

1	Einleitung und Motivation	3
1.1	Sphären in euklidischen Räumen	3
1.2	Homotopiegruppen in der algebraischen Topologie	5
1.3	Das Jahr 1930: Die große Entdeckung von HEINZ HOPF	8
1.4	Der Suspensionssatz von FREUDENTHAL	18
1.5	Der Weg zu den Resultaten $\pi_4(S^3) \cong \mathbb{Z}_2$ und $\pi_5(S^3) \neq 0$	22
2	CW-Komplexe und zelluläre Homologie	29
2.1	Zelluläre Strukturen	29
2.2	Zelluläre Homologie	37
2.3	Weitere Resultate und Beispiele zur zellulären Homologie	44
3	Eilenberg-MacLane-Räume und Moore-Räume	59
3.1	Die Existenz von EILENBERG-MACLANE-Räumen	59
3.2	Die Eindeutigkeit von EILENBERG-MACLANE-Räumen	63
3.3	Linsenräume als Beispiele für den Typ $K(\mathbb{Z}_m, 1)$	65
3.4	MOORE-Räume, Existenz und Eindeutigkeit	71
4	Faserungen über CW-Komplexen	75
4.1	HUREWICZ-Faserungen	76
4.2	Die Faserung einer stetigen Abbildung	86
4.3	Parakompakte Räume*	93
4.4	Das Theorem von MILNOR über TCW- n -Tupel*	99
5	Zelluläre Kohomologie und Produkte	125
5.1	Zelluläre Kohomologiegruppen und Produkte	125
5.2	Das Kreuzprodukt in der singulären Kohomologie	131
5.3	Das Kreuzprodukt in der zellulären Kohomologie	136
5.4	Die Homologie und Kohomologie von Produkträumen	139
5.5	Die Tor-Ext-Adjunktion für injektive Gruppen	147

6	Serre-Spektralsequenzen	157
6.1	Filtrierte Kettenkomplexe und Treppendiagramme	157
6.2	Die Seiten der Homologie-Spektralsequenz	159
6.3	Die Bestimmung der Gruppen $E_{p,q}^2$	168
6.4	Beispiele für Spektralsequenzen	183
6.5	Spektralsequenzen in der Kohomologie	186
6.6	Verallgemeinerung auf abelsche Koeffizientengruppen G	191
7	Modulo-$\mathcal{C}$-Klassen und die rationale Sphärenhomotopie ...	197
7.1	POSTNIKOV-Türme und der Satz von HUREWICZ-SERRE ...	197
7.2	Rationale (Ko-)Homologie- und Homotopietheorie	209
7.3	Das Theorem von SERRE über die Gruppen $\pi_k(S^n) \otimes \mathbb{Q}$...	211
7.4	Eine Multiplikation für die Gruppen $E_r^{p,q}$	226
8	Lokalisierungen von topologischen Räumen*	255
8.1	Die Existenz von $\mathcal{P}$ -Lokalisierungen	256
8.2	Das Theorem von SERRE mit $\mathbb{Q}$ -Lokalisierungen	299
8.3	p -Lokalisierungen in Spektralsequenzen	302
9	Steenrod-Squares	315
9.1	Kettenhomotopien in der Kohomologie	316
9.2	Die Konstruktion der STEENROD-Squares – Teil I	320
9.3	Äquivariante Homologie und Kohomologie	327
9.4	Die Konstruktion der STEENROD-Squares – Teil II	331
9.5	BOCKSTEIN-Homomorphismen	350
9.6	Die STEENROD-Algebra und die ADEM-Relationen	353
9.7	STEENROD-Squares für allgemeine CW-Paare	371
9.8	Der Eindeutigkeitssatz	376
9.9	Mit STEENROD-Squares zu $\pi_5(S^3) \neq 0$ und $\pi_2^s \neq 0$	391
9.10	STEENROD-Squares und Divisionsalgebren	395

10 Konkrete Berechnungen in der Sphärenhomotopie	409
10.1 Die Bestimmung von $\pi_k(S^n)$ für $k > n$ im Überblick	409
10.2 Klassische Beiträge zur Sphärenhomotopie	414
10.3 Die Sätze von HUREWICZ und WHITEHEAD modulo $\mathcal{C}$	419
10.4 Die Reduktionssätze von SERRE für $\pi_k(S^n)$	424
10.5 Die ungerade Torsion in $\pi_k(S^3)$ für $4 \leq k \leq 10$	435
10.6 Intermezzo: Technische Ergänzungen zu Spektralsequenzen	440
10.7 STEENROD-Squares in Spektralsequenzen	448
10.8 Die Kohomologieringe $H^*(\mathbb{Z}, n; \mathbb{Z}_2)$ und $H^*(\mathbb{Z}_{2^k}, n; \mathbb{Z}_2)$	453
10.9 Die stabilen Stämme π_k^s für $k \leq 5$	461
10.10 Die gerade Torsion in $\pi_k(S^3)$ für $4 \leq k \leq 10$	474
Literaturverzeichnis	497
Symbolverzeichnis	505
Index	507