

Inhaltsverzeichnis

Vorwort des Autors	v
Vorwort des Herausgebers	x

Teil I Die Zahlentheorie in Antike und Mittelalter

1 Babylonische Quellen der Zahlentheorie	3
1.1 Von Sumer bis Seleukia	5
1.2 Die Keilschrift	11
1.3 Das Sexagesimalsystem	15
1.4 Teilbarkeitsregeln und Faktorisierungsalgorithmen	23
1.5 Plimpton 322	26
1.6 Rechtwinklige Dreiecke in Zahlen	30
1.7 Trapezteilung	34
2 Von Nannas Herden zu Helios' Rindern	41
2.1 Die alten Kulturen	42
2.2 Das Lied der Herden von Nanna	45
2.3 Ägypten: Geburtshelfer der griechischen Mathematik	57
2.4 Indien	63
2.5 China	65
3 Die Zahlentheorie der Griechen	69
3.1 Thales und Pythagoras	70
3.2 Das Erbe: die griechische Logistik?	73
3.3 Pythagoreische Zahlentheorie	78
3.4 Von der Quadratverdopplung zur Inkommensurabilität	84
3.5 Wechselwegnahme und Inkommensurabilität	88
3.6 Euklids Elemente	90
3.7 Die Euklidische Zahlentheorie	93
3.8 Die Arithmetika Diophants	105

4 Die Zahlentheorie im antiken Orient 119

4.1 Historischer Überblick..... 120

4.2 Rom und Byzanz 123

4.3 China 127

4.4 Indien 130

4.5 Die Islamische Welt..... 141

4.6 Magische Quadrate 161

Teil II. Die Klassische Zahlentheorie

5 Die Auferstehung Diophants 167

5.1 Europa erwacht 169

5.2 Fibonacci..... 174

5.3 Das Aufkeimen der Wissenschaften 177

5.4 Die Wiederentdeckung Diophants..... 182

5.5 Vieta 189

5.6 Bachet 191

6 Fermat 199

6.1 Vollkommene Zahlen 200

6.2 Mersenne 202

6.3 Fermat 206

6.4 Fermats Testament: Sein Brief an Carcavi 210

6.5 Der kleine Fermatsche Satz 214

6.6 Der unendliche Abstieg..... 217

6.7 Brouncker 226

6.8 Fermats Vermutungen..... 236

6.9 Rechtwinklige Dreiecke in Zahlen 243

6.10 Der 30-jährige Krieg 251

6.11 Geometrische Interpretation 258

7	Euler und Lambert	263
7.1	Diophantische Methoden in Analysis und Geometrie	266
7.2	Goldbach und Euler	271
7.3	Auf den Spuren Fermats	275
7.4	Potenzreste und Reziprozitätsgesetze	279
7.5	Diophantische Gleichungen	287
7.6	Algebraische Zahlen	293
7.7	Analytische Methoden	295
7.8	Lambert	307
8	Lagrange und Legendre	321
8.1	Die Vermessung der Welt	322
8.2	Die Französische Revolution	324
8.3	Lagrange	330
8.4	Legendre	337
8.5	Die Recherches	340
8.6	Der Essai von 1798	349
8.7	Legendres Vermächtnis	357
9	Gauß	361
9.1	Carl Friedrich Gauß	362
9.2	Reaktionen	372
9.3	DA I–IV, VI: Elementare Zahlentheorie	377
9.4	DA V: Quadratische und Ternäre Formen	383
9.5	DA VII: Die Kreisteilung	392
9.6	Abschnitt VIII: Höhere Kongruenzen	399
9.7	Spätere Arbeiten zur Zahlentheorie	399

Teil III Der Beginn der Modernen Zahlentheorie

10	Dirichlet	417
10.1	Aufbruch zu neuen Ufern	418
10.2	Dirichlets Leben und Werk	423
10.3	Dirichlets Erste Schritte	432
10.4	Primzahlen in Arithmetischer Progression	442
10.5	Quadratische Formen über den Gaußschen Zahlen	452
10.6	Dirichlets Einheitsatz	460

11	Abel, Jacobi und Cauchy	465
11.1	Abel	466
11.2	Jacobi	473
11.3	Reziprozitätsgesetze	488
11.4	Elliptische Integrale und Elliptische Funktionen	492
11.5	Anwendungen auf die Zahlentheorie	493
11.6	Cauchy	495
12	Eisenstein	501
12.1	Eisensteins Leben	503
12.2	Annus Mirabilis	520
12.3	Eisensteins Theorie der Elliptischen Funktionen	527
12.4	Die Teilung der Lemniskate	532
12.5	Lösungszahlen von Kongruenzen	535
12.6	Formen und Invarianten	537

Verzeichnisse

Literaturüberblick	545
A.1 Fermat	545
A.2 Euler	548
A.3 Lagrange	563
A.4 Gauss	565
A.5 Dirichlet	571
A.6 Jacobi	576
A.7 Cauchy	580
A.8 Lebesgue	587
A.9 Eisenstein	595
Abbildungsverzeichnis	601
Literaturverzeichnis	609
Namensverzeichnis	665
Quellenverzeichnis	679
Sachverzeichnis	681