

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Fachliche Grundlagen der Multiplikation	5
3	Nicht-symbolische Darstellung der Multiplikation	9
3.1	Darstellung mathematischer Inhalte	10
3.1.1	Darstellungsbegriff	10
3.1.2	Darstellung der Multiplikation	11
3.1.3	Rechteckmodelle als tragfähige Darstellung der Multiplikation	15
3.2	Wechsel zwischen Darstellungsformen	22
3.2.1	Darstellungswechsel als Indikator für Operationsverständnis	22
3.2.2	Empirische Erkenntnisse zum Darstellungswechsel im Kontext der Multiplikation	27
3.3	Zusammenfassung	31
4	Lösung von Multiplikationsaufgaben	33
4.1	Rechenstrategien und andere Lösungsstrategien	34
4.1.1	Lösungsstrategien bei Aufgaben zur Multiplikation	34
4.1.2	Strategiebegriff	37
4.1.3	Rechenstrategien zur Lösung von Multiplikationsaufgaben	41
4.1.4	Verständnis von Strategien in dieser Arbeit	48
4.2	Fehler und Fehleranalyse	50
4.2.1	Fehlerbegriff	50
4.2.2	Beschreibung von Fehlern	51

4.2.3	Fehlerursachen und ausgewählte Erklärungsansätze	56
4.2.4	Verständnis von Fehlern in dieser Arbeit	58
4.3	Empirischer Forschungsstand zu Rechenstrategien und Fehlern bei der Lösung von Multiplikationsaufgaben	59
4.3.1	Einflussfaktoren und Schwierigkeitsmerkmale	60
4.3.2	Rechenstrategien	64
4.3.3	Fehler	68
4.3.4	Strategien und Fehler am Rechteckmodell	71
4.4	Flexibilität und Adaptivität	77
4.4.1	Sichtweisen auf das flexible und adaptive Rechnen	78
4.4.2	Verständnis von Flexibilität und Adäquatheit in dieser Arbeit	83
4.4.3	Empirische Erkenntnisse zum flexiblen und adaptiven Rechnen	85
4.5	Zusammenfassung	89
5	Forschungsfragen und Untersuchungsdesign	91
5.1	Forschungsfragen	91
5.2	Untersuchungsdesign	94
5.2.1	Rahmenbedingungen	94
5.2.2	Erhebungsinstrumente	97
5.2.3	Stichprobe	106
5.3	Auswertungsmethoden und Gütekriterien	108
6	Ergebnisse der Studie	117
6.1	Qualitative Auswertung: Kategorisierung der Lösungswege	118
6.1.1	Kategorisierung tragfähiger Rechenstrategien	119
6.1.2	Kategorisierung auftretender Fehler	126
6.1.3	Gesamtbetrachtung des Lösungswegs	139
6.2	Ergebnisse bezogen auf die Gesamtheit an Lösungswegen	146
6.2.1	Andere Lösungsstrategien und Rechenstrategien	146
6.2.2	Tragfähige Rechenstrategien	148
6.2.3	Zusammenfassung	152
6.2.4	Fehlerhafte Lösungswege: Strategieabhängige Fehler und strategieunabhängige Fehler	154
6.2.5	Zusammenfassung	172
6.2.6	Zwischenfazit	175
6.3	Ergebnisse bezogen auf die teilnehmenden Kinder und gestellten Multiplikationsaufgaben	177
6.3.1	Subjektbezogene Analysen	178

6.3.2	Strategierepertoire der Kinder	185
6.3.3	Zusammenfassung	192
6.3.4	Aufgabenbezogene Analysen	193
6.3.5	Zusammenfassung	201
6.3.6	Zwischenfazit	202
6.4	Fehleranalysen	205
6.4.1	Typische Fehler	206
6.4.2	Systematische Fehler	207
6.4.3	Zusammenfassung	215
6.4.4	Zwischenfazit	217
6.5	Ergebnisse zur bildlichen Darstellung der Multiplikation	222
6.5.1	Erkennen ikonischer Modelle zur Multiplikation und Distributivität	223
6.5.2	Zusammenhänge zwischen dem Erkennen ikonischer Modelle und den mathematisch-symbolischen Lösungswegen	231
6.5.3	Zusammenfassung	236
6.5.4	Zwischenfazit	238
7	Zusammenfassung und Ausblick	241
7.1	Zentrale Ergebnisse	242
7.2	Ausblick	248
7.3	Fazit	250
	Literaturverzeichnis	253