

Inhaltsverzeichnis

Teil 1: Algebra

Mathematische Zeichen und Abkürzungen	11
1 Grundbegriffe der Mengenlehre	13
1.1 Mengen und Elemente von Mengen	13
1.2 Beziehungen zwischen Mengen	16
1.2.1 Gleiche und gleichmächtige Mengen	16
1.2.2 Teilmengen	18
1.3 Operationen mit Mengen	19
1.3.1 Durchschnittsmenge und Vereinigungsmenge	19
1.3.2 Differenzmenge und Komplementmenge	22
1.4 Produktmenge	25
2 Zahlenmengen und Anordnung der Zahlen auf der Zahlengeraden	27
2.1 Die Menge \mathbb{N} der natürlichen Zahlen	27
2.2 Die Menge \mathbb{Z} der ganzen Zahlen	28
2.3 Die Menge \mathbb{Q} der rationalen Zahlen	30
3 Das Rechnen in der Menge \mathbb{Z} der ganzen Zahlen	33
3.1 Variablen, Terme, Grundbereich	33
3.2 Der Betrag einer Zahl	34
3.3 Die Addition und Subtraktion ganzer Zahlen	35
3.3.1 Die Addition	35
3.3.2 Die Subtraktion	36
3.3.3 Die Addition und Subtraktion von Summen und Differenzen	38
3.4 Die Multiplikation und Division ganzer Zahlen	40
3.4.1 Die Multiplikation. Erster Potenzsatz	40
3.4.2 Die Division. Zweiter Potenzsatz	44
3.4.3 Die Multiplikation von Summen	48
3.4.4 Binomische Formeln	49
3.4.5 Zerlegen von Summen in Faktoren	51
3.4.6 Die Division von Summen	53
4 Das Rechnen in der Menge \mathbb{Q} der rationalen Zahlen	55
4.1 Elemente der Menge \mathbb{Q} der rationalen Zahlen	55
4.2 Erweitern und Kürzen von Brüchen	57
4.3 Vergleichen von Brüchen; gleichnamige und ungleichnamige Brüche	58
4.4 Die Addition und Subtraktion rationaler Zahlen	60
4.4.1 Die Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche	60
4.4.2 Die Addition und Subtraktion ungleichnamiger Brüche	62
4.5 Die Multiplikation und Division rationaler Zahlen	64
4.5.1 Die Multiplikation	64
4.5.2 Die Division	66
4.6 Rechengesetze für Potenzen mit positiven ganzen Exponenten	69
4.6.1 Addition und Subtraktion	69
4.6.2 Multiplikation und Division von Potenzen mit gleicher Basis	70

4.6.3	Multiplikation und Division von Potenzen mit gleichem Exponenten	72
4.6.4	Potenzieren von Potenzen	73
5	Lineare Gleichungen und Ungleichungen	74
5.1	Gleichungen und Ungleichungen als Aussagen und Aussageformen	74
5.2	Äquivalenzumformungen von Gleichungen und Ungleichungen	76
5.2.1	Gleichungen mit einer Lösungsvariablen	76
5.2.2	Gleichungen mit Formvariablen	80
5.2.3	Ungleichungen	83
5.3	Gleichungen und Ungleichungen mit Brüchen, deren Nenner keine Variablen enthalten	85
5.4	Gleichungen und Ungleichungen mit Brüchen, deren Nenner Variablen enthalten (Bruchgleichungen und Bruchungleichungen)	87
5.4.1	Bruchgleichungen mit einer Lösungsvariablen. Verhältnisgleichungen und Produktgleichungen	87
5.4.2	Bruchgleichungen mit Formvariablen	91
5.4.3	Bruchungleichungen	94
5.5	Textaufgaben aus verschiedenen Gebieten	95
5.5.1	Zahlenrätsel	95
5.5.2	Merkwürdiges und Scherzhaftes; Denkaufgaben	98
5.5.3	Verteilungsrechnung	99
5.5.4	Mischungsrechnung	101
5.5.5	Prozentrechnung	105
5.5.6	Zinsrechnung	106
6	Ganzrationale Funktionen 1. Grades	108
6.1	Funktionen als eindeutige Zuordnungen	108
6.2	Die linearen Funktionen $f: x \mapsto mx$ und $f: x \mapsto mx + b$	109
6.2.1	Darstellung von linearen Funktionen im Achsenkreuz	109
6.2.2	Berechnung der linearen Funktionsgleichung	116
6.2.3	Berechnung des Schnittpunktes zweier Geraden	118
6.2.4	Textaufgaben	120
7	Lineare Gleichungssysteme	126
7.1	Graphische Lösung von linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen. Textaufgaben	126
7.2	Rechnerische Lösung von linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen	131
7.3	Lineare Gleichungssysteme mit Formvariablen	137
7.4	Textaufgaben	138
7.4.1	Zahlenrätsel	138
7.4.2	Verteilungs- und Mischungsrechnung	140
7.4.3	Prozent- und Zinsrechnung	141
8	Die Quadratwurzel	144
8.1	Einführung der Quadratwurzel	144
8.2	Irrationale Zahlen und die Menge \mathbb{R} der reellen Zahlen	145
8.3	Berechnung von Quadratwurzeln mit Hilfe des Taschenrechners	148
8.4	Schaubild der Quadratwurzelfunktion $f: x \mapsto \sqrt{x}$	149
8.5	Rechnen mit Quadratwurzeln	150
8.5.1	Addition und Subtraktion	150
8.5.2	Multiplikation und Division. Teilweise radizieren	151
8.6	Anwendungen beim Satz des Pythagoras	154

9	Quadratische Funktionen	156
9.1	Die Funktion $f: x \mapsto x^2$	156
9.2	Die Funktion $f: x \mapsto ax^2$	157
9.3	Die Funktion $f: x \mapsto ax^2 + c$	158
9.4	Die Funktion $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$	159
9.5	Rechnerische Bestimmung der Scheitelkoordinaten. Scheitelform der Parabelgleichung	162
9.6	Nullstellen von quadratischen Funktionen und ihre graphische Bestimmung	163
10	Quadratische Gleichungen	165
10.1	Rechnerische Lösung der reinquadratischen Gleichung $ax^2 + c = 0$	165
10.2	Rechnerische Lösung der gemischtquadratischen Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$	168
10.2.1	Lösung durch quadratische Ergänzung	169
10.2.2	Lösung mit Hilfe von Formeln	171
10.2.3	Satz von Vieta. Zerlegen in Linearfaktoren	173
10.2.4	Vermischte Aufgaben	175
10.3	Textaufgaben aus verschiedenen Gebieten	178
10.3.1	Zahlenrätsel	178
10.3.2	Aufgaben aus der Geometrie	179
10.3.3	Verteilungsrechnung	180
10.3.4	Prozent- und Zinsrechnung	181
11	Potenzen und exponentielles Wachstum	184
11.1	Potenzen mit dem Exponenten 0 und mit negativen ganzen Exponenten	184
11.2	Exponentielles Wachstum	186
12	Aufgaben zur Wiederholung und zur Vorbereitung auf die Abschlußprüfung	189
12.1	Lineare Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen	189
12.2	Lineare Funktionen	191
12.3	Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen	193
12.4	Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen	197
12.5	Vermischte Aufgaben	200

Teil 2: Geometrie

Mathematische Zeichen und Abkürzungen	204
1 Geometrische Grundbegriffe und elementare Abbildungen	205
1.1 Punktmengen in der Ebene	205
1.1.1 Punkt, Gerade, Halbgerade, Strecke	205
1.1.2 Der Kreis	206
1.1.3 Winkel	207
1.2 Das rechtwinklige Koordinatensystem	210
1.3 Abbildungen von Punktmengen	211
1.3.1 Die Geradenspiegelung. Achsensymmetrie	211
1.3.2 Die Punktspiegelung. Punktsymmetrie	215
2 Dreieck und Viereck	219
2.1 Einfache Dreieckskonstruktionen	219
2.2 Gleichschenkliges, gleichseitiges und rechtwinkliges Dreieck	220

2.3	Besondere Linien im Dreieck	222
2.3.1	Die Mittelsenkrechten und Höhen	222
2.3.2	Die Winkelhalbierenden und Seitenhalbierenden	224
2.4	Vierecke	226
2.4.1	Das Parallelogramm	226
2.4.2	Besondere Parallelogramme: Rechteck, Quadrat, Raute	227
2.4.3	Der Drachen, das Trapez, das allgemeine Viereck	229
2.5	Winkelsummen	232
2.5.1	Winkel an Parallelen	232
2.5.2	Winkelsumme im Dreieck, Viereck, n-Eck	232
2.6	Flächeninhalte geradlinig begrenzter Figuren	234
2.6.1	Rechteck und Quadrat	234
2.6.2	Parallelogramm, Dreieck, Trapez, Drachen	235
2.6.3	Vermischte Aufgaben	237
3	Die zentrische Streckung, Strahlensätze	240
3.1	Eigenschaften der zentrischen Streckung	240
3.2	Die Strahlensätze	243
4	Satz des Pythagoras	247
5	Geometrie und Flächenberechnung am Kreis	251
5.1	Satz des Thales. Kreis, Sehne und Tangente	251
5.2	Kreisumfang	254
5.3	Kreisfläche	256
5.4	Kreisteile	258
6	Volumina und Oberflächen von Körpern	261
6.1	Darstellung von Körpern durch Schrägbilder	261
6.2	Berechnungen von Volumina, Oberflächen und Strecken	263
6.2.1	Quader und Würfel	263
6.2.2	Senkrechte Prismen	265
6.2.3	Der senkrechte Kreiszylinder	267
6.2.4	Pyramiden	269
7	Trigonometrie	273
7.1	Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck	273
7.1.1	Sinusfunktion und Kosinusfunktion mit Anwendungen	273
7.1.2	Tangensfunktion und Kotangensfunktion mit Anwendungen	277
7.1.3	Vermischte Aufgaben zur Berechnung geradlinig begrenzter Figuren	281
7.2	Zusammenhänge zwischen den Funktionen desselben Winkels	283
8	Aufgaben zur Wiederholung und zur Vorbereitung auf die Abschlußprüfung	286
8.1	Konstruktionen und Berechnungen geradlinig begrenzter Figuren	286
8.2	Geradenspiegelung, Punktspiegelung und zentrische Streckung	287
8.3	Konstruktionen und Berechnungen am Kreis	287
8.4	Volumina und Oberflächen von Körpern	288
8.5	Vermischte Aufgaben	291
Sachwortverzeichnis		293

Beilage: Formelsammlung