

# Inhaltsverzeichnis

## Einleitung.

<b>Numerische Berechnungen im Gebiete der elliptischen Funktionen...</b>	<b>1</b>
0.1 Berechnung der Perioden bei gegebenen Invarianten. ....	1
0.2 Berechnung der Invarianten bei gegebenen Perioden. ....	10
0.3 Berechnung der elliptischen Funktionen bei gegebenem Argumente und gegebenen Perioden. ....	13
0.4 Berechnung der elliptischen Integrale erster und zweiter Gattung bei gegebenen Grenzen und Invarianten. ....	15
0.5 Tafeln. ....	21

## Abschnitt I Geometrische Anwendungen der elliptischen Funktionen.

<b>1 Bogen- und Flächenberechnungen. ....</b>	<b>45</b>
1.1 Die Bogenlänge der Lemniskate. ....	45
1.2 Anwendungen des Additionstheorems auf Bogenkonstruktionen bei der Lemniskate. ....	48
1.3 Satz von Gauß über die Lemniskatenteilung. ....	56
1.4 Die Bogenlängen der Ellipse und Hyperbel. ....	65
1.5 Die Oberfläche des Ellipsoids. ....	67
<b>2 Ebene Kurven dritten Grades und elliptische Funktionen. ....</b>	<b>79</b>
2.1 Kurve dritten Grades und Periodenparallelogramm. ....	79
2.2 System der Wendepunkte der Kurve $K_3$ . ....	82
2.3 Die kanonischen Koordinatensysteme der Kurven $K_3$ . ....	83
2.4 Die Kollineationsgruppe $G_{18}$ der Kurve $K_3$ in sich. ....	86
2.5 Die singulären Koordinatensysteme der Kurven $K_3$ . ....	91
2.6 Die Hessesche Kollineationsgruppe $G_{216}$ . ....	94
2.7 Gruppe aller eindeutigen Transformationen der Kurve $K_3$ in sich. ..	97
2.8 Realitätsbetrachtungen. ....	101
2.9 Raumkurven vierter Ordnung und elliptische Funktionen. ....	104

<b>3</b>	<b>Vermischte geometrische Anwendungen.</b>	<b>109</b>
3.1	Ponceletsche Polygone.	109
3.2	Darstellung der geodätischen Linien auf dem Umdrehungsellipsoid durch elliptische Funktionen.	114
3.3	Verlauf der geodätischen Linien auf dem Umdrehungsellipsoid.	122
3.4	Sphärische Dreiecke und Additionstheorem.	127

## **Abschnitt II Arithmetische Anwendungen der elliptischen Funktionen.**

<b>4</b>	<b>Komplexe Multiplikation und Klassengleichungen.</b>	<b>133</b>
4.1	Die komplexe Multiplikation der elliptischen Funktionen.	133
4.2	Einführung der Klasseninvarianten und der Klassengleichung.	136
4.3	Angaben über spezielle Transformationsgleichungen erster Stufe.	138
4.4	Herstellung der Klassengleichung.	142
4.5	Gruppe der Formenkomposition.	151
4.6	Diskriminante der Transformationsgleichung bei einem Primzahlgrade.	156
4.7	Beziehungen zwischen den Wurzeln der Klassengleichung $H_D(j) = 0$ .	161
4.8	Primidealzerlegungen rationaler Primzahlen im Klassenkörper.	172
4.9	Irreduzibilität der Klassengleichung in $(\mathfrak{R}, \sqrt{D})$ .	178
4.10	Angaben über ambige Klassen.	179
4.11	Galoissche Gruppe der Klassengleichung.	182
<b>5</b>	<b>Transformation der elliptischen Funktionen und Berechnung der Klasseninvarianten.</b>	<b>185</b>
5.1	Transformationsgruppe, Klassengruppe und Hauptgruppe.	185
5.2	Methoden zur Berechnung der Klasseninvarianten.	190
5.3	Einfachste Beispiele zur Berechnung der Klasseninvarianten.	193
5.4	Bericht über frühere Untersuchungen.	200
5.5	Hauptpolygon, Zwischengruppen und Formklassen beim Grade 110.	207
5.6	Herstellung der Hauptfunktion des Grades 110.	211
5.7	Funktionssysteme der Zwischengruppen.	218
5.8	Hauptgruppe und Hauptfunktion des 55 <sup>sten</sup> Transformationsgrades.	221
5.9	Zwischengruppen $G_{1,t}^{(55)}$ und Eckenwerte der Hauptfunktion $u(\omega)$ .	226
5.10	Übergang zum Transformationsgrade 11.	229
5.11	Klasseninvarianten und Klassenkörper der Diskriminanten $-55$ , $-220$ , $-440$ .	232
5.12	Anhang: Fortsetzung der Berechnung der Klasseninvarianten.	237
<b>6</b>	<b>Vermischte arithmetische Anwendungen.</b>	<b>245</b>
6.1	Relationen zwischen Darstellungsanzahlen und Teilersummen.	245
6.2	Klassenzahlrelation erster Stufe.	254
6.3	Angaben über Klassenzahlrelationen höherer Stufen.	261
6.4	Die Kroneckersche Grenzformel.	263

**Abschnitt III Mechanische und physikalische Anwendungen.**

<b>7</b>	<b>Analytische Theorie des ebenen Gelenkvierecks. ....</b>	<b>277</b>
7.1	Das Gelenkviereck und Kurven dritten Grades. ....	277
7.2	Das Gelenkviereck und elliptische Funktionen. ....	281
7.2.1	Eine Formel von Jacobi. ....	281
7.2.2	Ansatz zur Darstellung der Koordinaten durch elliptische Funktionen. ....	282
7.2.3	Der Integralmodul $k$ , die Modulfunktion $\ell(\omega)$ und Ausartungen. ....	285
7.2.4	Gleichungen für die Parameter $u$ . ....	287
7.2.5	Der Grenzfall $d = 0$ . ....	291
7.2.6	Gleichungen für die Parameterhalbierung $u/2$ . ....	292
7.2.7	Beschreibung der Winkel im Gelenkviereck durch elliptische Funktionen. ....	294
7.2.8	Darstellung der Diagonalen durch elliptische Funktionen. ..	298
7.3	Alternative Behandlung des Gelenkvierecks. ....	299
7.3.1	Ansatz für die Parameter $\mu$ . ....	300
7.3.2	Beschreibung der Winkel im Gelenkviereck durch elliptische Funktionen. ....	303
7.3.3	Darstellung der Diagonalen durch elliptische Funktionen. ..	305
7.3.4	Gleichungen für die Parameter $\mu$ . ....	306
7.3.5	Darstellung der Winkel mit einem Parameter $\theta$ . ....	307
7.4	Geometrische Deutung der Winkel $\varphi, \psi, \chi$ und der Parameter $\mu$ . ..	311
	<b>Ergänzende Literatur. ....</b>	<b>315</b>
	<b>Register. ....</b>	<b>319</b>