
Inhalt

Vorwort	5
Zum Lehramtsstudium	11
Die Themen des Buches	14
Voraussetzungen und Notationen	17
Erster Abschnitt: Reelle und komplexe Zahlen	21
1.1 Warum die rationalen Zahlen nicht genügen	23
Die Entdeckung der alten Griechen: Irrationale Verhältnisse ...	23
Die Entdeckung von Cantor: Die Überabzählbarkeit von \mathbb{R}	26
Übungen	30
Erste Ergänzungen:	
Irrationale Verhältnisse in geometrischen Figuren	33
1.2 Struktureigenschaften der reellen Zahlen	37
Algebraische Eigenschaften	37
Ordnungstheoretische Eigenschaften	40
Übungen	46
Zweite Ergänzungen:	
Die Dezimaldarstellung reeller Zahlen, I	50

1.3 Komplexe Zahlen	55
Eine Multiplikation für die Ebene	55
Die Lösungen einfacher algebraischer Gleichungen	59
Übungen	64
Dritte Ergänzungen:	
Die geometrische Deutung der komplexen Multiplikation	66
Zweiter Abschnitt: Folgen und Reihen	69
2.1 Konvergente Folgen	71
Folgen und ihre Grenzwerte	71
Cauchy-Folgen und ihre Konvergenz	82
Übungen	86
Vierte Ergänzungen:	
Visualisierungen von Folgen und Grenzwerten	90
2.2 Konvergente Reihen	93
Unendliche Reihen	93
Konvergenzkriterien für unendliche Reihen	99
Übungen	106
Fünfte Ergänzungen:	
Die Dezimaldarstellung reeller Zahlen, II	109
2.3 Zur Theorie der Reihen	113
Umordnungen und Produkte	113
Die Exponentialreihe und die binomischen Reihen	119
Übungen	126
Sechste Ergänzungen:	
Untersuchung einiger spezieller Reihen	129
Dritter Abschnitt: Stetige Funktionen	133
3.1 Der Stetigkeitsbegriff	135
Die Limesstetigkeit	135
Die Umgebungsstetigkeit	144
Übungen	149
Siebte Ergänzungen:	
Visualisierungen stetiger Funktionen, I	153

3.2 Zur Theorie der Stetigkeit	155
Stetige Funktionen auf kompakten Intervallen	155
Gleichmäßig konvergente Funktionenfolgen	161
Übungen	169
Achte Ergänzungen:	
Visualisierungen stetiger Funktionen, II	172
3.3 Elementare stetige Funktionen	173
Die Exponentialfunktion und der Logarithmus	173
Die trigonometrischen und hyperbolischen Funktionen	184
Übungen	206
Neunte Ergänzungen:	
Die elementaren Funktionen in Natur und Geometrie	210
Vierter Abschnitt: Differentiation	213
4.1 Differentialquotienten	215
Die Ableitung einer Funktion	215
Differentiationsregeln	224
Übungen	231
Zehnte Ergänzungen:	
Zur Bedeutung der Ableitung	234
4.2 Zur Theorie der Differentiation	237
Der Mittelwertsatz	237
Weitere Anwendungen der Differentiation	249
Übungen	266
Elfte Ergänzungen:	
Zum Krümmungsbegriff und Newton-Verfahren	269
4.3 Potenzreihen und Taylor-Entwicklung	271
Potenzreihen	271
Die Taylor-Entwicklung	281
Übungen	292
Zwölfte Ergänzungen:	
Untersuchung spezieller Taylor-Entwicklungen	296

Anhänge	299
A1 Bezüge zur Schulmathematik	301
Rationale Zahlen	301
Funktionsbegriff	301
Reelle Zahlen	302
Die trigonometrischen Funktionen	303
Die Kreiszahl π	303
Exponentialfunktionen und Logarithmen	303
Grenzwertbegriff und Limesnotation	304
Stetigkeit	305
Differentialquotienten und Ableitungsregeln	305
Anwendungen der Differentiation	306
Die Eulersche Zahl e	306
A2 Literatur	307
A3 Verzeichnis der Abbildungen	311
A4 Notationen	313
A5 Index	315