

---

# Taschenbuch der Technischen Mechanik

---

begründet von

**Dipl.-Ing. Johannes Winkler** und  
**Prof. Dr. Horst Aurich**

weitergeführt von

**Dr.-Ing. Ludwig Rockhausen** und  
**Dr. paed. Joachim Laßmann**

8., neu bearbeitete Auflage

Mit zahlreichen Bildern und Tabellen



**Fachbuchverlag Leipzig**  
im Carl Hanser Verlag

## Inhaltsverzeichnis

### Mechanik starrer Körper: Statik

<b>Einführung</b> .....	<b>15</b>
<b>1 Grundlagen</b> .....	<b>15</b>
1.1 Kraft $F$ .....	15
1.2 Axiome der Mechanik .....	18
1.3 Zentrale Kraftsysteme, Äquivalenzprinzip .....	19
1.4 Allgemeine Kraftsysteme und das Moment einer Kraft .....	22
1.4.1 Moment eines Kräftepaars .....	22
1.4.2 Moment einer Kraft bez. eines Punktes .....	23
1.4.3 Parallelverschiebung einer Kraft – Versetzungsmoment .....	27
1.5 Reduktion eines allgemeinen Kräftesystems .....	28
1.6 Schnittprinzip .....	30
1.6.1 Anwendung des Schnittprinzips .....	31
1.6.2 Gleichgewichtsbedingungen .....	33
<b>2 Schwerpunkt</b> .....	<b>36</b>
2.1 Massenmittelpunkt, Volumenschwerpunkt .....	36
2.2 Schwerpunkt für spezielle Körper .....	38
2.2.1 Schwerpunkt eines homogenen flächenförmigen Körpers (Flächenschwerpunkt), statisches Moment .....	38
2.2.2 Schwerpunkt homogener linienförmiger Körper (Linienschwerpunkt) .....	39
2.3 Berechnung des Schwerpunktes für zusammengesetzte Körper .....	40
2.4 Rotationskörper, Guldin'sche Regeln .....	42
2.5 Resultierende einer Streckenlast (Linienlast) .....	44
<b>3 Tragwerke</b> .....	<b>46</b>
3.1 Begriffsbestimmungen .....	46
3.2 Einteilige Tragwerke .....	48
3.3 Mehrteilige ebene Tragwerke .....	51
3.4 Ebene Fachwerke .....	54
3.4.1 Allgemeines .....	54
3.4.2 Berechnung der Stab- und Lagerkräfte .....	56
3.4.2.1 Knotenschnittverfahren .....	56
3.4.2.2 RITTER'sches Schnittverfahren .....	58
<b>4 Schnittreaktionen bei Balken</b> .....	<b>60</b>
4.1 Definition der Schnittreaktionen (SR) .....	60
4.2 Vorgehensweise bei der Ermittlung von Schnittreaktionen .....	63
4.3 Anwendungen .....	64
4.4 Beziehungen zwischen Belastungsintensität, Querkraft und Biegemoment am geraden Träger .....	70

<b>5 Räumliche Probleme</b>	<b>73</b>
5.1 Gleichgewichtsbedingungen, Lagerarten	73
5.2 Schnittreaktionen beim geraden Träger	75
<b>6 Reibung und Haftung zwischen starren Körpern</b>	<b>78</b>
6.1 Reibungskraft bei Gleiten und Haftkraft beim Haften	78
6.1.1 Bewegungswiderstände zwischen Festkörpern	78
6.1.2 Haftung (Haftreibung)	80
6.1.3 Reibung (Gleitreibung)	80
6.2 Seilreibung (Umschlingungsreibung) und Seilhaftung	84
<b>7 Prinzip der virtuellen Arbeit für starre Körper</b>	<b>86</b>
7.1 Arbeit	87
7.2 Virtuelle Verrückung, virtuelle Arbeit	87
7.3 Prinzip der virtuellen Arbeit (PdvA)	88
7.4 Anwendungen	89

## Mechanik deformierbarer Körper: Festigkeitslehre (Elastostatik)

<b>Einführung</b>	<b>95</b>
<b>8 Grundlagen der Festigkeitslehre</b>	<b>96</b>
8.1 Spannungen, Spannungszustand	96
8.2 Koordinatentransformation	100
8.3 Ebener Spannungszustand (ESZ)	102
8.3.1 Definition	102
8.3.2 Spannungen im Punkt $P$ bei ebener Drehung der Basis	103
8.3.3 Invarianten des Spannungstensors	105
8.3.4 Zweiachsiger Spannungszustand bei Linientragwerken	105
8.4 Anwendungen	106
8.5 Verschiebung, Verzerrung, Verzerrungszustand	108
8.5.1 Kinematik der Deformation	109
8.5.2 Verzerrungen	110
8.5.2.1 Dehnung $\epsilon$	110
8.5.2.2 Verzerrungs-Verschiebungs-Beziehungen	112
8.5.2.3 Kompatibilitätsbedingungen	114
8.5.2.4 Volumendehnung, mittlere Dehnung	114
8.5.3 Koordinatentransformation	114
8.6 Stoffgesetz für elastisches Materialverhalten	116
8.6.1 Materialverhalten	116
8.6.2 HOOKE'sches Gesetz	117
8.6.2.1 Zugversuch	118
8.6.2.2 Querkontraktion	119

8.6.2.3 Thermische Dehnungen, Gesamtdehnungen	120
8.6.2.4 Elastizitätsgesetz für Schubbeanspruchung	121
8.6.2.5 Werkstoffkennwerte	122
8.6.2.6 Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz	122
8.6.2.7 Anwendungen	124
8.7 Grundbeanspruchungen	127
8.8 Äquivalenzbedingungen am Balken	128
<b>9 Flächenmomente</b>	<b>129</b>
9.1 Allgemeines, Koordinatensysteme	130
9.2 Flächenträgheitsmomente	131
9.2.1 Definition	131
9.2.2 Transformation von Flächenträgheitsmomenten bei parallel orientierten Koordinatensystemen – Satz von Steiner	132
9.2.3 Transformation der Flächenträgheitsmomente bei zueinander gedrehten Koordinatensystemen	133
9.2.4 Hauptträgheitsmomente, Hauptträgheitsachsen und Invarianten	134
9.3 Flächenträgheitsmomente zusammengesetzter Flächen	135
9.4 Abgeleitete Größen	139
9.5 Kennwertermittlung für einige ausgewählte Querschnitte	140
9.5.1 L-Profil	140
9.5.2 Symmetrischer Querschnitt	142
9.5.3 Dünnwandiger Querschnitt	144
<b>10 Zug – Druck</b>	<b>146</b>
10.1 Der Stab als eindimensionales Bauteil	146
10.2 Spannungsberechnung	146
10.2.1 Spannungen in einer Schnittfläche senkrecht zur Stabachse	146
10.2.2 Spannungen im Schrägschnitt	148
10.3 Verformungsberechnung	149
10.3.1 Verschiebungen, Verzerrungen	149
10.3.2 Längenänderung	150
10.4 Anwendungen	151
10.5 Flächenpressung – Kontaktspannung	159
10.5.1 Flächenpressung bei ebenen Kontaktflächen	159
10.5.2 Flächenpressung bei gekrümmten Kontaktflächen	161
10.5.3 Flächenpressung bei Linien- oder Punktkontakt (HERTZ'sche Pressung)	163
10.5.4 Rollreibung	165
<b>11 Biegung gerader Balken (Träger)</b>	<b>169</b>
11.1 Begriffe und Voraussetzungen	169
11.1.1 Einteilung der Biegung	169
11.1.2 Voraussetzungen, Annahmen	170

11.2 Spannungsberechnung	172
11.2.1 Normalspannungen bei Biegung mit Längskraft	172
11.2.2 Anwendungen	175
11.3 Verformungsberechnung	182
11.3.1 Verformung durch Biegemomente und ungleichmäßige Temperaturänderung – Biegelinie	182
11.3.1.1 Verschiebungsgrößen	182
11.3.1.2 Verformungsberechnung bei Biegung um eine Hauptachse	183
11.3.1.3 Näherungsweise Bestimmung der Biegeverformungen	187
11.3.2 Anwendungen	191
<b>12 Querkraftschub</b>	<b>204</b>
12.1 Scherbeanspruchung	205
12.1.1 Mittlere Scherspannung	205
12.2 Schubspannungen bei Biegung	210
12.2.1 Spannungsberechnung für Vollquerschnitte	210
12.2.2 Anwendungen auf verschiedene Verbindungstechniken	215
12.3 Verformungen des schubweichen Balkens	219
12.4 Querkraftschub beim dünnwandig offenen Profil	222
12.4.1 Schubflussberechnung	223
12.4.2 Schubmittelpunkt	226
12.4.3 Anwendungen	227
<b>13 Torsion von Stäben</b>	<b>232</b>
13.1 Voraussetzungen und Grundlagen	233
13.2 Spannung und Verformung bei freier Torsion – ein Überblick	236
13.3 Torsion von Vollquerschnitten	237
13.3.1 Kreis- und Kreisringquerschnitte	237
13.3.2 Anwendungen	241
13.3.3 Beliebige Vollquerschnitte (ohne Rotationssymmetrie)	247
13.4 Freie Torsion dünnwandiger Querschnitte	250
13.4.1 Geschlossene (einzellige) Profile	251
13.4.2 Mehrzellige Hohlprofile	255
13.4.3 Dünnwandig offene Querschnitte	258
13.4.3.1 Torsion des schmalen Rechteckprofils	259
13.4.3.2 Torsion eines aus schmalen Rechtecken zusammengesetzten Profils	261
13.4.3.3 Anwendungen	263
13.5 Gültigkeitsbereich und Abschätzformeln bei freier Torsion	266
<b>14 Festigkeitshypothesen</b>	<b>268</b>
14.1 Einführung	268
14.2 Spannungszustand bei Linientragwerken	269
14.3 Deformationsverhalten beim Versagen	270

14.4 Klassische Festigkeitshypothesen	272
14.4.1 Hauptspannungshypothese	272
14.4.2 Schubspannungshypothese	273
14.4.3 Gestaltänderungsenergiehypothese	274
14.5 Anwendungen	275
<b>15 Verformung elastischer Systeme – Energiemethoden</b>	<b>279</b>
15.1 Einführung	279
15.2 Äußere Arbeit, Formänderungsenergie, Ergänzungsenergie	279
15.2.1 Äußere Arbeit	279
15.2.2 Formänderungsenergie	280
15.2.3 Ergänzungsenergie	281
15.3 Zum Satz von CASTIGLIANO/MENABREA	282
15.4 Anwendungen	284
<b>16 Stabilitätsfall Stabknickung</b>	<b>292</b>
16.1 Allgemeines	292
16.2 Elastisches Knicken gerader Stäbe (Knicken nach EULER)	295
16.3 Knicken im inelastischen Bereich	297
16.4 Anwendungen	298
<b>17 Berechnungen zur Dauerfestigkeit</b>	<b>305</b>
17.1 Festigkeitswerte für Werkstoffproben	305
17.2 Festigkeitsmindernde bzw. beanspruchungserhöhende Einflussfaktoren bei Bauteilen	306
17.3 Dauerfestigkeit von Achsen und Wellen	308
17.3.1 Größeneinflussfaktoren	308
17.3.2 Oberflächeneinflussfaktoren (Rauheit, Verfestigung)	308
17.3.3 Kerbwirkungszahl	310
17.3.4 Formzahl	314
17.3.5 Gesamteinflussfaktor	314
17.3.6 Gestaltfestigkeit	314
17.3.7 Nachweis der Sicherheit zur Vermeidung von Dauerbrüchen	318
17.3.8 Anwendungsbeispiel	319

## Kinematik und Kinetik

<b>Einführung</b>	<b>321</b>
<b>18 Grundelemente der Kinematik und Kinetik</b>	<b>321</b>
18.1 Grundbegriffe	321
18.2 Hinweise zur Lösung von Aufgaben und zur Überführung des technischen Systems in ein Berechnungsmodell	325

<b>19 Kinematik</b>	<b>327</b>
19.1 Grundgrößen und geradlinige Bewegung	327
19.1.1 Gleichförmige Bewegung	329
19.1.2 Gleichmäßig beschleunigte Bewegung	329
19.1.3 Ungleichmäßig beschleunigte Bewegung	330
19.1.4 Beispiel zur geradlinigen Bewegung	332
19.2 Krummlinige Bewegung	338
19.2.1 Darstellung in kartesischen Koordinaten	338
19.2.2 Darstellung in Zylinderkoordinaten	342
19.3 Gezwungene Bewegung eines Punktes	343
19.3.1 Bewegung eines Punktes auf gegebener Fläche	343
19.3.2 Bewegung auf gegebener Bahnkurve	344
19.4 Kinematik des starren Körpers und Relativbewegung	346
19.4.1 Allgemeine Bewegung des starren Körpers	346
19.4.2 Relativbewegung eines Punktes	349
19.4.3 Ebene Bewegung	350
19.4.4 Anwendungen	351
<b>20 Kinetik des materiellen Punktes</b>	<b>354</b>
20.1 Impuls, dynamisches Grundgesetz, kinetische Energie	354
20.2 Arbeit, Leistung	363
20.3 Potenzial, potenzielle Energie	366
<b>21 Kinetik des Punkthaufens</b>	<b>367</b>
21.1 Schwerpunktsätze	368
21.2 Drall, Drallsatz	369
21.3 Kinetische Energie, Potenzial	370
<b>22 Trägheits- und Zentrifugalmomente von Körpern</b>	<b>370</b>
22.1 Massenträgheitsmoment für parallele Achsen	371
22.2 Trägheitsradius, Schwungmoment, reduzierte Masse	371
22.3 Massenträgheitsmomente und Deviationsmomente bezüglich eines orthogonalen Achsensystems	373
22.4 Berechnung der Massenträgheits- und Deviationsmomente eines allgemeinen Zylinders mit paralleler Grund- und Deckfläche	374
22.5 Wechsel des Bezugspunktes, STEINER'scher Satz	376
22.6 Drehtransformation, Hauptträgheitsmomente, Hauptträgheitsachsen	378
22.7 Experimentelle Bestimmung von Trägheitsmomenten	381
<b>23 Kinetik des starren Körpers</b>	<b>382</b>
23.1 Impuls, Drall, kinetische Energie	382
23.2 Drehung um eine feste Achse, Fliehkraft, Euler'sche dynamische Gleichungen	387
23.3 Kreiselbewegung	392

<b>24 Einige Prinzipien der Mechanik</b>	<b>398</b>
24.1 Impulssatz und Drallsatz	398
24.2 Dynamisches Gleichgewicht und Prinzip von d'Alembert	400
24.3 Arbeitssatz	405
24.4 Energieerhaltungssatz	406
24.5 Die Lagrange'schen Bewegungsgleichungen	410
24.6 Das Hamilton'sche Prinzip	413
<b>25 Stoß fester Körper</b>	<b>413</b>
25.1 Begriffserklärungen, Klassifikation der Stöße	414
25.2 Gerader zentraler Stoß	416
25.2.1 Vollkommen unelastischer Stoß ( $k = 0$ )	417
25.2.2 Vollkommen elastischer Stoß ( $k = 1$ )	417
25.2.3 Stoß gegen eine Wand	418
25.2.4 Versuch zur Bestimmung der Stoßzahl $k$	418
25.3 Schiefer zentraler Stoß	419
25.4 Exzentrischer Stoß	420
25.5 Exzentrischer Stoß drehbar befestigter Körper	421
25.5.1 Stoß einer Punktmasse $m_1$ gegen einen drehbar befestigten Körper	422
25.5.2 Lagerbelastung beim Stoß gelagerter Körper, Stoßmittelpunkt	423
<b>26 Schwingungen</b>	<b>425</b>
26.1 Kinematik des Schwingers	425
26.1.1 Periodische Schwingungen	425
26.1.2 Harmonische Schwingungen	428
26.2 Freie ungedämpfte Schwingungen des linearen Schwingers mit einem Freiheitsgrad	431
26.2.1 Schwingungsdifferenzialgleichung, Eigenfrequenz, Periodendauer	431
26.2.2 Rückstellkraft, Federschaltungen, Rayleigh'sches Verfahren	433
26.2.3 Lösung der Schwingungsdifferenzialgleichung	439
26.3 Gedämpfte Schwingungen des linearen Schwingers mit einem Freiheitsgrad	439
26.3.1 Geschwindigkeitsproportionale Dämpfung	439
26.3.2 Dämpfung durch Coulomb'sche Reibung	441
26.4 Erzwungene Schwingungen des Systems mit einem Freiheitsgrad	443
26.4.1 Stationäre Schwingungen bei harmonischer Erregung	443
26.4.2 Instationäre Schwingungen	448
26.4.3 Einschaltvorgänge	449
26.5 Freie Schwingungen des linearen Systems mit $n$ Freiheitsgraden	454
26.5.1 Differenzialgleichungen der Bewegung, Frequenzgleichung, Schwingungsform	454
26.5.2 Berechnung der Eigenfrequenzen der elastisch aufgestellten Maschine	457
26.5.3 Torsions-, Längs- und Biegeschwingungen	459

26.6 Erzwungene Schwingungen linearer Systeme mit $n$ Freiheitsgraden bei harmonischer Erregung . . . . .	463
26.7 Rheolineare Schwingungen . . . . .	465
26.7.1 Freie rheolineare Schwingungen . . . . .	467
26.7.2 Erzwungene rheolineare Schwingungen . . . . .	469
26.8 Nichtlineare Schwingungen . . . . .	469
26.8.1 Phasendiagramm . . . . .	470
26.8.2 Freie Schwingungen des nichtlinearen Schwingers . . . . .	473
26.8.3 Erzwungene Schwingungen des nichtlinearen Schwingers . . . . .	474
<b>Anlagen . . . . .</b>	<b>479</b>
<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>	<b>533</b>
<b>Sachwortverzeichnis . . . . .</b>	<b>536</b>