von Brüchen .....	57
4.3 Vergleichen von Brüchen; gleichnamige und ungleichnamige Brüche .....	58
4.4 Die Addition und Subtraktion rationaler Zahlen .....	60
4.4.1 Die Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche .....	60
4.4.2 Die Addition und Subtraktion ungleichnamiger Brüche .....	62
4.5 Die Multiplikation und Division rationaler Zahlen .....	64
4.5.1 Die Multiplikation .....	64
4.5.2 Die Division .....	66
4.6 Rechengesetze für Potenzen mit positiven ganzen Exponenten .....	69
4.6.1 Addition und Subtraktion .....	69
4.6.2 Multiplikation und Division von Potenzen mit gleicher Basis .....	70

---

4.6.3	Multiplikation und Division von Potenzen mit gleichem Exponenten	72
4.6.4	Potenzieren von Potenzen	73
<b>5</b>	<b>Lineare Gleichungen und Ungleichungen</b>	74
5.1	Gleichungen und Ungleichungen als Aussagen und Aussageformen	74
5.2	Äquivalenzumformungen von Gleichungen und Ungleichungen	76
5.2.1	Gleichungen mit einer Lösungsvariablen	76
5.2.2	Gleichungen mit Formvariablen	80
5.2.3	Ungleichungen	83
5.3	Gleichungen und Ungleichungen mit Brüchen, deren Nenner keine Variablen enthalten	85
5.4	Gleichungen und Ungleichungen mit Brüchen, deren Nenner Variablen enthalten (Bruchgleichungen und Bruchungleichungen)	87
5.4.1	Bruchgleichungen mit einer Lösungsvariablen. Verhältnisgleichungen und Produktgleichungen	87
5.4.2	Bruchgleichungen mit Formvariablen	91
5.4.3	Bruchungleichungen	94
5.5	Textaufgaben aus verschiedenen Gebieten	95
5.5.1	Zahlenrätsel	95
5.5.2	Merkwürdiges und Scherhaftes; Denkaufgaben	98
5.5.3	Verteilungsrechnung	99
5.5.4	Mischungsrechnung	101
5.5.5	Prozentrechnung	105
5.5.6	Zinsrechnung	106
<b>6</b>	<b>Ganzrationale Funktionen 1. Grades</b>	108
6.1	Funktionen als eindeutige Zuordnungen	108
6.2	Die linearen Funktionen $f: x \mapsto mx$ und $f: x \mapsto mx + b$	109
6.2.1	Darstellung von linearen Funktionen im Achsenkreuz	109
6.2.2	Berechnung der linearen Funktionsgleichung	116
6.2.3	Berechnung des Schnittpunktes zweier Geraden	118
6.2.4	Textaufgaben	120
<b>7</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	126
7.1	Graphische Lösung von linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen. Textaufgaben	126
7.2	Rechnerische Lösung von linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen	131
7.3	Lineare Gleichungssysteme mit Formvariablen	137
7.4	Textaufgaben	138
7.4.1	Zahlenrätsel	138
7.4.2	Verteilungs- und Mischungsrechnung	140
7.4.3	Prozent- und Zinsrechnung	141
<b>8</b>	<b>Die Quadratwurzel</b>	144
8.1	Einführung der Quadratwurzel	144
8.2	Irrationale Zahlen und die Menge $\mathbb{R}$ der reellen Zahlen	145
8.3	Berechnung von Quadratwurzeln mit Hilfe des Taschenrechners	148
8.4	Schaubild der Quadratwurzelfunktion $f: x \mapsto \sqrt{x}$	149
8.5	Rechnen mit Quadratwurzeln	150
8.5.1	Addition und Subtraktion	150
8.5.2	Multiplikation und Division. Teilweise radizieren	151
8.6	Anwendungen beim Satz des Pythagoras	154

<b>9</b>	<b>Quadratische Funktionen</b>	156
9.1	Die Funktion $f: x \mapsto x^2$	156
9.2	Die Funktion $f: x \mapsto ax^2$	157
9.3	Die Funktion $f: x \mapsto ax^2 + c$	158
9.4	Die Funktion $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$	159
9.5	Rechnerische Bestimmung der Scheitelkoordinaten. Scheitelform der Parabelgleichung	162
9.6	Nullstellen von quadratischen Funktionen und ihre graphische Bestimmung	163
<b>10</b>	<b>Quadratische Gleichungen</b>	165
10.1	Rechnerische Lösung der reinquadratischen Gleichung $ax^2 + c = 0$	165
10.2	Rechnerische Lösung der gemischtquadratischen Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$	168
10.2.1	Lösung durch quadratische Ergänzung	169
10.2.2	Lösung mit Hilfe von Formeln	171
10.2.3	Satz von Vieta. Zerlegen in Linearfaktoren	173
10.2.4	Vermischte Aufgaben	175
10.3	Textaufgaben aus verschiedenen Gebieten	178
10.3.1	Zahlenrätsel	178
10.3.2	Aufgaben aus der Geometrie	179
10.3.3	Verteilungsrechnung	180
10.3.4	Prozent- und Zinsrechnung	181
<b>11</b>	<b>Potenzen und exponentielles Wachstum</b>	184
11.1	Potenzen mit dem Exponenten 0 und mit negativen ganzen Exponenten	184
11.2	Exponentielles Wachstum	186
<b>12</b>	<b>Aufgaben zur Wiederholung und zur Vorbereitung auf die Abschlußprüfung</b>	189
12.1	Lineare Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen	189
12.2	Lineare Funktionen	191
12.3	Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen	193
12.4	Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen	197
12.5	Vermischte Aufgaben	200

## Teil 2: Geometrie

<b>Mathematische Zeichen und Abkürzungen</b>	204	
<b>1</b>	<b>Geometrische Grundbegriffe und elementare Abbildungen</b>	205
1.1	Punktmengen in der Ebene	205
1.1.1	Punkt, Gerade, Halbgerade, Strecke	205
1.1.2	Der Kreis	206
1.1.3	Winkel	207
1.2	Das rechtwinklige Koordinatensystem	210
1.3	Abbildungen von Punktmengen	211
1.3.1	Die Geradenspiegelung. Achsensymmetrie	211
1.3.2	Die Punktspiegelung. Punktsymmetrie	215
<b>2</b>	<b>Dreieck und Viereck</b>	219
2.1	Einfache Dreieckskonstruktionen	219
2.2	Gleichschenkliges, gleichseitiges und rechtwinkliges Dreieck	220

2.3	Besondere Linien im Dreieck .....	222
2.3.1	Die Mittelsenkrechten und Höhen .....	222
2.3.2	Die Winkelhalbierenden und Seitenhalbierenden .....	224
2.4	Vierecke .....	226
2.4.1	Das Parallelogramm .....	226
2.4.2	Besondere Parallelogramme: Rechteck, Quadrat, Raute .....	227
2.4.3	Der Drachen, das Trapez, das allgemeine Viereck .....	229
2.5	Winkelsummen .....	232
2.5.1	Winkel an Parallelen .....	232
2.5.2	Winkelsumme im Dreieck, Viereck, n-Eck .....	232
2.6	Flächeninhalte geradlinig begrenzter Figuren .....	234
2.6.1	Rechteck und Quadrat .....	234
2.6.2	Parallelogramm, Dreieck, Trapez, Drachen .....	235
2.6.3	Vermischte Aufgaben .....	237
<b>3</b>	<b>Die zentrische Streckung. Strahlensätze .....</b>	<b>240</b>
3.1	Eigenschaften der zentrischen Streckung .....	240
3.2	Die Strahlensätze .....	243
<b>4</b>	<b>Satz des Pythagoras .....</b>	<b>247</b>
<b>5</b>	<b>Geometrie und Flächenberechnung am Kreis .....</b>	<b>251</b>
5.1	Satz des Thales. Kreis, Sehne und Tangente .....	251
5.2	Kreisumfang .....	254
5.3	Kreisfläche .....	256
5.4	Kreisteile .....	258
<b>6</b>	<b>Volumina und Oberflächen von Körpern .....</b>	<b>261</b>
6.1	Darstellung von Körpern durch Schrägbilder .....	261
6.2	Berechnungen von Volumina, Oberflächen und Strecken .....	263
6.2.1	Quader und Würfel .....	263
6.2.2	Senkrechte Prismen .....	265
6.2.3	Der senkrechte Kreiszylinder .....	267
6.2.4	Pyramiden .....	269
<b>7</b>	<b>Trigonometrie .....</b>	<b>273</b>
7.1	Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck .....	273
7.1.1	Sinusfunktion und Kosinusfunktion mit Anwendungen .....	273
7.1.2	Tangensfunktion und Kotangensfunktion mit Anwendungen .....	277
7.1.3	Vermischte Aufgaben zur Berechnung geradlinig begrenzter Figuren .....	281
7.2	Zusammenhänge zwischen den Funktionen derselben Winkel .....	283
<b>8</b>	<b>Aufgaben zur Wiederholung und zur Vorbereitung auf die Abschlußprüfung .....</b>	<b>286</b>
8.1	Konstruktionen und Berechnungen geradlinig begrenzter Figuren .....	286
8.2	Geradenspiegelung, Punktspiegelung und zentrische Streckung .....	287
8.3	Konstruktionen und Berechnungen am Kreis .....	287
8.4	Volumina und Oberflächen von Körpern .....	288
8.5	Vermischte Aufgaben .....	291
<b>Sachwortverzeichnis .....</b>	<b>293</b>	
<b>Beilage: Formelsammlung</b>		