2022 MSA

Mittlerer Schulabschluss

ActiveBook
Interaktives Training

MEHR ERFAHREN

Hamburg

Mathematik

+ *Basiswissen mit Übungen*
+ *Formelsammlung*
+ *Original-Prüfungen*

Original-Prüfungsaufgaben
2021 zum Download

STARK

Inhalt

Inhalt

Abschlussprüfungen

Das Corona-Virus hat auch im vergangenen Schuljahr die Prüfungsabläufe beeinflusst. Um dir die Prüfung 2021 schnellstmöglich zur Verfügung stellen zu können, bringen wir sie in digitaler Form heraus. Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2021 zur Veröffentlichung freigegeben sind, kannst du sie als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen.

ActiveBook Interaktives Training

Dein Coach zum Erfolg: Mit dem **Interaktiven Training** kannst du online mit vielen zusätzlichen interaktiven Aufgaben zu allen prüfungsrelevanten Kompetenzbereichen trainieren.

Die **interaktiven Aufgaben** sind im Buch mit diesem Button gekennzeichnet. Am besten gleich ausprobieren!

Ausführliche Infos inkl. Zugangscode zur Plattform MyStark findest du auf den **Farbseiten** vorne in diesem Buch.

Autorinnen und Autoren:
Peter Stählin, Christoph Borr, Jörg Collenburg, Doris Cremer, Olaf Klärner, Karl-Heinz Kuhlmann, Kerstin Lenz, Wolfgang Matschke, Marc Möllers, Heike Ohrt, Dietmar Steiner

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit vorliegendem Buch kannst du dich in Mathematik auf die Prüfung zum **mittleren Schulabschluss** vorbereiten.

In Hamburg wird der mittlere Schulabschluss nach erfolgreicher Teilnahme an einer mündlichen und schriftlichen Abschlussprüfung vergeben. Die Aufgaben der schriftlichen Prüfung werden zentral für alle Schulen in Hamburg von der Behörde für Schule und Berufsbildung erstellt. Gerade bei einer zentral gestellten Prüfung ist das **Grundlagenwissen** besonders wichtig. Denn es geht nicht um irgendwelche Spezialkenntnisse, die du vielleicht gut beherrschst, sondern die Aufgaben in der Prüfung bauen auf einem breiten Grundlagenwissen auf. Es geht vor der Prüfung also um eine Gesamtwiederholung.

- Daher beginnen wir in diesem Buch mit einem ausführlichen **Trainingsteil**. Im ersten Kapitel werden die wichtigsten **Themen der 5. bis 9. Klasse** so kurz wie möglich **wiederholt**, die Kapitel 2 bis 11 behandeln intensiv **sämtliche prüfungsrelevanten Bereiche der 9. und 10. Klasse**. Insgesamt findest du über **200 Aufgaben**, anhand derer du überprüfen kannst, ob du den Stoff sicher beherrschst. Grundlage der schriftlichen Prüfung ist der Bildungsplan Mathematik.
  Zu einigen Themen, mit denen erfahrungsgemäß viele Lernende Schwierigkeiten haben, gibt es **Lernvideos**. An den entsprechenden Stellen im Buch befindet sich ein QR-Code, der mit einem Smartphone oder Tablet gescannt werden kann. Außerdem kannst du dir die Videos von der Plattform **MyStark** herunterladen.
- Wenn die einzelnen Themen „sitzen", du die Aufgaben also lösen kannst, geht es weiter mit den **Original-Abschlussprüfungen 2016 bis 2021**. Schaffst du es, diese in der vorgegebenen Zeitspanne und nur mit den zulässigen Hilfsmitteln zu bearbeiten, bist du optimal vorbereitet.
  In der Prüfung hast du 155 Minuten Zeit. Wenn du beim Üben anfangs die Aufgaben innerhalb dieser Zeit nicht schaffst, solltest du die Abschlussprüfungen in Abständen wiederholen, bis du sicher bist und die Aufgaben richtig und in der vorgesehenen Zeit löst. Wenn du merkst, dass du immer wieder über dasselbe Problem stolperst, solltest du das entsprechende Trainingskapitel wiederholen.

Zu allen Aufgaben des Trainingsteils und zu den Original-Aufgaben der Abschlussprüfungen gibt es **ausführliche Lösungen** in einem **separaten Buch** (Bestell-Nr. 21500L), die jeden Rechenschritt genau erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.
Zuerst solltest du selbst die Lösung finden und dann mit dem Buch vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen konsequent daran, jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen.

Wenn du den Inhalt dieses Buches beherrschst, bist du bestens auf die Prüfung vorbereitet. Du wirst sehen: Übung macht den Meister!

Hinweise und Tipps

1 Wie läuft die Prüfung ab?

Die schriftliche Abschlussprüfung gliedert sich in eine Aufgabe, die du *ohne* Verwendung des Taschenrechners bearbeiten musst (**Aufgabe I**), und drei Aufgaben, zu deren Lösung du Taschenrechner und Formelblatt benutzen darfst (**Aufgaben II bis IV**).

Die Prüfungszeit beträgt **155 Minuten**. Die Aufgabe I muss in maximal 45 Minuten auf den Arbeitsblättern bearbeitet werden. Jede Aufgabe ist mit der zu erreichenden **Punktzahl** versehen.

Während der Arbeit an den Aufgaben II bis IV kannst du folgende **Hilfsmittel** benutzen:
- nichtprogrammierbarer, nichtgrafikfähiger Taschenrechner
- Formelblatt
- Rechtschreiblexikon

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abschlussprüfung 2022 von der Behörde für Schule und Berufsbildung bekannt gegeben werden, findest du aktuelle Informationen dazu unter **www.stark-verlag.de/mystark**.

2 Welche Arbeitsaufträge werden gestellt?

Es ist immer wichtig, dass du die Aufgabenstellungen genau durchliest. Dabei kommt den **Arbeitsaufträgen** in den einzelnen Aufgaben eine besondere Bedeutung zu: Zum einen musst du genau verstehen, was in der Aufgabenstellung verlangt wird, um dann in der Lösung auch genau das zu tun. Nur so kann dein Lehrer oder deine Lehrerin dann deine Leistung auch eindeutig bewerten.
Zum anderen sind die Arbeitsaufträge meist nach drei unterschiedlich schwierigen Anforderungsbereichen eingeteilt – auch dies wegen einer möglichst einheitlichen Bewertung. Wenn du etwas „Beurteilen“ musst (Anforderungsbereich III), musst du dir mit der Lösung also besondere Mühe geben und ein selbstständiges Urteil fällen, denn dies wird hier erwartet. Als Orientierung drucken wir nachfolgend die Liste der möglichen Arbeitsaufträge ab, wie du sie aus dem Unterricht kennst oder auch auf dem Hamburger Bildungsserver abrufen kannst.

Arbeitsaufträge	**Definitionen**	**Beispiele**
Angeben, nennen I – II	Formulierung eines Sachverhaltes, Aufzählen von Fakten etc. ohne Begründung und ohne Lösungsweg.	Gib an, wofür die Variable m in der Geradengleichung $y = mx + b$ steht. Nenne ein Beispiel, in dem lineare Funktionen in der Realität auftreten.
Auseinandersetzen II – III	Kreativer Prozess, mindestens auf dem Anforderungsniveau II.	Setze dich mit den Äußerungen der Schülerinnen und Schüler auseinander.
Auswählen I – II	Ohne Begründung aus mehreren Angeboten eines auswählen.	Wähle ohne Hilfe des Taschenrechners diejenige Zahl aus, die dem Wert von $\sqrt{199}$ am nächsten kommt.
Begründen II – III	Für einen angegebenen Sachverhalt einen Begründungszusammenhang herstellen.	Begründe, warum der abgebildete Graph die Situation nicht richtig beschreibt. Begründe, warum eine quadratische Gleichung höchstens zwei Lösungen hat.
Berechnen I – II	Ergebnis von einem Ansatz ausgehend durch nachvollziehbare Rechenoperationen gewinnen. Die Wahl der Mittel kann eingeschränkt sein.	Berechne ohne Benutzung des Taschenrechners den Wert des Ausdrucks $2^3 + 3^2$.
Beschreiben II – III	Darstellung eines Sachverhalts oder Verfahrens in Textform unter Verwendung der Fachsprache. Es sollten hierbei vollständige Sätze gebildet werden; hier sind auch Einschränkungen möglich (Beschreiben Sie in Stichworten).	Beschreibe, wie sich A ändert, wenn x größer wird. Beschreibe, wie man den Flächeninhalt dieser Figur bestimmen kann.
Bestätigen I – II	Eine Aussage oder einen Sachverhalt durch Anwendung einfacher Mittel (rechnerisch wie argumentativ) sichern.	Bestätige, dass in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit unter 10 % liegt.
Bestimmen, ermitteln II – III	Darstellung des Lösungsweges und Formulierung des Ergebnisses. Die Wahl der Mittel kann frei, unter Umständen auch eingeschränkt sein.	Bestimme die Lösung der Gleichung $\sqrt{x} + x = 12$. Bestimme die Lösung der Gleichung $3x - 5 = 5x + 3$ durch Äquivalenzumformungen. Bestimme grafisch den Schnittpunkt.
Beurteilen III	Zu einem Sachverhalt ein selbstständiges Urteil unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formulieren.	Beurteile, welche der beiden vorgeschlagenen Funktionen das ursprüngliche Problem besser darstellt. Beurteile die Diskussion von Yildiz und Sven.

3 Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

3.1 Quadratische Funktionen

Merke

> **Quadratische Funktionen**
>
> Funktionen mit der Funktionsgleichung **f: $y = ax^2 + bx + c$** (wobei $a \neq 0$ und $a, b, c \in \mathbb{R}$) heißen wegen des quadratischen Terms ax^2 **quadratische Funktionen**.

Die einfachste Form einer quadratischen Funktion erhält man für $a = 1$, $b = 0$ und $c = 0$.

Die quadratische Funktion f: $y = x^2$

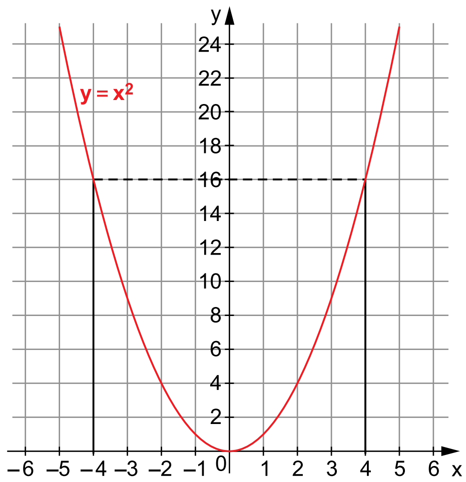
Merke

> **Die quadratische Funktion f: $y = x^2$**
>
> Der Graph der quadratischen Funktion f: $y = x^2$ ist die **Normalparabel**.
> Die Normalparabel besitzt einen **Scheitelpunkt S(0|0)** im Koordinatenursprung und als **Symmetrieachse** die **y-Achse**.

Wertetabelle

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

Graph



Die Normalparabel fällt bis zum Scheitelpunkt S(0|0) und steigt danach.

Der Scheitelpunkt ist der tiefste Punkt des Graphen.

Quadratische Funktionen der Form f: $y = ax^2$

Merke

Gestreckte/Gestauchte Parabel

> **Quadratische Funktionen der Form f: $y = ax^2$**
>
> - Die Funktionswerte der quadratischen Funktion $y = ax^2$ ergeben sich aus den entsprechenden Funktionswerten von $y = x^2$ durch **Multiplikation mit dem Faktor a**.
> - Die Graphen der Funktionen $y = ax^2$ sind Parabeln mit dem **Scheitelpunkt S(0|0)**, die durch **Streckung** ($a > 1$ oder $a < -1$) oder **Stauchung** ($-1 < a < 1$) der Normalparabel entstehen. Für negative a ($a < 0$) ist der gestreckte bzw. gestauchte Graph der Normalparabel zusätzlich an der **x-Achse gespiegelt**.
> - Für $a > 0$ ist die Parabel **nach oben geöffnet** und der Scheitelpunkt der **tiefste** Punkt des Graphen. Für $a < 0$ ist die Parabel **nach unten geöffnet** und der Scheitelpunkt der **höchste** Punkt des Graphen.

Beispiele

a) f: $y = x^2$ mit $a = \mathbf{1}$

b) f_1: $y = \mathbf{0{,}5}x^2$ mit $a = \mathbf{0{,}5}$

c) f_2: $y = \mathbf{2}x^2$ mit $a = \mathbf{2}$

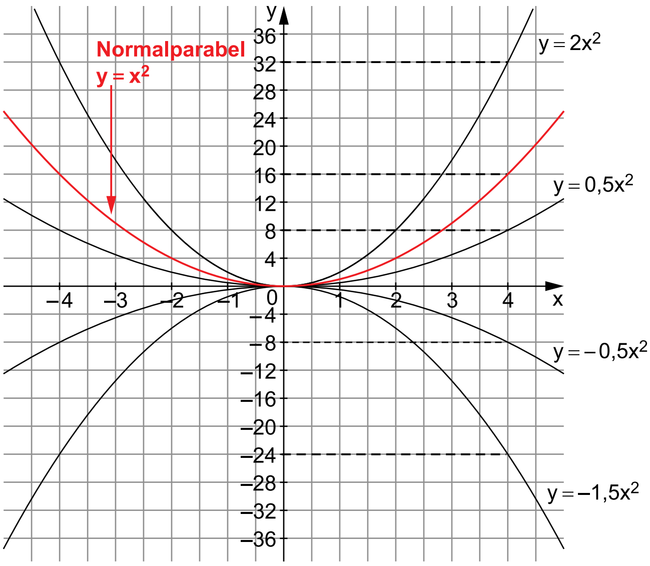
d) f_3: $y = \mathbf{-0{,}5}x^2$ mit $a = \mathbf{-0{,}5}$

e) f_4: $y = \mathbf{-1{,}5}x^2$ mit $a = \mathbf{-1{,}5}$

Wertetabelle

	x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	**a** · f
f	y	16	9	4	1	0	1	4	9	16	**1** · f
f_1	y	8	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5	8	**0,5** · f
f_2	y	32	18	8	2	0	2	8	18	32	**2** · f
f_3	y	–8	–4,5	–2	–0,5	0	–0,5	–2	–4,5	–8	**–0,5** · f
f_4	y	–24	–13,5	–6	–1,5	0	–1,5	–6	–13,5	–24	**–1,5** · f

Graphen



Vergleiche die Funktionswerte von f_1, f_2, f_3 und f_4 mit denen der Funktion f sowie deren Graphen mit dem Graphen von f.

Aufgaben

93 Bestimme den Faktor a so, dass der Graph der Funktion $y = ax^2$ durch den Punkt
a) P(2|–2) b) Q(–5|12,5) c) A(–2,5|–18,75) d) B(2|–4)
verläuft.

94 Die Graphen der Funktionen $y = ax^2$ sind Parabeln mit dem Scheitelpunkt S(0|0). Form und Öffnung der Parabeln hängen jedoch vom Wert des Faktors a ab.
Fülle die Tabelle aus.

Faktor	Öffnung	Form der Parabel	Beispiel
$a > 1$			
$a = 1$			
$0 < a < 1$			
$-1 < a < 0$			
$a = -1$			
$a < -1$			

95 Für den Bremsweg s eines ICE in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v gilt näherungsweise:

$s = 0{,}042 \cdot v^2$ (s in m und v in $\frac{km}{h}$)

a) Erstelle für den Bremsweg s in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit für $0\,\frac{km}{h} \leq v \leq 240\,\frac{km}{h}$ in Schritten von $30\,\frac{km}{h}$ eine Wertetabelle und zeichne den zugehörigen Graphen.
b) Entnimm der grafischen Darstellung die Bremswege für $v_1 = 40\,\frac{km}{h}$ und für $v_2 = 200\,\frac{km}{h}$.
c) Überprüfe deine Ergebnisse aus Teilaufgabe b rechnerisch.

96 Für den Bremsweg s eines Autos auf trockener Straße in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v gilt die Faustregel $s = a \cdot v^2$ (s in m und v in $\frac{km}{h}$).
Für $v = 90\,\frac{km}{h}$ ergibt sich $s = 81$ m.

a) Bestimme den Faktor a in der Faustregel.
b) Berechne die Bremswege für die Geschwindigkeiten $50\,\frac{km}{h}$, $60\,\frac{km}{h}$, $80\,\frac{km}{h}$, $100\,\frac{km}{h}$ und $130\,\frac{km}{h}$.
c) Zeichne den Bremsweg s in Abhängigkeit von v für den Bereich $0\,\frac{km}{h} \leq v \leq 150\,\frac{km}{h}$.
(x-Achse: 1 cm $\triangleq$ 20 $\frac{km}{h}$; y-Achse: 1 cm $\triangleq$ 20 m)

Interaktive Aufgaben

1. Parabel zuordnen
2. Reihenfolge
3. Parabel zeichnen

Quadratische Funktionen der Form f: $y = x^2 + t$

Merke

Verschobene Normalparabel

Quadratische Funktionen der Form f: $y = x^2 + t$

- Die Funktionswerte der quadratischen Funktion $y = x^2 + t$ ergeben sich aus den entsprechenden Funktionswerten von $y = x^2$ jeweils **durch Addition von t**.
- Die Graphen der Funktionen $y = x^2 + t$ sind Parabeln mit dem **Scheitelpunkt S(0 | t)**, die durch **Verschiebung** der Normalparabel **längs der y-Achse um t (LE)** entstehen.
- Für $t > 0$ hat der Graph von $y = x^2 + t$ keinen Schnittpunkt mit der x-Achse; es gibt also **keine Nullstellen**.
- Für $t = 0$ berührt der Graph von $y = x^2$ die x-Achse und es gibt genau **eine Nullstelle** für $x = 0$.
- Für $t < 0$ schneidet der Graph von $y = x^2 + t$ die x-Achse genau zweimal, d. h., es gibt genau **zwei Nullstellen**.

Beispiele

a) f: $y = x^2$ mit $t = \mathbf{0}$
b) f_1: $y = x^2 \mathbf{+ 3}$ mit $t = \mathbf{3}$
c) f_2: $y = x^2 \mathbf{- 2}$ mit $t = \mathbf{-2}$

Wertetabelle

	x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	t
f	y	16	9	4	1	0	1	4	9	16	+3 –2
f_1	y	19	12	7	4	3	4	7	12	19	
f_2	y	14	7	2	–1	–2	–1	2	7	14	

Aufgabe II – Leitidee Raum und Form, Leitidee Messen

Hamburgs Bäume

4 Punkte a) An Hamburgs Straßen befinden sich rund eine viertel Million Bäume. Davon sind etwa 53 000 Linden und 48 000 Eichen.

Berechne den prozentualen Anteil der Linden und Eichen an der Gesamtzahl der Bäume an Hamburgs Straßen.

4 Punkte b) Im Jenischpark steht ein Baum mit einem besonders dicken Stamm. Der Umfang des Baumstamms wurde jeweils in einer Höhe von 1,3 m gemessen:
Im Jahr 1994 betrug der Umfang des Stamms 7,50 m.
Im Jahr 2018 betrug der Umfang des Stamms 8,25 m.

Linna meint, dass der Durchmesser des Baumstamms in der Höhe von 1,3 m pro Jahr durchschnittlich um etwa 1 cm größer geworden ist.

Entscheide durch Rechnung, ob Linna recht hat.

Hinweis: Es wird angenommen, dass der Stamm einen kreisförmigen Querschnitt hat.

5 Punkte c) Alte Äste müssen manchmal abgesägt werden. Häufig werden dabei Kranwagen eingesetzt (siehe Abbildung 1).

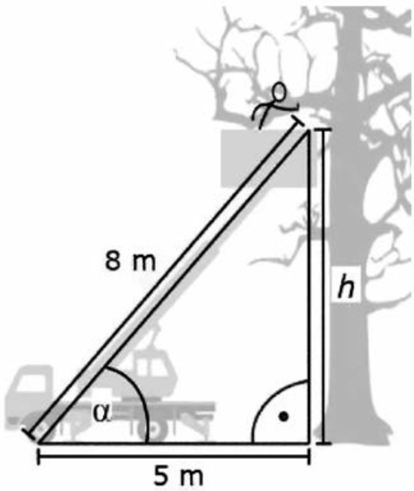


Abbildung 1 (nicht maßstabsgerecht)

- **Berechne** mithilfe der Angaben in Abbildung 1 die Höhe h, die der Kranwagen erreicht.
- **Bestimme** die Größe des Neigungswinkels α.

5 Punkte

d) Die Schülerinnen und Schüler der 10 c sollen mithilfe einer Peilung die Höhe eines Baumes bestimmen (siehe Abbildung 2).

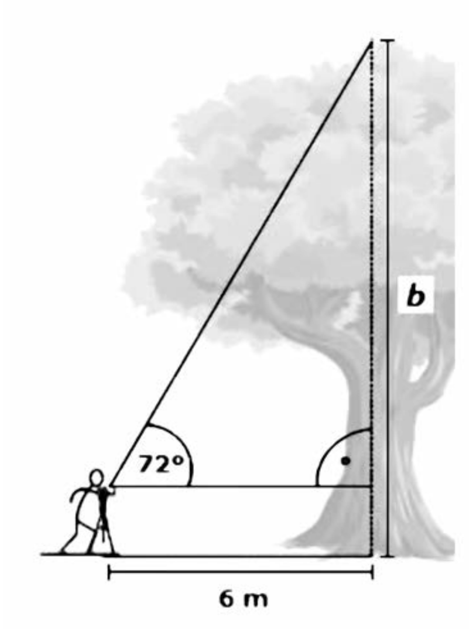


Abbildung 2 (nicht maßstabsgerecht)

Bestimme mithilfe der Angaben in Abbildung 2 die ungefähre Höhe b des Baumes.

Hinweis: Die Höhe des Messgeräts muss geschätzt werden.

4 Punkte

e) In einem Park werden drei neue Bäume eingepflanzt (siehe Abbildung 3).
Zwischen den Bäumen soll ein Mindestabstand von jeweils 8 m eingehalten werden.

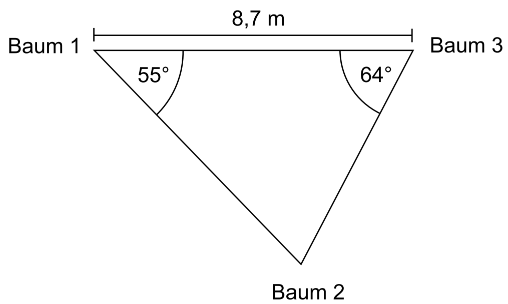


Abbildung 3 (nicht maßstabsgerecht)

Entscheide durch Rechnung, ob der Mindestabstand zwischen Baum 2 und Baum 3 eingehalten wird.

Hinweis: Die Dicke der Baumstämme wird vernachlässigt.

Aufgabe III – Leitidee funktionaler Zusammenhang

Achterbahn „Wilde Maus XXL“

Eine Fahrt in der Achterbahn „Wilde Maus XXL“ kostet 6 €; mit einer Virtual-Reality-Brille kostet die Fahrt 2 € mehr.

3 Punkte a) Insgesamt fahren 11 Jugendliche mit der „Wilden Maus XXL“.
Davon wählen 5 die Fahrt mit einer Virtual-Reality-Brille.
Berechne die Gesamtkosten für die Jugendlichen.

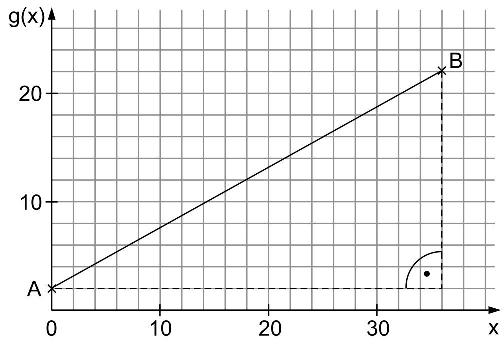
4 Punkte b) Der Aufbau der Achterbahn dauert etwa 50 Stunden.
Hierfür werden 10 Fachkräfte mit gleichem Arbeitstempo eingesetzt (siehe Tabelle 1).

Anzahl der Fachkräfte	10	20	
Zeit in Stunden	50		12,5

Tabelle 1

- **Vervollständige** die Tabelle 1.
- **Begründe**, um welche Art von Zuordnung es sich bei der Zuordnung „Anzahl der Fachkräfte → Zeit in Stunden“ handelt.

4 Punkte c) Die Auffahrt der Achterbahn startet im Punkt A(0 | 2) und erreicht ihre endgültige Höhe im Punkt B(36 | 22) (siehe Abbildungen 1 und 2).
Die Auffahrt kann modellhaft durch eine lineare Funktion beschrieben werden. Dabei soll x der waagerechten Entfernung vom Punkt A in Meter entsprechen und g(x) der Höhe der Achterbahn über dem Boden in Meter.



Abbildungen 1 und 2

Erstelle mithilfe der Angaben die Funktionsgleichung von g.

5 Punkte

d) Es folgt eine Fahrt durch ein parabelförmiges Tal (siehe Abbildung 3). Dieses Tal kann modellhaft mit der Funktionsgleichung $f(x) = 0{,}032x^2 - 1{,}6x + 24$ beschrieben werden. Dabei entspricht x der waagerechten Entfernung in Meter vom Punkt C und f(x) der Höhe über dem Boden in Meter.

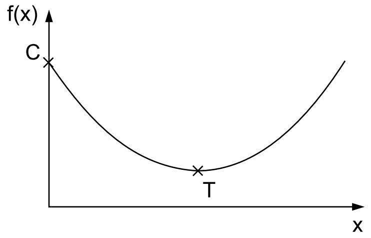


Abbildung 3 (nicht maßstabsgerecht)

- **Nenne** die mathematische Bezeichnung für den tiefsten Punkt T der Parabel.
- **Bestimme** die Koordinaten des Punktes T.

6 Punkte

e) Ein zweites Tal der Achterbahn kann modellhaft durch die Funktionsgleichung $h(x) = 0{,}03(x - 20)^2 + 2$ beschrieben werden (siehe Abbildung 4). Dabei entspricht x der waagerechten Entfernung in Meter vom Punkt L und h(x) der Höhe über dem Boden in Meter.

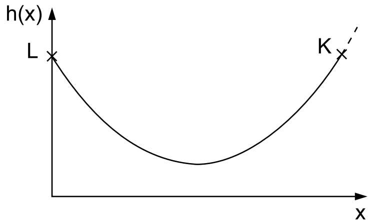


Abbildung 4 (nicht maßstabsgerecht)

In diesem Tal befindet sich im Punkt K eine Kamera, die durch eine Lichtschranke ausgelöst wird und ein Foto von den Fahrgästen in Punkt L macht. Der Punkt K liegt auf gleicher Höhe wie der Punkt L.

- **Bestätige**, dass der Punkt L auf einer Höhe von 14 m liegt.
- **Bestimme** die Koordinaten des Punktes K.