

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	9
2	Folgen und Reihen	10
2.1	Grundlagen	10
2.2	Arithmetische Folgen	12
2.3	Geometrische Folgen	14
2.4	Grenzwerte von Folgen	18
3	Funktionen	21
3.1	Begriff der Funktion	21
3.2	Graphen von Funktionen	23
3.3	Geraden (lineare Funktionen)	26
3.4	Parabeln zweiten Grades	28
3.5	Parabeln n-ter Ordnung / Ganzrationale Funktionen	31
3.6	Gebrochenrationale Funktionen	33
3.7	Wurzelfunktionen	34
3.8	Umkehrfunktionen	36
3.9	Exponentialfunktion und Logarithmus	39
3.9.1	Exponentialfunktion	39
3.9.2	Darstellung des Taschenrechners für sehr große und sehr kleine Zahlen	41
3.9.3	Rechenregeln für Exponenten	41
3.9.4	Umkehrfunktion zur Exponentialfunktion	42
3.9.5	Rechenregeln für Logarithmen	45
3.10	Trigonometrische Funktionen	46
3.10.1	Die Sinusfunktion	46
3.10.2	Winkelmaße – Bogenmaß(rad) und Gradmaß(deg)	46
3.10.3	Cosinus und Tangens	47
3.10.4	Trigonometrische Umkehrfunktionen	49

4	Grenzwerte von Funktionen	50
4.1	Grenzwerte für x gegen unendlich	50
4.2	Grenzwerte gegen eine reelle Zahl	51
4.3	Übungsaufgaben	56
5	Steigung von Funktionen	58
5.1	Grundlagen	58
5.1.1	Steigung einer Geraden	58
5.1.2	Steigung von Sekante und Tangente	59
5.1.3	Bestimmung der Steigung einer Funktion	61
5.2	Ableitungen verschiedener Funktionen	66
5.2.1	Ableitung für Potenzen von x	66
5.2.2	Ableitungen mit Faktoren	68
5.2.3	Ableitungen für Trigonometrische Funktionen	69
5.2.4	Ableitungen von Exponentialfunktionen	70
5.2.5	Ableitung von Umkehrfunktionen	71
5.3	Ableitungen von verknüpften Funktionen	74
5.3.1	Ableitungen von Summen und Differenzen	74
5.3.2	Kettenregel	75
5.3.3	Produktregel	78
5.3.4	Quotientenregel	80
5.4	Ableitungsübersicht	81
5.5	Ableitungsübungen	83
5.6	Tangente und Normale	86
5.7	Konkave und konvexe Funktionen	90
5.8	Newton-Verfahren	92
5.8.1	Grundlagen	92
5.8.2	Berechnung von Nullstellen	94
5.8.3	Konvergenz des Newton-Verfahrens	97
5.9	Mittelwertsatz	99
5.10	Regel von de l' Hospital zur Bestimmung von Grenzwerten	100
5.10.1	Grundlagen	100
5.10.2	Schema zur Regel von de l' Hospital	102
5.10.3	Übungsaufgaben	103

6 Kurvendiskussion	105
6.1 Einführung	105
6.2 Monotonie	106
6.3 Stetige und unstetige Funktionen	107
6.4 Symmetrie von Funktionen	109
6.5 Nullstellen von Funktionen	113
6.6 Bestimmung von Hoch-, Tief- und Sattelpunkten	115
6.6.1 Notwendige Bedingung	115
6.6.2 Hinreichende Bedingung für Hoch- und Tiefpunkte	117
6.6.3 Beispiel zur Berechnung von Hoch- und Tiefpunkten	119
6.6.4 Sattelpunkte	122
6.6.5 Schema zur Bestimmung von Extremwerten	124
6.6.6 Randextrema und absolute Extrema	125
6.7 Wendepunkte	128
6.7.1 Grundlagen	128
6.7.2 Beispielaufgabe zu Wendepunkten	130
6.7.3 Schema zur Bestimmung von Wendepunkten	131
6.7.4 Weitere Zusammenhänge	134
6.8 Wertemengen von Funktionen	135
6.9 Kurvendiskussion für eine ganzrationale Funktion	138
6.9.1 Definitionsbereich	138
6.9.2 Symmetrie	138
6.9.3 Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen	139
6.9.4 Extremwerte	141
6.9.5 Wendepunkte	143
6.9.6 Zeichnung	144
6.9.7 Wertemenge	144
6.10 Besonderheiten bei gebrochenrationalen Funktionen	145
6.10.1 Beispielaufgabe	145
6.10.2 Zusammenfassung der Besonderheiten bei gebrochenrationalen Funktionen	153
6.11 Besonderheiten bei streng monotonen Funktionen	156
6.12 Schema zur Kurvendiskussion	158
6.13 Weitere Aufgaben zur Kurvendiskussion	160

7 Weitere Aufgabentypen zur Differentialrechnung	167
7.1 Bestimmung von Funktionsgleichungen	167
7.1.1 Einführung	167
7.1.2 Schema zur Bestimmung von Funktionsgleichungen	169
7.1.3 Übungsaufgaben	170
7.2 Extremwerte mit Nebenbedingungen	173
7.2.1 Einführung	173
7.2.2 Schema für Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen	176
7.2.3 Übungsaufgaben	177
7.3 Schnittpunkte von Funktionen	183
8 Integralrechnung	185
8.1 Grundlagen	185
8.2 Berechnung von Integralen	188
8.3 Bestimmtes Integral	190
8.4 Flächenberechnung	192
8.5 Bestimmung von einfachen Integralen	194
8.5.1 Einfache Stammfunktionen	194
8.5.2 Integrale von Funktionen, die addiert oder mit Konstanten multipliziert werden	197
8.5.3 Einfache verkettete Funktionen	198
8.6 Komplexere Integrationsmethoden	200
8.6.1 Substitutionsregel	200
8.6.1.1 Grundlagen	200
8.6.1.2 Substitution als Umkehrung der Kettenregel	202
8.6.1.3 Substitution zur Umformung des Integrals	204
8.6.1.4 Substitution bei bestimmten Integralen	206
8.6.1.5 Schema zur Integration mittels Substitution	208
8.6.2 Partielle Integration	209
8.6.3 Partialbruchzerlegung	211
8.6.3.1 Grundlagen	211
8.6.3.2 Weitere Zusammenhänge	214
8.6.3.3 Schema zur Partialbruchzerlegung	220
8.7 Tabelle wichtiger Stammfunktionen	225
8.8 Integralfunktionen	228
8.9 Uneigentliche Integrale	229

8.10	Berechnung von Summen mittels Integralen	232
8.11	Rotationskörper	233
8.12	Übungsaufgaben	234
9	Anhang	238
9.1	Lösungen von Gleichungen	238
9.1.1	Lineare Gleichungen	238
9.1.2	Quadratische Gleichungen	239
9.1.2.1	Quadratische Ergänzung	239
9.1.2.2	pq-Formel	240
9.1.2.3	Weitere Zusammenhänge	241
9.1.3	Homogene Gleichungen höherer Ordnung	242
9.1.4	Inhomogene Gleichungen höherer Ordnung	242
9.1.5	Gleichungen mit Quotienten	244
9.1.6	Komplexere Gleichungen	244
9.1.7	Gleichungssysteme	246
9.1.7.1	Lineare Gleichungssysteme	246
9.1.7.2	Nichtlineare Gleichungssysteme	248
9.1.8	Ungleichungen	249
9.2	Bruchrechnen	251
9.3	Grundlegende Rechenregeln	254
9.3.1	Wurzeln und Potenzen	254
9.3.2	Multiplizieren von Klammern	254
9.4	Typische Fehler	256
9.5	Formeln	257
9.5.1	Bruchrechnen	257
9.5.2	Rechnen mit Exponenten	257
9.5.3	Logarithmen	258
9.5.4	Trigonometrische Funktionen	258
9.5.5	Wichtige Identitäten	258
9.5.6	Ableitungsübersicht	259
9.5.7	Ableitungsregeln	260
9.5.8	Integrationsregeln	260
9.5.9	Tabelle wichtiger Stammfunktionen	261
9.6	Mathematische Zeichen	263
9.7	Griechisches Alphabet	265
	Stichwortverzeichnis	266