2022 MSA

Mittlerer Schulabschluss

MEHR ERFAHREN

Hamburg

Mathematik

+ *Ausführliche Lösungen*

Original-Prüfungsaufgaben **2021** zum Download

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2021 zur Veröffentlichung freigegeben sind, kannst du sie als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen. Den benötigten Code findest du auf der Umschlaginnenseite.

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsbuch zu dem Band **Mittlerer Schulabschluss Mathematik Hamburg** mit interaktivem Training (Best.-Nr. 21500ML).
Es enthält zu allen Aufgaben von erfahrenen Lehrerinnen und Lehrern ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und zum besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen konsequent daran, jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen.

Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autorinnen und Autoren:
Peter Stählin, Christoph Borr, Olaf Klärner, Karl-Heinz Kuhlmann, Kerstin Lenz, Dietmar Steiner

Wiederholung Grundwissen

7 a) $u = 2 \cdot \ell + 2 \cdot b$
$2b = u - 2\ell \quad |:2$ und 30 cm für u eingesetzt
$b = 15\text{ cm} - \ell$

b) $b = 15\text{ cm} - 7\text{ cm} = 8\text{ cm}$

---

8 a) $1{,}5x + 2y$

b) $x \cdot y - (x - y)$

c) $(2y - x) - \dfrac{0{,}5x}{x - y}$

d) $3x - \dfrac{y}{4}$ oder $3x - 0{,}25y$

---

9 a) $3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + 5 = 13$

$3 \cdot (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 5 = 10$

$3 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right) + 5 = \dfrac{19}{4}$

b) $2^3 + 2 \cdot 2^2 - 7 = 9$

$(-1)^3 + 2 \cdot (-1)^2 - 7 = -6$

$\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 + 2 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - 7 = \dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{2} - 7 = -\dfrac{51}{8}$

c) $-2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 1 = -3$

$-2 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1) - 1 = -6$

$-2 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \dfrac{1}{2} - 1 = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2} - 1 = 0$

---

10 a) $3 \cdot 1 + \dfrac{-1}{4} - 5 \cdot (1 - 2{,}5) = 3 - \dfrac{1}{4} + 7{,}5 = 10{,}25 \quad |$ 1 für x und –1 für y einsetzen

b) $2{,}7 \cdot 1 - (1 + 1) : (-1) - 1 = 2{,}7 + 2 - 1 = 3{,}7 \quad |$ 1 für x und –1 für y einsetzen

---

11 a) $2x - 3{,}5$

b) $-3a - 4{,}325$

c) $-x + \dfrac{3}{2} - \dfrac{10}{3} - \dfrac{1}{6} = -x + \dfrac{9}{6} - \dfrac{20}{6} - \dfrac{1}{6} = -x - 2$

d) $-2{,}4a - 11{,}18$

---

12 a) $-5x$

b) $-\dfrac{2}{3}a - \dfrac{1}{6}a - \dfrac{10}{3}a = -\dfrac{4}{6}a - \dfrac{1}{6}a - \dfrac{20}{6}a = -\dfrac{25}{6}a$

c) $-2x^2 + \dfrac{3}{5}x^2 = -\dfrac{10}{5}x^2 + \dfrac{3}{5}x^2 = -\dfrac{7}{5}x^2$

d) $-ab + a - 5$

---

13 a) $-2x + 4{,}5y + 6x - 4y = 4x + 0{,}5y$

b) $-2x + 4{,}6y - 3{,}4x - 4y = -5{,}4x + 0{,}6y$

---

14 a) $5a-3a-b=2a-b$ b) $5a+3a+2b=8a+2b$

15 a) $6x-10y+24y-21x=-15x+14y$ b) $27a-12a+6b+12c+3b-3c=15a+9b+9c$
c) $3x-15y-3x+6y+15=-9y+15$ d) $133a-224a+126b+105b=-91a+231b$

16 a) $x+x^2$ b) $\frac{1}{2}x^2+x+x^2=\frac{3}{2}x^2+x$
c) $x^2+1{,}2x^2+0{,}4x=2{,}2x^2+0{,}4x$ d) $x^2+0{,}1x+0{,}1x^2=1{,}1x^2+0{,}1x$

17 a) $15x-6-y$
b) $51a^2-14{,}1ab-0{,}9ab-2{,}25b^2=51a^2-15ab-2{,}25b^2$
c) $(-2x+y)\cdot(-2y)=4xy-2y^2$
d) $21u^2+28uv-42u-28uv+12v^2-56v+42u+56v=21u^2+12v^2$

18 a) $x^2-6xy+9y^2$ (2. binomische Formel)
b) $16x^2+24xy+9y^2$ (1. binomische Formel)
c) $6{,}25x^2-y^2$ (3. binomische Formel)
d) $0{,}25a^2-5ab+25b^2$ (2. binomische Formel)
e) $\frac{1}{9}r^2+\frac{2}{15}rs+\frac{1}{25}s^2$ (1. binomische Formel)
f) $\frac{64}{9}u^2-\frac{9}{16}v^2$ (3. binomische Formel)

19 a) $16a^2-9b^2$ b) $\frac{1}{16}-x^2$ c) $56{,}25a^2-4b^2$
d) $4x^2-4x+1$ e) $\frac{4}{9}a^2+\frac{4}{3}ab+b^2$ f) $\frac{a^2b^2}{9}+\frac{2a^2b}{7}+\frac{9a^2}{49}$

20 a) $x^2-2x+1-(1-2x+x^2)=x^2-2x+1-1+2x-x^2=0$
b) $(5a+3b)\cdot(5a-3b)\cdot(-1)-(49a^2-56ab+16b^2)+(7b-56a)\cdot b$
$=-25a^2+9b^2-49a^2+56ab-16b^2+7b^2-56ab$
$=-74a^2$
c) $(x^4+2x^2+1)\cdot(x^4-2x^2+1)=x^8-2x^6+x^4+2x^6-4x^4+2x^2+x^4-2x^2+1=x^8-2x^4+1$

21 a) $\frac{7}{2}\cdot\frac{2}{7}=1$ | Statt durch $3{,}5=\frac{7}{2}$ zu dividieren, wird mit $\frac{2}{7}$ multipliziert.
b) $0{,}7\cdot0{,}7=0{,}49$
c) $3{,}2\cdot1{,}3+6{,}8\cdot1{,}3=1{,}3\cdot(3{,}2+6{,}8)=1{,}3\cdot10=13$

22 a) $13+3=16$ b) $0+17{,}4=17{,}4$ c) $1+2=3$

Abschlussprüfung 2020

Aufgabe I – ohne Taschenrechner und Formelblatt

Aufgabe 1

a) 1 Minute hat 60 Sekunden.
$300 : 60 = 5$
Also sind 300 Sekunden 5 Minuten. Lösung B

b) Eine Zahl mit 0 multipliziert ergibt immer 0.
Also ergibt der erste Teil $(-3) \cdot 0 = 0$.
Dazu soll dann noch +5 addiert werden.
Das ergibt 5. Lösung D

c) Um Brüche addieren bzw. subtrahieren zu können, müssen sie gleichnamig gemacht werden. Es muss also ein gleicher Nenner gefunden werden. Das ist hier sinnvollerweise 10.
$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{6}{10} - \frac{5}{10} = \frac{1}{10}$ Lösung A

d) Bei Angaben von Punkten in einem Koordinatensystem wird immer zuerst die x-Koordinate und dann die y-Koordinate genannt.
Allgemein gilt also $A(x \mid y)$.
Der x-Wert von A ist –2 und der y-Wert +3.
Damit lauten die Koordinaten $A(-2 \mid 3)$. Lösung A

e) Hier gibt es auch negative Zahlen. Diese werden immer kleiner, je größer ihr Betrag wird. Zum Beispiel ist –5 kleiner als –2.
Es wird also die negative Zahl mit dem größten Betrag gesucht. Das ist hier –1,011. Lösung D

f) Herr Arat hat sein ganzes Guthaben (120 €) und zusätzlich noch 160 € ausgegeben.
Das ergibt zusammen:
120 € + 160 € = 280 € Lösung D

g) Die Innenwinkelsumme in einem Dreieck beträgt 180°. Zwei rechte Winkel kann es also nicht geben. Das wären zusammen schon 180°, dann müsste der dritte Winkel null sein. In diesem Fall würde aber kein Dreieck mehr vorliegen. Damit scheiden Antwort B und C aus.
Antwort D ist falsch, da es auch andere Arten von Dreiecken gibt (also stumpf- oder spitzwinklige Dreiecke).
Antwort A ist richtig. Mehr als einen rechten Winkel kann es nicht geben. Lösung A

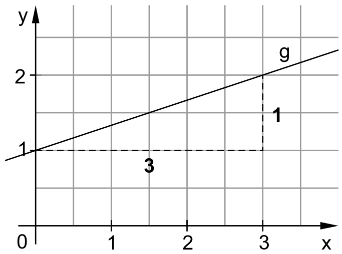
h) Die Wahrscheinlichkeit, bei einem Münzwurf „Zahl“ zu erhalten, ist bei jedem Wurf $\frac{1}{2}$.
Es muss also $\frac{1}{2}$ (für den ersten Wurf) mit $\frac{1}{2}$ (für den zweiten Wurf) multipliziert werden:
$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ Lösung B

i) Die Multiplikation mit 10^6 zeigt an, dass der Wert 1,3 um den Faktor 1 Millionen (1 000 000) größer wird (eine 1 mit 6 Nullen).
Die Kommastelle muss also um 6 Stellen nach rechts verschoben werden:
$1{,}3 \cdot 10^6 = 1\,300\,000$ Lösung D

j) Lösung über den Dreisatz:
100 % entspricht 150 €.
Ein Prozent entspricht 1,50 € (durch 100 teilen).
Drei Prozent sind 4,50 € (mit 3 multiplizieren).
Der Rabatt beträgt also 4,50 €.
Dieser wird von den 150 € abgezogen.
Man erhält 145,50 €. Lösung C

k) Eine Geradengleichung ist immer nach dem gleichen Schema aufgebaut:
$g(x) = m \cdot x + b$

Dabei steht m für die Steigung der Geraden und b für den y-Achsenabschnitt, also die Stelle, an der die y-Achse geschnitten wird. Der y-Achsenabschnitt ist hier 1. Da das in allen Antwortmöglichkeiten vorgegeben ist, muss man die Steigung betrachten. Dies geschieht am sinnvollsten über das Steigungsdreieck.



Die Steigung berechnet sich dabei durch den Abstand der y-Werte (hier 1) geteilt durch den Abstand der x-Werte (hier 3):

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{3}$

Die Funktionsgleichung lautet also:

$g(x) = \frac{1}{3} \cdot x + 1$ Lösung B

l) Es wird nach der 3. Wurzel gesucht. Man sucht also eine Zahl, die 3-mal mit sich selbst multipliziert -8 ergibt:
$x \cdot x \cdot x = -8$

Das geht tatsächlich mit $x = -2$.
$(-2) \cdot (-2)$ ergibt 4 und das wiederum mit -2 multipliziert ergibt $4 \cdot (-2) = -8$. Lösung B

m) Die Fläche eines Kreises ergibt sich über die Formel $A = \pi \cdot r^2$.
Wenn der Durchmesser 6 cm beträgt, ist der Radius 3 cm lang.
π ist etwas größer als 3.
Das Ergebnis ist also etwas größer als $A = 3 \cdot (3\text{ cm})^2 = 27\text{ cm}^2$.

Daher ist $A = 28\text{ cm}^2$ die richtige Lösung. Lösung C

n) Die Höhe h, die Seitenhöhe h_a und $\frac{a}{2}$ bilden ein rechtwinkliges Dreieck. Es kann der Satz des Pythagoras angewendet werden, wobei die Seitenhöhe h_a die Hypotenuse ist. Die gesuchte Seite h ist eine der Katheten.
Wenn die Länge einer Kathete berechnet werden soll, muss von dem Quadrat der Länge der Hypotenuse (die die längste Seite im Dreieck ist) etwas abgezogen werden.
Die richtige Formel ist also:

$h = \sqrt{h_a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$ Lösung C

o) Es muss der Wert vor dem x^2 betrachtet werden. Dieser ist positiv und damit ist die Parabel nach oben geöffnet. Zudem ist 2 größer als 1, also ist die Parabel gestreckt. Lösung C

p) Jede Zahl ungleich 0 ist, wenn man sie hoch 0 nimmt, per Definition 1: $x^0 = 1$
Da das für alle Zahlen ungleich 0 gilt, ist natürlich auch $10^0 = 1$. Lösung C

q) Hier wird eine Potenz potenziert.
Es gilt folgendes Potenzgesetz:
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Also hier:
$(5^6)^2 = 5^{6 \cdot 2} = 5^{12}$ Lösung B

r) Der Quader wird in der Länge halbiert. Dieser halbe Quader wird dann nochmal in der Breite halbiert. Es verbleibt ein Viertel des Quaders. Dieser wird jetzt nochmal in der Tiefe halbiert. Es verbleibt ein Achtel des Quaders:

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ Lösung C

s) Aus Summen kann man nicht kürzen.
Der Zähler kann aber über die 2. binomische Formel umgewandelt werden:
$x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2 = (x-3) \cdot (x-3)$
Jetzt kann man kürzen:
$\frac{x^2 - 6x + 9}{x-3} = \frac{(x-3) \cdot (x-3)}{x-3} = x - 3$ Lösung A

t) Die Gleichung für das Kegelvolumen muss nach r umgestellt werden:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \quad \Big| \cdot 3 \quad \left(\text{entspricht}: \frac{1}{3}\right)$$

$$3 \cdot V = \pi \cdot r^2 \cdot h \quad | : \pi$$

$$\frac{3 \cdot V}{\pi} = r^2 \cdot h \quad | : h$$

$$\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot h} = r^2 \quad | \sqrt{}$$

$$\sqrt{\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot h}} = r$$

Lösung D

Aufgabe 2

Das Volumen eines Prismas berechnet sich über die Formel:
$V = G \cdot h$

Anmerkung: G ist die Grundfläche des Dreiecksprismas und nicht die Fläche, auf der der Körper zufällig gerade liegt.

h ist die Höhe des Körpers, wenn man ihn auf seine Grundfläche stellt, also hier $h_k = 8$ cm.
Die Grundfläche G ist ein Dreieck. Die Fläche eines Dreiecks berechnet sich über die Formel:

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$

Einsetzen ergibt:

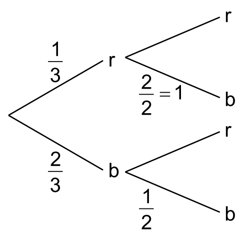
$$A = \frac{12\ \text{cm} \cdot 10\ \text{cm}}{2} = 60\ \text{cm}^2$$

Dies wird in die Volumenformel eingesetzt:

$$V = G \cdot h_k = 60\ \text{cm}^2 \cdot 8\ \text{cm} = 480\ \text{cm}^3$$

Das Dreiecksprisma hat ein Volumen von 480 cm^3.

Aufgabe 3



In der ersten Runde gibt es 3 Kugeln, davon ist eine Rot und 2 sind Blau. Also ist die Wahrscheinlichkeit, eine rote Kugel zu ziehen, $\frac{1}{3}$, und die, eine blaue Kugel zu ziehen, $\frac{2}{3}$.

In der zweiten Runde (Aufgabe **ohne Zurücklegen**) sind nur noch 2 Kugeln im Beutel. Sofern man die rote Kugel bereits in der ersten Runde gezogen hat, sind nur noch 2 blaue Kugeln im Beutel. Die Wahrscheinlichkeit, jetzt eine blaue Kugel zu ziehen, beträgt $\frac{2}{2}$ oder einfach 1. (Die Wahrscheinlichkeit für eine rote Kugel wäre 0, ist aber nicht gefragt.)
Hat man in der ersten Runde eine blaue Kugel gezogen, sind noch eine rote und eine blaue Kugel übrig. Die Wahrscheinlichkeit, jetzt wieder eine blaue Kugel zu ziehen, beträgt $\frac{1}{2}$.