

INHALT

Aus dem Vorwort zur ersten Auflage	V
Aus dem Vorwort zur dreizehnten Auflage	V
Vorwort zur vierzehnten Auflage	VI
Griechisches Alphabet	XIII

ARITHMETIK UND ALGEBRA

1. Mengenalgebra	
1.1 Der Mengenbegriff, Elemente einer Menge	1
1.1.1 Darstellung von Mengen	3
1.2 Teilmengen	3
1.3 Mengenverknüpfungen	8
2. Die vier Grundrechenarten	
2.1 Addition und Subtraktion	17
2.2 Negative Zahlen	19
2.3 Multiplikation	20
2.4 Division	22
2.4.1 Division einer Summe durch einen eingliedrigen Ausdruck	23
2.4.2 Division zweier Summen	23
2.5 Faktorenzerlegung	24
3. Bruchrechnung	
3.1 Allgemeines	25
3.2 Addition und Subtraktion von Brüchen	26
3.2.1 Bildung eines Hauptnenners bei natürlichen Zahlen	27
3.2.2 Hauptnennner bei Variablen	27
3.3 Multiplikation und Division von Brüchen	28
3.4 Aufgaben	29
4. Gleichungen 1. Grades mit einer Unbekannten	
4.1 Allgemeines	29
4.2 Beispiele	31
5. Systeme linearer Gleichungen	
5.1 Zwei lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten	33
5.1.1 Die Additionsmethode	33
5.1.2 Die Einsetzungs- oder Substitutionsmethode	35
5.2 Allgemeine Lösung von zwei linearen Gleichungen	36
5.2.1 Allgemeiner Fall	36
5.2.2 Sonderfälle der Lösung	37
5.2.3 Einige Determinantengesetze	38
5.3 Drei lineare Gleichungen mit drei Unbekannten	39
5.4 Dreireihige Determinanten	40
5.4.1 Sonderfälle der Lösung	42
5.4.2 Rechengesetze für die dreireihige Determinante	43
6. Die lineare Funktion	
6.1 Der Begriff der Funktion	46
6.2 Graphische Darstellung der Funktion $y = mx$	48

6.3	Die Funktion $y = mx + n$	50
6.4	Graphische Lösung einer linearen Gleichung	51
6.5	Graphische Lösung von linearen Gleichungssystemen mit zwei Unbekannten	53
7. Potenzrechnung und Potenzfunktion		
7.1	Potenzen mit ganzen positiven Exponenten	54
7.2	Erste Erweiterung des Potenzbegriffes	56
7.3	Die Potenzfunktion $y = x^n$	58
7.3.1	n sei eine positive ganze Zahl	58
7.3.2	n sei eine negative ganze Zahl	60
8. Wurzelrechnung		
8.1	Das Radizieren	62
8.1.1	Allgemeines	62
8.1.2	Die Quadratwurzel	63
8.1.3	Die Kubikwurzel	64
8.2	Rationale und irrationale Zahlen	65
8.3	Rechengesetze	67
8.3.1	Addition und Subtraktion	67
8.3.2	Multiplikation	67
8.3.3	Division	68
8.3.4	Potenzieren	69
8.3.5	Mehrfaeche Wurzeln	70
8.4	Rational machen des Nenners	72
8.5	Zweite Erweiterung des Potenzbegriffes. Gebrochene Exponenten	73
8.6	Die Umkehrfunktion	74
8.6.1	Spiegelung an der Geraden $y = x$	74
8.6.2	Umkehrung der Funktion $y = mx + n$	75
8.6.3	Die Umkehrfunktion zur Normalparabel $y = x^2$	76
8.6.4	Die Umkehrfunktion zur kubischen Funktion $y = x^3$	77
8.7	Die Exponentialfunktion	79
8.7.1	Die graphische Darstellung	79
8.7.2	Die Funktion $y = e^x$	80
9. Die quadratische Gleichung		
9.1	Sonderfälle und vierte Erweiterung des Zahlenbereiches	81
9.2	Der allgemeine Fall $Ax^2 + Bx + C = 0$	84
9.2.1	Die quadratische Ergänzung	84
9.2.2	Lösung der quadratischen Gleichung mit Hilfe der quadratischen Ergänzung	84
9.3	Beziehungen zwischen Koeffizienten und Lösungen der quadratischen Gleichung	86
9.4	Aufgaben	88
9.5	Näherung für die Lösungen einer quadratischen Gleichung bei sehr verschiedenen Beträgen beider Lösungen	90
9.6	Wurzelgleichungen	92
9.7	Die quadratische Funktion	93
9.8	Graphische Lösung der quadratischen Gleichung	95
10. Ungleichungen		96
11. Der Logarithmus		
11.1	Der Begriff des Logarithmus	97
11.2	Die logarithmische Funktion	99
11.3	Logarithmengesetze	100
11.4	Zusammenhang zwischen den Logarithmensystemen	102
11.5	Der Zehner-Logarithmus	103
11.5.1	Allgemeines	103
11.5.2	Einrichtung und Gebrauch der Logarithmentafel	104

11.6	Lineare Interpolation	105
11.7	Beispiele	106
11.7.1	Multiplikation	106
11.7.2	Division	106
11.7.3	Potenzierung	107
11.7.4	Wurzelziehen	107

12. Folgen und Reihen

12.1	Die arithmetische und die geometrische Reihe	109
12.1.1	Allgemeines	109
12.1.2	Die endliche (abbrechende) arithmetische Reihe	109
12.1.3	Die endliche (abbrechende) geometrische Reihe	111
12.1.4	Die (unendliche) geometrische Reihe	115
12.2	Das Summenzeichen	117
12.3	Die (unendliche) Folge	121
12.4	Die (unendliche) Reihe	123

13. Der binomische Satz

13.1	Die Binomialkoeffizienten	125
13.2	Beweis des binomischen Satzes durch vollständige Induktion	129
13.3	Die Ungleichung von Bernoulli	130
13.4	Symmetriesatz der Binomialzahlen	131

GONIOMETRIE UND TRIGONOMETRIE

14. Goniometrie

14.1	Gradmaß und Bogenmaß	133
14.1.1	Umwandlung von Grad- in Bogenmaß	134
14.1.2	Umwandlung von Bogen- in Gradmaß	134
14.2	Die Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck	135
14.3	Verallgemeinerung des Winkelfunktionsbegriffes	136
14.4	Verlauf der trigonometrischen Funktionen	138
14.4.1	Die Sinusfunktion	138
14.4.2	Die Cosinusfunktion	138
14.4.3	Die Tangensfunktion	139
14.4.4	Die Cotangensfunktion	140
14.4.5	Die Periodizität der Funktionen	141
14.5	Beziehungen zwischen den Funktionen desselben Winkels	142
14.6	Benutzung der Funktionstafeln	143
14.7	Werte der Funktionen von beliebigen Winkeln	144
14.8	Die Additionstheoreme	146
14.9	Folgerungen aus den Additionstheoremen	148
14.10	Summe und Differenz der sin- und cos-Werte zweier Winkel	149
14.11	Die Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen	150

15. Goniometrische Bestimmungsgleichungen

15.1	Gleichungen mit einer Unbekannten	152
15.2	Goniometrische Gleichungen mit zwei Unbekannten	155

16. Berechnung des schiefwinkligen Dreiecks

16.1	Der Sinussatz	156
16.1.1	Der Umkreisradius	157
16.1.2	Der Flächeninhalt des Dreiecks	157
16.2	Anwendung des Sinussatzes auf die Dreiecksberechnung	158
16.3	Der Cosinussatz	160
16.4	Anwendung des Cosinussatzes auf die Dreiecksberechnung	161
16.5	Weitere Dreiecksformeln	163
16.6	Aufgaben	164

17. Komplexe Zahlen	
17.1 Imaginäre Zahlen	166
17.2 Komplexe Zahlen	167
17.2.1 Begriff der komplexen Zahl	167
17.2.2 Das Rechnen mit komplexen Zahlen	167
17.3 Gaußsche Zahlenebene	169
17.3.1 Geometrische Darstellung der komplexen Zahlen im rechtwinkligen Koordinatensystem	169
17.3.2 Darstellung der komplexen Zahlen in ebenen Polarkoordinaten	170
17.4 Die vier Grundrechenarten in der Gaußschen Zahlenebene	171
17.4.1 Addition	171
17.4.2 Subtraktion	172
17.4.3 Multiplikation	172
17.4.4 Division	173
17.5 Das Rechnen mit den Beträgen komplexer Zahlen	174
17.5.1 Addition	174
17.5.2 Multiplikation und Division	174
17.6 Der Satz von Moivre	174
17.6.1 Die Verallgemeinerung der Multiplikationsformel	174
17.6.2 Die Potenzen von $\cos \varphi + i \sin \varphi$	175
17.6.3 Anwendung des Satzes von Moivre	176
17.7 Das Radizieren einer komplexen Zahl	177
17.8 Das Radizieren als Lösung der binomischen Gleichung	179

ANALYTISCHE GEOMETRIE DER EBENE

18. Die Strecke	
18.1 Länge und Richtung einer Strecke	183
18.2 Innere und äußere Teilung einer Strecke	185
18.3 Dreiecks- und Vielecksinhalt	187
18.3.1 Der Dreiecksinhalt	187
18.3.2 Der Vielecksinhalt	189
19. Die Gerade	
19.1 Verschiedene Formen der Geradengleichung	190
19.1.1 Die Normalform	190
19.1.2 Die Abschnittsgleichung	191
19.1.3 Allgemeine Geradengleichung	191
19.2 Punkttrichtungs- und Zweipunktegleichung	192
19.3 Die Hessesche Normalform	193
19.3.1 Umwandlung der allgemeinen Form in die Hessesche Normalform	193
19.3.2 Abstand eines Punktes von einer Geraden	194
19.4 Die Gleichungen der Winkelhalbierenden	195
19.5 Schnittpunkt und Schnittwinkel zweier Geraden	197
19.5.1 Schnittpunkt zweier Geraden	197
19.5.2 Schnittpunkt dreier Geraden	198
19.5.3 Winkel zwischen zwei Geraden	199
19.6 Koordinatentransformation	201
19.6.1 Die Parallelverschiebung	201
19.6.2 Drehung um den Winkel φ	202
20. Der Kreis	
20.1 Die Kreisgleichung	203
20.1.1 Die Schnittpunkte zweier Kreise	205
20.2 Die Gleichung der Kreistangente	206
21. Die Kegelschnitte	
21.1 Erste Definition der Kegelschnitte	208
21.1.1 Ellipse	209

21.1.2	Parabel	211
21.1.3	Hyperbel	212
21.2	Zweite Definition der Kegelschnitte	214
21.3	Die Scheitelgleichung der Kegelschnitte	216
21.4	Die Parabel	218
21.5	Die Ellipse	219
21.5.1	Die Scheitelgleichung	219
21.5.2	Die Mittelpunktsgleichung	220
21.6	Die Hyperbel	222
21.6.1	Die Scheitelgleichung	222
21.6.2	Die Mittelpunktsgleichung	223
21.7	Zusammenstellung der wichtigsten Beziehungen für die drei Kegelschnitte	224
21.8	Die Asymptoten der Hyperbel	225
21.8.1	Gleichung der Asymptoten	225
21.8.2	Asymptotensätze	227
21.9	Geometrische Eigenschaften der Mittelpunktskegelschnitte	229
21.10	Geometrische Eigenschaften der Parabel	232
21.11	Transformation der Kegelschnittsgleichungen durch Parallelverschiebung und Drehung des Koordinatensystems	235
21.11.1	Parallelverschiebung	235
21.11.2	Drehung des Koordinatensystems	236
21.12	Das Hauptachsenproblem	238
21.12.1	Zusammenfassung	244
21.12.2	Beispiele	245
21.13	Polarkoordinaten	246
21.13.1	Zusammenhang zwischen rechtwinkligen und Polarkoordinaten	246
21.14	Die Polargleichung der Geraden	247
21.15	Die Polargleichung der Kegelschnitte	248

22. Aufstellen von Kurvengleichungen

22.1	Die Parameterdarstellung	249
22.1.1	Die Parabel	250
22.1.2	Die Ellipse	250
22.1.3	Die Gerade	252
22.1.4	Rollkurven	252
22.2	Geometrische Orte	254
22.2.1	Darstellung ohne Hilfsgrößen	255
22.2.2	Einführung von Hilfsgrößen	257

VEKTORALGEBRA

23. Das räumliche kartesische Koordinatensystem

23.1	Rechts- und Linkssystem	261
23.2	Der räumliche Pythagoras	262
23.3	Die Richtungscosinus	262
23.4	Abstand zweier Punkte	264
23.5	Aufgaben	264

24. Der Vektor

24.1	Der Begriff des Vektors	265
24.2	Rechenregeln	266
24.2.1	Addition von Vektoren	266
24.2.2	Subtraktion von Vektoren	267
24.2.3	Multiplikation mit einem Skalar	268
24.3	Spezielle Vektoren	269
24.3.1	Einheitsvektoren	269
24.3.2	Ortsvektoren	269
24.4	Vektoren in der Physik	270
24.5	Die Darstellung von Vektoren in Komponentenschreibweise	270

24.6	Beispiele	273
24.7	Aufgaben	277
25. Das skalare Produkt		
25.1	Definition	278
25.2	Rechenregeln	280
25.3	Das skalare Produkt in Komponentendarstellung	281
25.4	Folgerungen	281
25.5	Anwendungsbeispiele	282
25.6	Aufgaben	285
26. Das Vektorprodukt		
26.1	Definition	287
26.2	Rechenregeln	288
26.3	Komponentendarstellung	289
26.4	Beispiele	289
26.4.1	Das Moment einer Kraft	289
26.4.2	Lineargeschwindigkeit bei Rotation	290
26.5	Aufgaben	291
27. Mehrfache Vektorprodukte		
27.1	Das Spatprodukt	291
27.2	Beispiele	294
27.2.1	Inhalt eines Tetraeders	294
27.2.2	Gleichung einer Ebene durch drei Punkte	294
27.2.3	Reziprokes System	294
27.3	Das dreifache Vektorprodukt	295
27.4	Produkte mit mehr als drei Faktoren	297
27.5	Aufgaben	299
Lösungen 300		
Sachverzeichnis		359