

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen	1
1.1	Zufallsexperiment und Ereignisse	2
1.2	Wahrscheinlichkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit und Satz von Bayes	5
1.2.1	Was sind Eigenschaften der Wahrscheinlichkeit?	6
1.2.2	Der Satz von Bayes	9
1.3	Zufallsvariable, Erwartungswert und Varianz	10
1.3.1	Erstes Moment der Verteilungsfunktion – Erwartungswert	14
1.3.2	Zweites Moment der Verteilungsfunktion – Varianz	15
1.4	Zufallsfunktionen, Kovarianz und Korrelation	16
1.4.1	Kovarianz und Korrelation	18
1.4.2	Zufallsfunktion	19
1.5	Die Normalverteilung	20
1.5.1	Univariate Normalverteilung	20
1.5.2	Multivariate Normalverteilung	21
1.5.3	Die bedingte Normalverteilung	22
1.6	Anwendungsspezifische Grundlagen	22
1.6.1	Definition der Zielstellung	23
1.6.2	Zur Verfügung stehende Daten	25
1.6.3	Kontinuität der Eigenschaften	27
1.7	Lernfragen	30
1.8	Aufgaben	31
	Literatur	33
2	Explorative Datenanalyse (EDA)	35
2.1	EDA Workflow	37
2.2	Stützung der Daten und Sammelproben	39
2.2.1	Bedeutung der Stützung in der EDA	39
2.2.2	Bildung von Sammelproben – Compositing	41
2.3	Datentabellen, Histogramm und Visualisierung von Geodaten	41
2.3.1	Datenbasis	41
2.3.2	Datenklassen und Häufigkeitstabellen	42
2.3.3	Visualisierung der räumlichen Verteilung der Daten	43
2.3.4	Histogramm und kumulatives Histogramm	44
2.4	Univariate statistische Analyse	46
2.4.1	Lageparameter	46
2.4.2	Parameter der Streuung	47
2.4.3	Weitere Parameter der Verteilung	49
2.4.4	Grafische Darstellung in Box-Whisker Plot	49
2.4.5	Zur Detektion von und zum Umgang mit Ausreißern	50
2.4.6	Anzahl notwendiger Daten	52
2.5	Bivariate Statistische Analyse	53
2.5.1	Scatter-Plot	53
2.5.2	Empirische Kovarianz	54
2.5.3	Empirischer Korrelationskoeffizient nach Pearson	54

2.5.4	Empirischer Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman	55
2.5.5	Bedingter Erwartungswert	55
2.5.6	Beispiel	56
2.5.7	Vergleich zweier Verteilungen mittels QQ- und PP-Plot	56
2.5.8	Einfache lineare Regression	58
2.5.9	Herleitung der Regressionskoeffizienten	60
2.6	Ausblick: multi-variate Statistik	61
2.6.1	Statistische Verfahren zur Dimensionsreduktion	62
2.6.2	Cluster-Analyse	62
2.6.3	Klassifikation	63
2.6.4	Multiple lineare und nicht-lineare Regression	63
2.7	Lernfragen	64
2.8	Aufgaben	64
	Literatur	65
3	Analyse der Räumlichen Veränderlichkeit	67
3.1	Analyse räumlicher Veränderlichkeit – Das Variogramm	69
3.1.1	Datenpaare und Abstandsklassen	70
3.1.2	Der h-Scatterplot	71
3.1.3	Der Variogrammwert	72
3.1.4	Das experimentelle Variogramm	74
3.2	Die empirische Autokovarianz und Autokorrelation	75
3.3	Die Beziehung zwischen Variogramm, Kovariogramm und Autokorrelation	78
3.4	Praktische Aspekte	79
3.4.1	Abstandsklassen und Toleranzen	80
3.4.2	Richtungsabhängige Variabilität	80
3.4.3	Richtungsklassen und Toleranzen	81
3.5	Anwendungen	84
3.5.1	Abschätzung der Unsicherheit bei Messwertübertragung	84
3.5.2	Richtungsabhängige Erkundungsraster	86
3.5.3	Variogramm und Trendeinfluss	87
3.5.4	Indikatorvariogramm	88
3.6	Kreuzvariogramm, Kreuzkovarianz und Kreuzkorrelation	90
3.7	Ausblick: Multi-Point Statistik	93
3.8	Lernfragen	94
3.9	Aufgaben	95
	Literatur	96
4	Modellannahmen in der Geostatistik	97
4.1	Der stochastische Modellansatz in der Geostatistik	98
4.1.1	Deterministische und stochastische Modelle	98
4.1.2	Wahl des stochastischen Modellansatzes	100
4.1.3	Geschichtliche Randbemerkung	101
4.2	Die regionalisierte Zufallsfunktion	101
4.3	Modellannahmen	105
4.3.1	Stationarität	105
4.3.2	Das Trend-Signal-Rauschen Modell	108

4.3.3	Ergodizität.....	110
4.3.4	Zum Umgang mit Modellannahmen.....	112
4.4	Lernfragen	112
4.5	Aufgaben	112
	Literatur	113
5	Schätzen der Parameter der räumlichen Zufallsfunktion	115
5.1	Bevorzugtes Beprobten und Declustern	116
5.1.1	Polygonales Declustering	117
5.1.2	Zellen-Declustering	118
5.1.3	Declustering durch Kriging-Gewichte.....	119
5.1.4	Declustering und das Variogramm.....	120
5.1.5	Beispiel	120
5.2	Theoretische Variogrammmodelle	122
5.2.1	Bedingungen an Variogrammmodelle.....	122
5.2.2	In der Praxis häufig genutzte Variogrammmodelle.....	122
5.3	Anpassung der Variogrammmodelle	125
5.3.1	Manuelles oder automatisches Anpassen?	125
5.3.2	Geschachtelte Strukturen	126
5.3.3	Anisotropien	128
5.3.4	Praktische Hinweise zu Parametern	131
5.4	Modellierung von Kreuzvariogrammen	132
5.5	Lernfragen	132
5.6	Aufgaben	133
	Literatur	133
6	Grundlagen der räumlichen Interpolation und deterministische Verfahren	135
6.1	Der generellere Zugang zur räumlichen Interpolation	136
6.1.1	Definition des Interpolationsrasters.....	137
6.1.2	Räumliche Interpolation eines Rasterpunktes als gewichtetes Mittel aus Stützdaten.....	138
6.2	Einfache deterministische Interpolationsmethoden	139
6.2.1	Die Polygonmethode.....	139
6.2.2	Triangulation.....	140
6.2.3	Inverse Distanzwichtung	142
6.2.4	Multiquadratische Methode	144
6.2.5	Polynominterpolation	147
6.2.6	Spline-Interpolation	148
6.2.7	Wertung einfacher deterministischer Methoden der räumlichen Interpolation.....	149
6.3	Trendflächenapproximation	150
6.4	Bewertung der Modellgüte – Kreuzvalidierung	152
6.5	Lernfragen	153
6.6	Aufgaben	154
	Literatur	155

7	Geostatistische Verfahren zur räumlichen Interpolation -Kriging	157
7.1	Grundlagen des Krigings	159
7.1.1	Der lineare Ansatz des Krigings	160
7.1.2	Der fehlertheoretische beste und erwartungstreu Schätzer	160
7.1.3	Der Umgang mit der Trendkomponente.....	162
7.2	Simple Kriging	163
7.2.1	Simple Kriging und die Bedingung der Erwartungstreu.....	163
7.2.2	Herleitung der Simple Kriging-Gewichte nach der Bedingung der minimalen Schätzvarianz	164
7.2.3	Der Simple Kriging-Schätzer und die Simple Kriging -Varianz	166
7.2.4	Interpretation des Simple Kriging-Systems und praktische Aspekte.....	167
7.2.5	Simple Kriging-Beispiel	170
7.3	Ordinary Kriging	174
7.3.1	Ordinary Kriging und die Bedingung der Erwartungstreu.....	175
7.3.2	Herleitung der Ordinary Kriging-Gewichte nach der Bedingung der minimalen Schätzvarianz	175
7.3.3	Der Ordinary Kriging-Schätzer und die Ordinary Kriging-Varianz	178
7.3.4	Interpretation des Ordinary-Kriging-Systems und Praktische Aspekte.....	178
7.3.5	Ordinary Kriging Beispiel.....	179
7.4	Universal Kriging	181
7.4.1	Umgang mit dem Trend.....	182
7.4.2	Universal Kriging und die Bedingung der Erwartungstreu.....	184
7.4.3	Herleitung der Universellen Kriging-Gewichte nach der Bedingung der minimalen Schätzvarianz	184
7.4.4	Der Universelle Kriging-Schätzer und die Universelle Kriging-Varianz	186
7.4.5	Praktische Aspekte des Universellen Krigings	186
7.4.6	Universal Kriging Beispiel.....	187
7.5	Indikator Kriging	190
7.6	Multiples Indikator Kriging.....	192
7.7	Kriging des Mittelwertes und des Trends	194
7.7.1	Kriging des Mittelwertes	194
7.7.2	Kriging des Trends.....	196
7.7.3	Schätzung der Trendkomponenten durch Duales Kriging	198
7.8	Lernfragen	199
7.9	Aufgaben.....	199
	Literatur	201
8	Geostatistische Methoden zur Integration sekundärer Informationen...	203
8.1	Grundlagen des Co-Krigings	205
8.2	Stratifiziertes Kriging	206
8.3	Simple Kriging mit lokalem Erwartungswert	206
8.4	Kriging mit externem Trend.....	208
8.5	Co-Kriging.....	209
8.5.1	Der Co-Kriging-Ansatz.....	209
8.5.2	Ordinary Co-Kriging	210
8.6	Co-Located Co-Kriging	217
8.7	Gradienten-Kriging.....	219
8.7.1	Einführung.....	219

8.7.2	Bedingung der Erwartungstreue.....	220
8.7.3	Gleichungssystem des Gradientenkrigings.....	220
8.7.4	Kovarianzen der Gradienten und Kreuzkovarianzen	221
8.7.5	Der Gradientenkriging Schätzer und Schätzvarianz.....	223
8.7.6	Beispiel	223
8.8	Lernfragen	226
8.9	Aufgaben	227
	Literatur	228
9	Geostatistische Simulation – Grundlagen und Methoden	231
9.1	Einführung in die Geostatistische Simulation	233
9.2	Geostatistische Methoden zur Simulation kontinuierlicher Variablen	237
9.2.1	Die räumliche Zufallsfunktion als Grundlage	237
9.2.2	Bedingte Simulation von Gaußschen Zufallsvariablen	238
9.2.3	Die praktische Durchführung von Gaußschen Simulationsverfahren	244
9.3	Geostatistische Methoden zur Simulation kategorischer Variablen	247
9.3.1	Sequenzielle Indikator Simulation (SIS)	248
9.3.2	Multi-Point-Simulation.....	248
9.4	Kurzbeschreibung weiterer Verfahren zur geostatistischen Simulation	251
9.4.1	Das Verfahren der Turning Bands	251
9.4.2	Frequenzbasierte Verfahren	252
9.4.3	Verfahren durch numerische Zerlegung der Kovarianzmatrix.....	253
9.4.4	Verfahren durch sequenzielle Beprobung der Zufallsfunktion	253
9.4.5	Nichtparametrische Verfahren	254
9.4.6	Verfahren zur Simulation von Mustern	255
9.5	Einfaches Post-Processing der Simulationsergebnisse	256
9.5.1	Der bedingte Erwartungswert	256
9.5.2	Die bedingte Varianz.....	256
9.5.3	Wahrscheinlichkeiten zur Über- oder Unterschreitung von Grenzwerten	257
9.5.4	Beispiel	257
9.6	Lernfragen	258
9.7	Aufgaben	259
	Literatur	259
10	Geostatistische Simulation – Anwendungen	263
10.1	Das Konzept der Transferfunktion	264
10.2	Beispiele zur Bedeutung der in-situ Variabilität	266
10.3	Quantifizierung von Projektrisiko	270
10.3.1	Die Investitionsrechnung als Transferfunktion.....	270
10.3.2	Optimierung des Erkundungsprogrammes	273
10.3.3	Entscheidungsoptimierung unter geologischer Unsicherheit – Blockklassifizierung.....	276
10.4	Optimierung unter geologischer Unsicherheit	282
10.4.1	Grundlagen	282
10.4.2	Der Mathematische Ansatz des Operations-Research	282
10.4.3	Das Konzept der stochastischen Optimierung.....	283
10.4.4	Die Zielfunktion zur Optimierung unter geologischer Unsicherheit	285
10.4.5	Randbedingungen.....	285

10.4.6	Beispiel – Optimierung der Abbauplanung in einem Eisenerztagebau unter geologischer Unsicherheit	287
10.5	Lernfragen	292
	Literatur	292
11	Recovery Functions, Volumen-Varianz-Beziehung und Change of Support	295
11.1	Recovery Functions	297
11.2	Grade-Tonnage Curves	299
11.3	Die Stützung eines Modells	300
11.4	Die Streuvarianz	301
11.4.1	Definition	301
11.4.2	Additivität der Streuvarianz	302
11.4.3	Auswirkung der Streuvarianz auf ausbringbare Vorräte	302
11.5	Die Volumen -Varianz-Beziehung	304
11.6	Change of Support	306
11.6.1	Affine Transformation	307
11.6.2	Change of Support durch bedingte Simulation	309
11.6.3	Weitere Change of Support Modelle	309
11.7	Grade-Tonnage-Curves und Stützung	310
11.8	Regularisierung des Variogramms	312
11.9	Block-Kriging	315
11.10	Lernfragen	316
11.11	Aufgaben	317
	Literatur	318
12	Aktualisierung Geostatistischer Modelle	319
12.1	Einführung	320
12.2	Closed-Loop-Monitoring: Übergang zu einem kontinuierlichen Monitoring-Regelkreis	321
12.3	Ein Verfahren zur Aktualisierung von in Vorhersagemodellen	323
12.3.1	Verfahren basierend auf dem Kalman-Filter	323
12.3.2	Herleitung der Kalman-Matrix zur Modellaktualisierung	326
12.3.3	Erweiterung der Gleichungen in Anlehnung an den Ensemble Kalman-Filter	328
12.4	Illustratives Beispiel	330
12.4.1	Bewertungskriterien	332
12.4.2	Ergebnisse	332
12.5	Fallstudie im Industriemaßstab: Vorhersage des BOND – Indexes für Kugelmöhlen	334
12.5.1	Eingangsgroßen	335
12.5.2	Aktualisierung des Lagerstättenmodells	338
12.5.3	Ergebnisse	338
12.6	Zusammenfassung und Ausblick	340
12.7	Lernfragen	340
	Literatur	341
	Serviceteil	
	Anhang: Lösungen zu den Aufgaben	345
	Stichwortverzeichnis	355