

Inhaltsverzeichnis

1	Matrizen	1
1.1	Einleitung	1
1.2	Erklärungen und Bezeichnungen	2
1.3	Rechnen mit Matrizen	5
1.4	Rang einer Matrix	10
1.5	Quadratische Matrizen	15
1.6	Inverse Matrizen	18
1.7	Orthogonale Matrizen	19
2	Determinanten	23
2.1	Erste einfache Erklärungen	23
2.2	Elementare Umformungen	26
3	Lineare Gleichungssysteme	31
3.1	Bezeichnungen	31
3.2	Existenz und Eindeutigkeit	32
3.3	Determinantenkriterium	36
3.4	L-R-Zerlegung	36
3.4.1	Die Grundaufgabe	36
3.4.2	Existenz der L-R-Zerlegung	41
3.4.3	L-R-Zerlegung und lineare Gleichungssysteme	43
3.5	Pivotsierung	45
3.5.1	L-R-Zerlegung, Pivotisierung und lineare Gleichungssysteme	50
3.5.2	L-R-Zerlegung, Pivotisierung und inverse Matrix	52
4	Funktionen mehrerer Veränderlicher – Stetigkeit	55
4.1	Erste Erklärungen	55
4.2	Beschränktheit	59
4.3	Grenzwert einer Funktion	61
4.4	Stetigkeit	64
5	Funktionen mehrerer Veränderlicher – Differenzierbarkeit	69
5.1	Partielle Ableitung	69
5.2	Höhere Ableitungen	75
5.3	Totale Ableitung	77
5.4	Richtungsableitung	84
5.5	Relative Extrema	90
5.6	Wichtige Sätze der Analysis	97
6	Kurvenintegrale	103
6.1	Kurvenstücke	104
6.2	Kurvenintegral 1. Art	105
6.3	Kurvenintegral 2. Art	113

6.4	Kurvenhauptsatz	119
7	Doppelintegrale	129
7.1	Berechnung des Doppelintegrals	129
7.2	Transformation der Variablen	134
7.3	Rechenregeln	137
8	Dreifachintegrale	141
8.1	Berechnung	142
8.2	Rechenregeln	143
8.3	Transformation der Variablen	144
8.4	Kugel- und Zylinderkoordinaten	144
9	Oberflächenintegrale	149
9.1	Oberflächenintegrale 1. Art	149
9.2	Oberflächenintegrale 2. Art	153
10	Integralsätze	161
10.1	Divergenz	161
10.2	Der Divergenzsatz von Gauß	162
10.3	Der Satz von Stokes	164
11	Interpolation mit Splines	171
11.1	Einführendes Beispiel	172
11.2	Existenz und Eindeutigkeit der Polynominterpolation	173
11.3	Interpolation mit linearen Splines	176
11.4	Interpolation mit Hermite-Splines	183
11.5	Interpolation mit kubischen Splines	189
12	Gewöhnliche Differentialgleichungen	195
12.1	Diese Mathematiker immer mit Existenz und Eindeutigkeit	196
12.2	Existenz und Eindeutigkeit	196
12.3	Numerische Verfahren	200
12.4	Euler-Polygonzug-Verfahren	201
12.5	Zur Konvergenz des Euler-Verfahrens	204
12.6	Runge-Kutta-Verfahren	208
12.7	Zur Konvergenz des Runge-Kutta-Verfahrens	210
12.8	Ausblick	211
13	Partielle Differentialgleichungen	213
13.1	Typeinteilung	213
13.2	Laplace- und Poisson-Gleichung	215
13.2.1	Eindeutigkeit und Stabilität	216
13.2.2	Zur Existenz	217
13.2.3	Differenzenverfahren für die Poissons-Gleichung	217
13.2.4	Zur Konvergenz	222

13.3	Die Wärmeleitungsgleichung	225
13.3.1	Eindeutigkeit und Stabilität	226
13.3.2	Zur Existenz	226
13.3.3	Differenzenverfahren für die Wärmeleitungsgleichung	228
13.3.4	Stabilität des Differenzenverfahrens	232
13.4	Die Wellengleichung	235
13.4.1	Eindeutigkeit und Stabilität	237
13.4.2	Zur Existenz	238
13.4.3	Differenzenverfahren für die Wellengleichung	238
13.4.4	Stabilität des Differenzenverfahrens	242
14	Kurze Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung	245
14.1	Kombinatorik	245
14.1.1	Permutationen	245
14.1.2	Variationen	247
14.1.3	Kombinationen	250
14.1.4	Ein Sitz- und ein ungelöstes Problem	252
14.2	Wahrscheinlichkeitsrechnung	256
14.2.1	Definitionsversuch nach Laplace und von Mises	256
14.2.2	Axiomatische Wahrscheinlichkeitstheorie	261
14.2.3	Einige elementare Sätze	263
14.2.4	Bedingte Wahrscheinlichkeit	264
14.2.5	Zufallsvariable	270
14.2.6	Verteilungsfunktion	271
14.2.7	Erwartungswert und Streuung	274
14.2.8	Tschebyscheffsche Ungleichung	276
14.2.9	Gesetz der großen Zahlen	277
14.2.10	Binomialverteilung	278
14.2.11	Poissonverteilung	280
14.2.12	Gauß- oder Normalverteilung	281
14.2.13	Grenzwertsätze	282
Literaturverzeichnis	285	
Index	287	