

Taschenbuch der Technischen Mechanik

begründet von

**Dipl.-Ing. Johannes Winkler und
Prof. Dr. Horst Aurich**

weitergeführt von

**Dr.-Ing. Ludwig Rockhausen und
Dr. paed. Joachim Laßmann**

8., neu bearbeitete Auflage

Mit zahlreichen Bildern und Tabellen



Fachbuchverlag Leipzig
im Carl Hanser Verlag

Inhaltsverzeichnis

Mechanik starrer Körper: Statik

Einführung	15
1 Grundlagen	15
1.1 Kraft F	15
1.2 Axiome der Mechanik	18
1.3 Zentrale Kraftsysteme, Äquivalenzprinzip	19
1.4 Allgemeine Kraftsysteme und das Moment einer Kraft	22
1.4.1 Moment eines Kräftepaars	22
1.4.2 Moment einer Kraft bez. eines Punktes	23
1.4.3 Parallelverschiebung einer Kraft – Versetzungsmoment	27
1.5 Reduktion eines allgemeinen Kräftesystems	28
1.6 Schnittprinzip	30
1.6.1 Anwendung des Schnittprinzips	31
1.6.2 Gleichgewichtsbedingungen	33
2 Schwerpunkt	36
2.1 Massenmittelpunkt, Volumenschwerpunkt	36
2.2 Schwerpunkt für spezielle Körper	38
2.2.1 Schwerpunkt eines homogenen flächenförmigen Körpers (Flächenschwerpunkt), statisches Moment	38
2.2.2 Schwerpunkt homogener linienförmiger Körper (Linienschwerpunkt)	39
2.3 Berechnung des Schwerpunktes für zusammengesetzte Körper	40
2.4 Rotationskörper, Guldin'sche Regeln	42
2.5 Resultierende einer Streckenlast (Linienlast)	44
3 Tragwerke	46
3.1 Begriffsbestimmungen	46
3.2 Einteilige Tragwerke	48
3.3 Mehrteilige ebene Tragwerke	51
3.4 Ebene Fachwerke	54
3.4.1 Allgemeines	54
3.4.2 Berechnung der Stab- und Lagerkräfte	56
3.4.2.1 Knotenschnittverfahren	56
3.4.2.2 RITTER'sches Schnittverfahren	58
4 Schnittreaktionen bei Balken	60
4.1 Definition der Schnittreaktionen (SR)	60
4.2 Vorgehensweise bei der Ermittlung von Schnittreaktionen	63
4.3 Anwendungen	64
4.4 Beziehungen zwischen Belastungsintensität, Querkraft und Biegemoment am geraden Träger	70

5 Räumliche Probleme	73
5.1 Gleichgewichtsbedingungen, Lagerarten	73
5.2 Schnittreaktionen beim geraden Träger	75
6 Reibung und Haftung zwischen starren Körpern	78
6.1 Reibungskraft bei Gleiten und Haftkraft beim Haften	78
6.1.1 Bewegungswiderstände zwischen Festkörpern	78
6.1.2 Haftung (Haftreibung)	80
6.1.3 Reibung (Gleitreibung)	80
6.2 Seilreibung (Umschlingungsreibung) und Seilhaftung	84
7 Prinzip der virtuellen Arbeit für starre Körper	86
7.1 Arbeit	87
7.2 Virtuelle Verrückung, virtuelle Arbeit	87
7.3 Prinzip der virtuellen Arbeit (PdvA)	88
7.4 Anwendungen	89

Mechanik deformierbarer Körper: Festigkeitslehre (Elastostatik)

Einführung	95
8 Grundlagen der Festigkeitslehre	96
8.1 Spannungen, Spannungszustand	96
8.2 Koordinatentransformation	100
8.3 Ebener Spannungszustand (Esz)	102
8.3.1 Definition	102
8.3.2 Spannungen im Punkt P bei ebener Drehung der Basis	103
8.3.3 Invarianten des Spannungstensors	105
8.3.4 Zweiachsiger Spannungszustand bei Linientragwerken	105
8.4 Anwendungen	106
8.5 Verschiebung, Verzerrung, Verzerrungszustand	108
8.5.1 Kinematik der Deformation	109
8.5.2 Verzerrungen	110
8.5.2.1 Dehnung ϵ	110
8.5.2.2 Verzerrungs-Verschiebungs-Beziehungen	112
8.5.2.3 Kompatibilitätsbedingungen	114
8.5.2.4 Volumendehnung, mittlere Dehnung	114
8.5.3 Koordinatentransformation	114
8.6 Stoffgesetz für elastisches Materialverhalten	116
8.6.1 Materialverhalten	116
8.6.2 Hooke'sches Gesetz	117
8.6.2.1 Zugversuch	118
8.6.2.2 Querkontraktion	119

8.6.2.3 Thermische Dehnungen, Gesamtdehnungen	120
8.6.2.4 Elastizitätsgesetz für Schubbeanspruchung	121
8.6.2.5 Werkstoffkennwerte	122
8.6.2.6 Verallgemeinertes Hooke'sches Gesetz	122
8.6.2.7 Anwendungen	124
8.7 Grundbeanspruchungen	127
8.8 Äquivalenzbedingungen am Balken	128
9 Flächenmomente	129
9.1 Allgemeines, Koordinatensysteme	130
9.2 Flächenträgheitsmomente	131
9.2.1 Definition	131
9.2.2 Transformation von Flächenträgheitsmomenten bei parallel orientierten Koordinatensystemen – Satz von Steiner	132
9.2.3 Transformation der Flächenträgheitsmomente bei zueinander gedrehten Koordinatensystemen	133
9.2.4 Hauptträgheitsmomente, Hauptträgheitsachsen und Invarianten	134
9.3 Flächenträgheitsmomente zusammengesetzter Flächen	135
9.4 Abgeleitete Größen	139
9.5 Kennwertermittlung für einige ausgewählte Querschnitte	140
9.5.1 L-Profil	140
9.5.2 Symmetrischer Querschnitt	142
9.5.3 Dünnwandiger Querschnitt	144
10 Zug – Druck	146
10.1 Der Stab als eindimensionales Bauteil	146
10.2 Spannungsberechnung	146
10.2.1 Spannungen in einer Schnittfläche senkrecht zur Stabachse	146
10.2.2 Spannungen im Schrägschnitt	148
10.3 Verformungsberechnung	149
10.3.1 Verschiebungen, Verzerrungen	149
10.3.2 Längenänderung	150
10.4 Anwendungen	151
10.5 Flächenpressung - Kontaktspannung	159
10.5.1 Flächenpressung bei ebenen Kontaktflächen	159
10.5.2 Flächenpressung bei gekrümmten Kontaktflächen	161
10.5.3 Flächenpressung bei Linien- oder Punktkontakt (Hertz'sche Pressung)	163
10.5.4 Rollreibung	165
11 Biegung gerader Balken (Träger)	169
11.1 Begriffe und Voraussetzungen	169
11.1.1 Einteilung der Biegung	169
11.1.2 Voraussetzungen, Annahmen	170

11.2 Spannungsberechnung	172
11.2.1 Normalspannungen bei Biegung mit Längskraft	172
11.2.2 Anwendungen	175
11.3 Verformungsberechnung	182
11.3.1 Verformung durch Biegemomente und ungleichmäßige Temperaturänderung – Biegelinie	182
11.3.1.1 Verschiebungsrößen	182
11.3.1.2 Verformungsberechnung bei Biegung um eine Hauptachse	183
11.3.1.3 Näherungsweise Bestimmung der Biegeverformungen . .	187
11.3.2 Anwendungen	191
12 Querkraftschub	204
12.1 Scherbeanspruchung	205
12.1.1 Mittlere Scherspannung	205
12.2 Schubspannungen bei Biegung	210
12.2.1 Spannungsberechnung für Vollquerschnitte	210
12.2.2 Anwendungen auf verschiedene Verbindungstechniken . . .	215
12.3 Verformungen des schubweichen Balkens	219
12.4 Querkraftschub beim dünnwandig offenen Profil	222
12.4.1 Schubflussberechnung	223
12.4.2 Schubmittelpunkt	226
12.4.3 Anwendungen	227
13 Torsion von Stäben	232
13.1 Voraussetzungen und Grundlagen	233
13.2 Spannung und Verformung bei freier Torsion – ein Überblick .	236
13.3 Torsion von Vollquerschnitten	237
13.3.1 Kreis- und Kreisringquerschnitte	237
13.3.2 Anwendungen	241
13.3.3 Beliebige Vollquerschnitte (ohne Rotationssymmetrie) . .	247
13.4 Freie Torsion dünnwandiger Querschnitte	250
13.4.1 Geschlossene (einzelige) Profile	251
13.4.2 Mehrzellige Hohlprofile	255
13.4.3 Dünnewandig offene Querschnitte	258
13.4.3.1 Torsion des schmalen Rechteckprofils	259
13.4.3.2 Torsion eines aus schmalen Rechtecken zusammengesetzten Profils	261
13.4.3.3 Anwendungen	263
13.5 Gültigkeitsbereich und Abschätzformeln bei freier Torsion . .	266
14 Festigkeitshypothesen	268
14.1 Einführung	268
14.2 Spannungszustand bei Linientragwerken	269
14.3 Deformationsverhalten beim Versagen	270

14.4 Klassische Festigkeitshypothesen	272
14.4.1 Hauptspannungshypothese	272
14.4.2 Schubspannungshypothese	273
14.4.3 Gestaltänderungsenergiehypothese	274
14.5 Anwendungen	275
15 Verformung elastischer Systeme – Energiemethoden	279
15.1 Einführung	279
15.2 Äußere Arbeit, Formänderungsenergie, Ergänzungsenergie . .	279
15.2.1 Äußere Arbeit	279
15.2.2 Formänderungsenergie	280
15.2.3 Ergänzungsenergie	281
15.3 Zum Satz von CASTIGLIANO/MENABREA	282
15.4 Anwendungen	284
16 Stabilitätsfall Stabknickung	292
16.1 Allgemeines	292
16.2 Elastisches Knicken gerader Stäbe (Knicken nach EULER) . .	295
16.3 Knicken im inelastischen Bereich	297
16.4 Anwendungen	298
17 Berechnungen zur Dauerfestigkeit	305
17.1 Festigkeitswerte für Werkstoffproben	305
17.2 Festigkeitsmindernde bzw. beanspruchungserhöhende Einflussfaktoren bei Bauteilen	306
17.3 Dauerfestigkeit von Achsen und Wellen	308
17.3.1 Größeneinflussfaktoren	308
17.3.2 Oberflächenfaktoren (Rauheit, Verfestigung)	308
17.3.3 Kerbwirkungszahl	310
17.3.4 Formzahl	314
17.3.5 Gesamteinflussfaktor	314
17.3.6 Gestaltfestigkeit	314
17.3.7 Nachweis der Sicherheit zur Vermeidung von Dauerbrüchen .	318
17.3.8 Anwendungsbeispiel	319
Kinematik und Kinetik	
Einführung	321
18 Grundelemente der Kinematik und Kinetik	321
18.1 Grundbegriffe	321
18.2 Hinweise zur Lösung von Aufgaben und zur Überführung des technischen Systems in ein Berechnungsmodell	325

19 Kinematik	327
19.1 Grundgrößen und geradlinige Bewegung	327
19.1.1 Gleichförmige Bewegung	329
19.1.2 Gleichmäßig beschleunigte Bewegung	329
19.1.3 Ungleichmäßig beschleunigte Bewegung	330
19.1.4 Beispiel zur geradlinigen Bewegung	332
19.2 Krummlinige Bewegung	338
19.2.1 Darstellung in kartesischen Koordinaten	338
19.2.2 Darstellung in Zylinderkoordinaten	342
19.3 Gezwungene Bewegung eines Punktes	343
19.3.1 Bewegung eines Punktes auf gegebener Fläche	343
19.3.2 Bewegung auf gegebener Bahnkurve	344
19.4 Kinematik des starren Körpers und Relativbewegung	346
19.4.1 Allgemeine Bewegung des starren Körpers	346
19.4.2 Relativbewegung eines Punktes	349
19.4.3 Ebene Bewegung	350
19.4.4 Anwendungen	351
20 Kinetik des materiellen Punktes	354
20.1 Impuls, dynamisches Grundgesetz, kinetische Energie	354
20.2 Arbeit, Leistung	363
20.3 Potenzial, potentielle Energie	366
21 Kinetik des Punkthaufens	367
21.1 Schwerpunktsätze	368
21.2 Drall, Drallsatz	369
21.3 Kinetische Energie, Potenzial	370
22 Trägheits- und Zentrifugalmomente von Körpern	370
22.1 Massenträgheitsmoment für parallele Achsen	371
22.2 Trägheitsradius, Schwungmoment, reduzierte Masse	371
22.3 Massenträgheitsmomente und Deviationsmomente bezüglich eines orthogonalen Achsensystems	373
22.4 Berechnung der Massenträgheits- und Deviationsmomente eines allgemeinen Zylinders mit paralleler Grund- und Deckfläche	374
22.5 Wechsel des Bezugspunktes, STEINER'scher Satz	376
22.6 Drehtransformation, Hauptträgheitsmomente, Hauptträgheitsachsen	378
22.7 Experimentelle Bestimmung von Trägheitsmomenten	381
23 Kinetik des starren Körpers	382
23.1 Impuls, Drall, kinetische Energie	382
23.2 Drehung um eine feste Achse, Fliehkraft, Euler'sche dynamische Gleichungen	387
23.3 Kreiseibewegung	392

24 Einige Prinzipien der Mechanik	398
24.1 Impulssatz und Drallsatz	398
24.2 Dynamisches Gleichgewicht und Prinzip von d'Alembert	400
24.3 Arbeitssatz	405
24.4 Energierhaltungssatz	406
24.5 Die Lagrange'schen Bewegungsgleichungen	410
24.6 Das Hamilton'sche Prinzip	413
25 Stoß fester Körper	413
25.1 Begriffserklärungen, Klassifikation der Stöße	414
25.2 Gerader zentraler Stoß	416
25.2.1 Vollkommen unelastischer Stoß ($k = 0$)	417
25.2.2 Vollkommen elastischer Stoß ($k = 1$)	417
25.2.3 Stoß gegen eine Wand	418
25.2.4 Versuch zur Bestimmung der Stoßzahl k	418
25.3 Schiefer zentraler Stoß	419
25.4 Exzentrischer Stoß	420
25.5 Exzentrischer Stoß drehbar befestigter Körper	421
25.5.1 Stoß einer Punktmasse m_1 gegen einen drehbar befestigten Körper	422
25.5.2 Lagerbelastung beim Stoß gelageter Körper, Stoßmittelpunkt	423
26 Schwingungen	425
26.1 Kinematik des Schingers	425
26.1.1 Periodische Schwingungen	425
26.1.2 Harmonische Schwingungen	428
26.2 Freie ungedämpfte Schwingungen des linearen Schingers mit einem Freiheitsgrad	431
26.2.1 Schwingungsdifferentialgleichung, Eigenfrequenz, Periodendauer	431
26.2.2 Rückstellkraft, Federschaltungen, Rayleighsches Verfahren	433
26.2.3 Lösung der Schwingungsdifferentialgleichung	439
26.3 Gedämpfte Schwingungen des linearen Schingers mit einem Freiheitsgrad	439
26.3.1 Geschwindigkeitsproportionale Dämpfung	439
26.3.2 Dämpfung durch Coulomb'sche Reibung	441
26.4 Erzwungene Schwingungen des Systems mit einem Freiheitsgrad	443
26.4.1 Stationäre Schwingungen bei harmonischer Erregung	443
26.4.2 Instationäre Schwingungen	448
26.4.3 Einschaltvorgänge	449
26.5 Freie Schwingungen des linearen Systems mit n Freiheitsgraden	454
26.5.1 Differentialgleichungen der Bewegung, Frequenzgleichung, Schwingungsform	454
26.5.2 Berechnung der Eigenfrequenzen der elastisch aufgestellten Maschine	457
26.5.3 Torsions-, Längs- und Biegeschwingungen	459

26.6 Erzwungene Schwingungen linearer Systeme mit n Freiheitsgraden bei harmonischer Erregung	463
26.7 Rheolineare Schwingungen	465
26.7.1 Freie rheolineare Schwingungen	467
26.7.2 Erzwungene rheolineare Schwingungen	469
26.8 Nichtlineare Schwingungen	469
26.8.1 Phasendiagramm	470
26.8.2 Freie Schwingungen des nichtlinearen Schwingers	473
26.8.3 Erzwungene Schwingungen des nichtlinearen Schwingers	474
Anlagen	479
Literaturverzeichnis	533
Sachwortverzeichnis	536