

Inhaltsverzeichnis

Vorwort IX

1 Einführung in Symmetrie und Chaos 1

Symmetrie 3 • Chaos 10 • Determinismus 11 • Empfindliche Abhängigkeit 13 • Vorschriften 14 • Vorschriften für Pixel 17 • Einfärben durch Zahlen 19 • Arithmetische Vorschriften 21 • Seltsame Attraktoren 23 • Statistik 26 • Symmetrie im Durchschnitt 27 • Was, wie und warum? 30 • Muster und Turbulenz 33 • Das Couette-Taylor-Experiment 35 • Weitere Spekulationen 37 •

2 Ebene Symmetrien 41

Typen von symmetrischen Bildern 44 • Gruppen 45 • Symmetrien von regelmäßigen Figuren 45 • Pflasterungen und Ornamente 53 • Die Ornamentgruppen 55 • Färben und verflechten 59 •

3 Überall Muster 61

Objekte mit Fünfeckssymmetrie 65 • Objekte mit unterschiedlichen Symmetrien 72 • Pflasterungen 82 • Islamische Kunst 93 •

4 Die Erzeugung von Chaos und Symmetrie 97

Die logistische Abbildung 100 • Die periodenverdoppelnde Kaskade 104 • Symmetrische Abbildungen der Geraden 109 • Die Erzeugung von Symmetrie 111 • Chaotische Züge 112 •

5 Symmetrische Objekte 115

Abbildungen mit diedrischer Symmetrie 117 • Eine Illustration des Chaos 118 • Zahlenmystik 122 • Die Geometrie der komplexen Zahlen 130 • Diedrische Symmetrie 134 • Diedrische logistische Abbildungen 134 • Symmetrieerzeugung in der Ebene 141 •

6 Quilts 145

Sich wiederholende Muster 147 • Das quadratische Gitter 148 • Säume 150 • Innere Symmetrie 151 • Das hexagonale Gitter 152 • Weniger innere Symmetrie 156 •

7 Symmetrische Fraktale 157

Fraktale 159 • Das Sierpiński-Dreieck 160 • Die Wahrscheinlichkeit und Zufallszahlen 161 • Wahrscheinlichkeit eins 163 • Sierpiński-Polygone 165 • Affine Abbildungen 168 • Kontraktionen 169 • Iterierte Funktionensysteme und Fraktale 169 • Strikte Fraktale und überlagerte Fraktale 171 • Zwei grundlegende Theoreme 172 • Das Sierpiński-Quadrat 176 • Symmetrische Fraktale 178 • Das Sierpiński-Dreieck ist symmetrisch 183 • Struktur in allen Maßstäben 186 • Noch mehr Beispiele 187 •

Anhang A: Parameter für die Bilder 193

Anhang B: Programme in BASIC 197

Anhang C: Abbildungen für Objekte 204

Anhang D: Ebene Gitter 207

Literaturhinweise 216

Namen- und Sachverzeichnis 217

Abbildungsnachweis 219