

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
1.1 Digitale Filter	1
1.2 Transformationen	5
1.2.1 Transformationen zur Berechnung der zyklischen Faltung	6
1.2.2 Transformationen ohne zyklische Faltungseigenschaft	9
Übungen	11
Anmerkungen	13
2. Zahlentheoretische Konzepte	15
2.1 Algebraische Zahlensysteme	15
2.2 Nützliche Begriffe aus der Zahlentheorie	16
2.2.1 Teilbarkeit und Primzahlen	16
2.2.2 Kleinstes gemeinsames Vielfaches und größter gemeinsamer Teiler	19
2.2.3 Anzahl der Teiler und Totative	22
2.2.4 Die Möbius μ -Funktion	26
2.2.5 Die multiplikative Inverse für $\mathbb{Z}_M$	29
2.3 Schaltungstechnische Repräsentation von Zahlen	30
2.3.1 Codierung von Zahlen	30
2.4 Multiplikation mit Konstanten	35
2.4.1 Codierung nach Faktorisierung	37
2.4.2 Filter mit reduziertem Addierergraph	38
Übungen	41
Anmerkungen	44
3. Endliche Zahlkörper	45
3.1 Die Kongruenzen	45
3.1.1 Ordnung und primitive Wurzeln	46
3.1.2 Indexdarstellung	48
3.1.3 Lösen von Kongruenzen	50
3.1.4 Der Zech-Logarithmus	52
3.2 Simultankongruenzen	53
3.2.1 Das chinesische Reste-Theorem	54

3.2.2	Das Rechnen mit Simultankongruenzen	55
3.2.3	Division ohne Rest	55
	Übungen	57
	Anmerkungen	58
4.	Polynome in der Signalverarbeitung	59
4.1	Begriffe und Definitionen zu Polynomen	59
4.2	Beschreibung der linearen und zyklischen Faltung durch Polynome	60
4.3	Zur Teilbarkeit von Polynomen	62
4.4	Kreisteilungspolynome	65
4.5	Das chinesische Reste-Theorem für Polynome	67
4.6	Algorithmen zur schnellen linearen Faltung	69
4.7	Algorithmen zur schnellen zyklischen Faltung $\parallel$	72
4.7.1	Faktorisierung von $z^N - 1 = 0$ über $\mathbb{C}(x)$	72
4.7.2	Faktorisierung von $x^N - 1 = 0$ über $\mathbb{Z}$	73
4.7.3	Faktorisierung von $x^N - 1 = 0$ über $\mathbb{Z}_M(x)$	75
4.7.4	Vergleich der Faktorisierungen	75
4.8	Der zyklische Faltungsalgorithmus nach Agarwal-Cooley	76
4.9	Berechnung der linearen Faltung mittels zyklischer Faltung ..	80
4.9.1	Lineare Faltung mittels verkürzter zyklischer Faltung .	81
	Übungen	83
	Anmerkungen	85
5.	Grundlagen der Computerarithmetik	87
5.1	Grundoperationen in Residuenarithmetik und Zweierkomplementarithmetik	87
5.2	Die Modulo-Addition	88
5.3	Modulo-Multiplikation	90
5.4	Modulo-Multiplikation und Modulo-Addition im Indexbereich	91
5.5	Berechnung der Residuendarstellung	93
5.6	Skalierung	95
5.6.1	Skalierung bei Festkommaarithmetik	95
5.6.2	Skalierung durch Basisverkleinerung der Residuendarstellung	96
5.7	Rekonstruktion aus der Residuenrepräsentation	97
5.7.1	Wandlung mittels chinesischem Reste-Theorem	97
5.7.2	Rekonstruktion mit chinesischem Reste-Theorem bei verminderter Ausgangsbitbreite	98
5.7.3	Rekonstruktion mit ϵ chinesischem Reste-Theorem bei verminderter Ausgangsbitbreite	100
5.7.4	Rekonstruktion mittels gemischter Radixdarstellung ..	102
5.8	Erweiterung der Basis	104
5.9	Skalierung in Residuendarstellung	105
	Übungen	106

Anmerkungen	108
6. Zahlendarstellung mit Polynomen	109
6.1 Algebra komplexer Zahlen	109
6.1.1 Quadratische Reste	110
6.2 Zahlenringe vom Grad größer Eins	112
6.2.1 Maximale Ordnung bei algebraischen Zahlen	113
6.2.2 Darstellung der komplexen Ebene durch algebraischen Zahlen modulo $x^N - 1$	113
6.3 Das Rechnen mit algebraischen Zahlen	114
6.3.1 Wandlung einer komplexen Gauß-Zahl in eine alge- braische Zahl	114
6.3.2 Wandlung einer algebraischen Zahl in eine komplexe Gauß-Zahl	115
6.3.3 Addition und Multiplikation von algebraischen Zahlen	116
6.3.4 Addition und Multiplikation modulo $\Phi_N(x)$	118
Übungen	119
Anmerkungen	120
7. Konzepte aus der Computerarithmetik	121
7.1 Verteilte Arithmetik	121
7.1.1 Verarbeitung vorzeichenbehafteter Zahlen	125
7.1.2 Modifikationen des Grundkonzepts	127
7.1.3 Vergleich von FIR-Filtern und verteilter Arithmetik ..	128
7.2 Der CORDIC-Algorithmus	133
7.2.1 Mögliche CORDIC Realisierungen	135
Übungen	136
Anmerkungen	139
8. Methoden zur Berechnung der DFT-Matrix	141
8.1 Die Fourier-Transformation	141
8.2 Der Goertzel-Algorithmus	144
8.3 Der Bluestein-Chirp-z-Algorithmus	145
8.4 Der Rader-Algorithmus	147
8.5 Rotation der DFT-Matrix	149
8.6 Der Winograd-DFT-Algorithmus	150
Übungen	152
Anmerkungen	153
9. Die schnelle Fourier-Transformation (FFT)	155
9.1 Der Cooley-Tukey-Algorithmus	156
9.1.1 Radix- r Cooley-Tukey-Algorithmus	159
9.2 Der Good-Thomas-FFT-Algorithmus	161
9.2.1 Temperton Modifikation des Good-Thomas-Algorithmus	165
9.3 Der Winograd-FFT-Algorithmus	167

9.4	Praktische Realisierungsaspekte von FFT-Algorithmen	170
9.4.1	Realisierung der FFT mit Computer	171
9.4.2	Realisierung der FFT mit programmierbarem Signal- prozessor	173
9.4.3	Realisierung der FFT mit Spezial-Hardware	176
	Übungen	177
	Anmerkungen	181
10.	Zahlentheoretische Transformationen	183
10.1	Grundkonzept der NTT	183
10.1.1	Konstruktion einer NTT der Länge L	186
10.1.2	Beschränkung von L durch die Wortlänge	187
10.2	NTT erhöhter Länge	189
10.2.1	NTT über $\mathbb{Z}_M(x)/\langle m(x) \rangle$	189
10.2.2	Good-Thomas-NTT	191
10.2.3	Agarwal-Burrus-NTT	193
	Übungen	196
	Anmerkungen	197
11.	DFT-Berechnung mit ganzzahligen Transformationen	199
11.1	NTT nach DFT Abbildung	200
11.2	Berechnung der DFT mittels rechteckförmiger Transformation	201
11.2.1	Walsh-Hadamard-Transformation	203
11.2.2	Die arithmetische Fourier-Transformation	203
11.2.3	Grob quantisierte diskrete Fourier-Transformation	205
11.2.4	Vergleich der Transformationen	206
11.3	Berechnung der DFT mittels Rader-Algorithmus und NTTs	207
	Übungen	210
	Anmerkungen	211
12.	Digitale Filter	213
12.1	Klassische Konzepte digitaler Filter	213
12.1.1	Linearphasige Filterstrukturen	216
12.2	Bestimmung der Filterkoeffizienten	217
12.2.1	FIR-Koeffizienten-Bestimmung	219
12.2.2	IIR-Koeffizienten-Bestimmung	221
12.3	Vergleich zwischen FIR-Filtern und IIR-Filtern	223
12.4	Dezimation und Interpolation	225
12.4.1	Nichtrekursive FIR-Dezimatoren	228
12.4.2	Rekursive IIR-Dezimatoren	229
12.5	Schnelle fortlaufende FIR-Filterung	230
12.5.1	Filterung mittels FFTs	233
12.6	Zweikanalige Filterbank	237
12.6.1	Implementierung der zweikanaligen Filterbank	243
	Übungen	251

Anmerkungen	253
13. Schnelle Digitalfilter in ganzzahliger Arithmetik	255
13.1 Mehrstufige Dezimatoren und Interpolatoren	255
13.1.1 Hogenauers CIC-Filter	256
13.1.2 Der mehrstufige Entwurf mit Goodman-Carey Halb- bandfilter	262
13.2 Reelle Frequenzabtafilter mittels Kreisteilungspolynomen ..	265
13.2.1 Gehörangepaßte Frequenzabtafilterbank	268
13.3 Algebraische Frequenzabtafilter	271
13.3.1 Abtastratenumsetzung bei algebraischen Frequenzab- tafiltern	274
Übungen	276
Anmerkungen	277
14. Wavelets und Zeit-Frequenzbereichsanalyse	279
14.1 Zeit-Frequenzanalyse	279
14.1.1 Die diskrete Gabor-Transformation	282
14.1.2 Die diskrete Morlet-Transformation	286
14.1.3 Effiziente Realisierung	289
14.2 Die diskrete Wavelet Transformation	294
14.2.1 Voraussetzungen für die DWT Implementierung	296
14.2.2 Überabtastung der DWT	300
14.2.3 Implementierung der DWT	302
14.3 Wavelet Anwendungen	307
14.3.1 Eigenschaften von Wavelets	308
14.3.2 Bildkompression mit Wavelets	309
14.3.3 Entstören von Signalen	310
14.3.4 Kontrastverstärkung	312
14.3.5 Unstetigkeitsstellen	313
Übungen	314
Anmerkungen	315
 A. Lösungen zu ausgewählten Aufgaben	317
B. Einige nützliche Tabellen	319
C. Grundsaltungen der Computerarithmetik ..	329
D. Matrix-Algebra	335
E. Tips zur Programmierung in C	345
Übungen	348

XVIII Inhaltsverzeichnis

References	349
Sachverzeichnis	359