

# Inhalt

<b>Vorwort</b>	<b>vii</b>
<b>1 Zum Aufwärmen</b>	<b>1</b>
1.1 Fibonacci Zahlen . . . . .	1
1.2 Das Pascalsche Dreieck . . . . .	7
1.3 $e, \pi$ und andere Zahlen . . . . .	12
<b>2 Primzahlen</b>	<b>21</b>
2.1 Elementare Tatsachen . . . . .	21
2.2 Kongruenzrechnung . . . . .	24
2.3 Die prime Restklassengruppe $\mathbb{Z}_n^*$ . . . . .	28
2.4 Quadratische Reste . . . . .	32
2.5 Pseudoprime Zahlen und der Miller-Rabin Test . . . . .	41
2.6 Wo liegen die Primzahlen? . . . . .	49
2.7 Wie erzeugt man Primzahlen? . . . . .	52
<b>3 Irrationale Zahlen</b>	<b>55</b>
3.1 Approximation durch Brüche . . . . .	56
3.2 Kettenbrüche . . . . .	58
3.3 Irrationalzahlen und unendliche Kettenbrüche . . . . .	60
3.4 Approximation mittels Kettenbrüchen . . . . .	64
3.5 Die Kettenbruchentwicklung von $e$ . . . . .	67
3.6 Die Pellsche Gleichung . . . . .	70
<b>4 Algebraische Zahlen</b>	<b>77</b>
4.1 Pythagoreische Tripel . . . . .	77
4.2 Einiges über elliptische Kurven . . . . .	79
4.3 Summe von Quadraten . . . . .	85
4.4 Quadratische Formen . . . . .	90
4.5 Quadratische Zahlringe . . . . .	104
4.6 Das Polynom von Euler zur Primzahlerzeugung . . . . .	114
4.7 Lucas-Lehmer Test . . . . .	118

<b>5</b>	<b>Transzendenten Zahlen</b>	<b>121</b>
5.1	Gibt es transzendenten Zahlen? . . . . .	121
5.2	Ordnung der Approximierbarkeit . . . . .	122
5.3	Konstruktion transzenter Zahlen . . . . .	124
5.4	Die Transzendenz von $e$ und $\pi$ . . . . .	127
<b>Anhang</b>		<b>137</b>
A.	Hauptsatz der Arithmetik . . . . .	137
B.	Teilerlehre . . . . .	137
C.	Euklidischer Algorithmus . . . . .	138
D.	Algebraische Strukturen . . . . .	139
E.	Kongruenzrechnung . . . . .	140
<b>Lösungen der Übungen</b>		<b>143</b>
<b>Literatur</b>		<b>155</b>
<b>Index</b>		<b>159</b>