

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen	1
1.1	Zufallsexperiment und Ereignisse	2
1.2	Wahrscheinlichkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit und Satz von Bayes	5
1.2.1	Was sind Eigenschaften der Wahrscheinlichkeit?.....	6
1.2.2	Der Satz von Bayes.....	9
1.3	Zufallsvariable, Erwartungswert und Varianz	10
1.3.1	Erstes Moment der Verteilungsfunktion – Erwartungswert.....	14
1.3.2	Zweites Moment der Verteilungsfunktion – Varianz	15
1.4	Zufallsfunktionen, Kovarianz und Korrelation.....	16
1.4.1	Kovarianz und Korrelation	18
1.4.2	Zufallsfunktion	19
1.5	Die Normalverteilung	20
1.5.1	Univariate Normalverteilung	20
1.5.2	Multivariate Normalverteilung.....	21
1.5.3	Die bedingte Normalverteilung.....	22
1.6	Anwendungsspezifische Grundlagen	22
1.6.1	Definition der Zielstellung	23
1.6.2	Zur Verfügung stehende Daten	25
1.6.3	Kontinuität der Eigenschaften	27
1.7	Lernfragen	30
1.8	Aufgaben.....	31
	Literatur	33
 2	 Explorative Datenanalyse (EDA)	 35
2.1	EDA Workflow	37
2.2	Stützung der Daten und Sammelproben	39
2.2.1	Bedeutung der Stützung in der EDA.....	39
2.2.2	Bildung von Sammelproben – Compositing.....	41
2.3	Datentabellen, Histogramm und Visualisierung von Geodaten	41
2.3.1	Datenbasis	41
2.3.2	Datenklassen und Häufigkeitstabellen	42
2.3.3	Visualisierung der räumlichen Verteilung der Daten	43
2.3.4	Histogramm und kumulatives Histogramm.....	44
2.4	Univariate statistische Analyse	46
2.4.1	Lageparameter.....	46
2.4.2	Parameter der Streuung	47
2.4.3	Weitere Parameter der Verteilung.....	49
2.4.4	Grafische Darstellung in Box-Whisker Plot.....	49
2.4.5	Zur Detektion von und zum Umgang mit Ausreißern.....	50
2.4.6	Anzahl notwendiger Daten	52
2.5	Bivariate Statistische Analyse	53
2.5.1	Scatter-Plot.....	53
2.5.2	Empirische Kovarianz.....	54
2.5.3	Empirischer Korrelationskoeffizient nach Pearson	54

2.5.4	Empirischer Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman.....	55
2.5.5	Bedingter Erwartungswert	55
2.5.6	Beispiel.....	56
2.5.7	Vergleich zweier Verteilungen mittels QQ- und PP-Plot.....	56
2.5.8	Einfache lineare Regression.....	58
2.5.9	Herleitung der Regressionskoeffizienten	60
2.6	Ausblick: multi-variate Statistik	61
2.6.1	Statistische Verfahren zur Dimensionsreduktion	62
2.6.2	Cluster-Analyse	62
2.6.3	Klassifikation	63
2.6.4	Multiple lineare und nicht-lineare Regression.....	63
2.7	Lernfragen	64
2.8	Aufgaben.....	64
	Literatur	65
3	Analyse der Räumlichen Veränderlichkeit	67
3.1	Analyse räumlicher Veränderlichkeit – Das Variogramm	69
3.1.1	Datenpaare und Abstandsklassen	70
3.1.2	Der h-Scatterplot.....	71
3.1.3	Der Variogrammwert	72
3.1.4	Das experimentelle Variogramm.....	74
3.2	Die empirische Autokovarianz und Autokorrelation	75
3.3	Die Beziehung zwischen Variogramm, Kovariogramm und Autokorrelation	78
3.4	Praktische Aspekte	79
3.4.1	Abstandsklassen und Toleranzen	80
3.4.2	Richtungsabhängige Variabilität.....	80
3.4.3	Richtungsklassen und Toleranzen.....	81
3.5	Anwendungen.....	84
3.5.1	Abschätzung der Unsicherheit bei Messwertübertragung	84
3.5.2	Richtungsabhängige Erkundungsraster	86
3.5.3	Variogramm und Trendeinfluss.....	87
3.5.4	Indikatorvariogramm	88
3.6	Kreuzvariogramm, Kreuzkovarianz und Kreuzkorrelation	90
3.7	Ausblick: Multi-Point Statistik.....	93
3.8	Lernfragen	94
3.9	Aufgaben.....	95
	Literatur	96
4	Modellannahmen in der Geostatistik.....	97
4.1	Der stochastische Modellansatz in der Geostatistik	98
4.1.1	Deterministische und stochastische Modelle.....	98
4.1.2	Wahl des stochastischen Modellansatzes	100
4.1.3	Geschichtliche Randbemerkung	101
4.2	Die regionalisierte Zufallsfunktion	101
4.3	Modellannahmen.....	105
4.3.1	Stationarität.....	105
4.3.2	Das Trend-Signal-Rauschen Modell	108

4.3.3	Ergodizität.....	110
4.3.4	Zum Umgang mit Modellannahmen.....	112
4.4	Lernfragen	112
4.5	Aufgaben	112
	Literatur	113
5	Schätzen der Parameter der räumlichen Zufallsfunktion	115
5.1	Bevorzugtes Beprobten und Declustern	116
5.1.1	Polygonales Declustering	117
5.1.2	Zellen-Declustering.....	118
5.1.3	Declustering durch Kriging-Gewichte.....	119
5.1.4	Declustering und das Variogramm.....	120
5.1.5	Beispiel.....	120
5.2	Theoretische Variogrammmmodelle	122
5.2.1	Bedingungen an Variogrammmmodelle.....	122
5.2.2	In der Praxis häufig genutzte Variogrammmmodelle.....	122
5.3	Anpassung der Variogrammmmodelle	125
5.3.1	Manuelles oder automatisches Anpassen?	125
5.3.2	Geschachtelte Strukturen	126
5.3.3	Anisotropien	128
5.3.4	Praktische Hinweise zu Parametern	131
5.4	Modellierung von Kreuzvariogrammen	132
5.5	Lernfragen	132
5.6	Aufgaben	133
	Literatur	133
6	Grundlagen der räumlichen Interpolation und deterministiche Verfahren	135
6.1	Der generellere Zugang zur räumlichen Interpolation	136
6.1.1	Definition des Interpolationsrasters.....	137
6.1.2	Räumliche Interpolation eines Rasterpunktes als gewichtetes Mittel aus Stützdaten.....	138
6.2	Einfache deterministiche Interpolationsmethoden	139
6.2.1	Die Polygonmethode.....	139
6.2.2	Triangulation.....	140
6.2.3	Inverse Distanzwichtung.....	142
6.2.4	Multiquadratische Methode	144
6.2.5	Polynominterpolation	147
6.2.6	Spline-Interpolation	148
6.2.7	Wertung einfacher deterministicischer Methoden der räumlichen Interpolation.....	149
6.3	Trendflächenapproximation	150
6.4	Bewertung der Modellgüte – Kreuzvalidierung	152
6.5	Lernfragen	153
6.6	Aufgaben	154
	Literatur	155

7	Geostatistische Verfahren zur räumlichen Interpolation -Kriging	157
7.1	Grundlagen des Krigings.....	159
7.1.1	Der lineare Ansatz des Krigings	160
7.1.2	Der fehlertheoretische beste und erwartungstreue Schätzer.....	160
7.1.3	Der Umgang mit der Trendkomponente.....	162
7.2	Simple Kriging.....	163
7.2.1	Simple Kriging und die Bedingung der Erwartungstreue.....	163
7.2.2	Herleitung der Simple Kriging-Gewichte nach der Bedingung der minimalen Schätzvarianz	164
7.2.3	Der Simple Kriging-Schätzer und die Simple Kriging -Varianz	166
7.2.4	Interpretation des Simple Kriging-Systems und praktische Aspekte.....	167
7.2.5	Simple Kriging-Beispiel.....	170
7.3	Ordinary Kriging.....	174
7.3.1	Ordinary Kriging und die Bedingung der Erwartungstreue.....	175
7.3.2	Herleitung der Ordinary Kriging-Gewichte nach der Bedingung der minimalen Schätzvarianz	175
7.3.3	Der Ordinary Kriging-Schätzer und die Ordinary Kriging-Varianz	178
7.3.4	Interpretation des Ordinary-Kriging-Systems und Praktische Aspekte.....	178
7.3.5	Ordinary Kriging Beispiel.....	179
7.4	Universal Kriging	181
7.4.1	Umgang mit dem Trend.....	182
7.4.2	Universal Kriging und die Bedingung der Erwartungstreue.....	184
7.4.3	Herleitung der Universellen Kriging-Gewichte nach der Bedingung der minimalen Schätzvarianz	184
7.4.4	Der Universelle Kriging-Schätzer und die Universelle Kriging-Varianz	186
7.4.5	Praktische Aspekte des Universellen Krigings.....	186
7.4.6	Universal Kriging Beispiel.....	187
7.5	Indikator Kriging	190
7.6	Multiples Indikator Kriging.....	192
7.7	Kriging des Mittelwertes und des Trends	194
7.7.1	Kriging des Mittelwertes	194
7.7.2	Kriging des Trends.....	196
7.7.3	Schätzung der Trendkomponenten durch Duales Kriging	198
7.8	Lernfragen	199
7.9	Aufgaben.....	199
	Literatur	201
8	Geostatistische Methoden zur Integration sekundärer Informationen...	203
8.1	Grundlagen des Co-Krigings	205
8.2	Stratifiziertes Kriging	206
8.3	Simple Kriging mit lokalem Erwartungswert	206
8.4	Kriging mit externem Trend	208
8.5	Co-Kriging	209
8.5.1	Der Co-Kriging-Ansatz.....	209
8.5.2	Ordinary Co-Kriging	210
8.6	Co-Located Co-Kriging	217
8.7	Gradienten-Kriging.....	219
8.7.1	Einführung	219

8.7.2	Bedingung der Erwartungstreue.....	220
8.7.3	Gleichungssystem des Gradientenkrigings.....	220
8.7.4	Kovarianzen der Gradienten und Kreuzkovarianzen	221
8.7.5	Der Gradientenkriging Schätzer und Schätzvarianz.....	223
8.7.6	Beispiel	223
8.8	Lernfragen	226
8.9	Aufgaben.....	227
	Literatur	228
9	Geostatistische Simulation – Grundlagen und Methoden	231
9.1	Einführung in die Geostatistische Simulation.....	233
9.2	Geostatistische Methoden zur Simulation kontinuierlicher Variablen.....	237
9.2.1	Die räumliche Zufallsfunktion als Grundlage	237
9.2.2	Bedingte Simulation von Gaußschen Zufallsvariablen	238
9.2.3	Die praktische Durchführung von Gaußschen Simulationsverfahren.....	244
9.3	Geostatistische Methoden zur Simulation kategorischer Variablen	247
9.3.1	Sequenzielle Indikator Simulation (SIS)	248
9.3.2	Multi-Point-Simulation.....	248
9.4	Kurzbeschreibung weiterer Verfahren zur geostatistischen Simulation	251
9.4.1	Das Verfahren der Turning Bands.....	251
9.4.2	Frequenzbasierte Verfahren	252
9.4.3	Verfahren durch numerische Zerlegung der Kovarianzmatrix.....	253
9.4.4	Verfahren durch sequenzielle Beprobung der Zufallsfunktion.....	253
9.4.5	Nichtparametrische Verfahren	254
9.4.6	Verfahren zur Simulation von Mustern	255
9.5	Einfaches Post-Processing der Simulationsergebnisse	256
9.5.1	Der bedingte Erwartungswert	256
9.5.2	Die bedingte Varianz.....	256
9.5.3	Wahrscheinlichkeiten zur Über- oder Unterschreitung von Grenzwerten	257
9.5.4	Beispiel	257
9.6	Lernfragen	258
9.7	Aufgaben.....	259
	Literatur	259
10	Geostatistische Simulation – Anwendungen	263
10.1	Das Konzept der Transferfunktion	264
10.2	Beispiele zur Bedeutung der in-situ Variabilität.....	266
10.3	Quantifizierung von Projektrisiko	270
10.3.1	Die Investitionsrechnung als Transferfunktion.....	270
10.3.2	Optimierung des Erkundungsprogrammes	273
10.3.3	Entscheidungsoptimierung unter geologischer Unsicherheit – Blockklassifizierung	276
10.4	Optimierung unter geologischer Unsicherheit.....	282
10.4.1	Grundlagen	282
10.4.2	Der Mathematische Ansatz des Operations-Research	282
10.4.3	Das Konzept der stochastischen Optimierung.....	283
10.4.4	Die Zielfunktion zur Optimierung unter geologischer Unsicherheit	285
10.4.5	Randbedingungen.....	285

10.4.6	Beispiel – Optimierung der Abbauplanung in einem Eisenerzgebau unter geologischer Unsicherheit	287
10.5	Lernfragen	292
	Literatur	292
11	Recovery Functions, Volumen-Varianz-Beziehung und Change of Support.....	295
11.1	Recovery Functions	297
11.2	Grade-Tonnage Curves	299
11.3	Die Stützung eines Modells	300
11.4	Die Streuvarianz	301
11.4.1	Definition	301
11.4.2	Additivität der Streuvarianz	302
11.4.3	Auswirkung der Streuvarianz auf ausbringbare Vorräte.....	302
11.5	Die Volumen -Varianz-Beziehung	304
11.6	Change of Support.....	306
11.6.1	Affine Transformation	307
11.6.2	Change of Support durch bedingte Simulation	309
11.6.3	Weitere Change of Support Modelle	309
11.7	Grade-Tonnage-Curves und Stützung	310
11.8	Regularisierung des Variogramms	312
11.9	Block-Kriging	315
11.10	Lernfragen	316
11.11	Aufgaben.....	317
	Literatur	318
12	Aktualisierung Geostatistischer Modelle	319
12.1	Einführung.....	320
12.2	Closed-Loop-Monitoring: Übergang zu einem kontinuierlichen Monitoring-Regelkreis	321
12.3	Ein Verfahren zur Aktualisierung von in Vorhersagemodellen	323
12.3.1	Verfahren basierend auf dem Kalman-Filter	323
12.3.2	Herleitung der Kalman-Matrix zur Modellaktualisierung	326
12.3.3	Erweiterung der Gleichungen in Anlehnung an den Ensemble Kalman-Filter	328
12.4	Illustratives Beispiel.....	330
12.4.1	Bewertungskriterien	332
12.4.2	Ergebnisse.....	332
12.5	Fallstudie im Industriemaßstab: Vorhersage des BOND – Indexes für Kugelmühlen.....	334
12.5.1	Eingangsgrößen	335
12.5.2	Aktualisierung des Lagerstättenmodells.....	338
12.5.3	Ergebnisse.....	338
12.6	Zusammenfassung und Ausblick.....	340
12.7	Lernfragen	340
	Literatur	341
Serviceteil		
	Anhang: Lösungen zu den Aufgaben	345
	Stichwortverzeichnis.....	355