

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Funktionen einer reellen Variablen in ökonomischen Problemen . . . . .</b>	<b>13</b>
1.1	Mathematische Grundbegriffe . . . . .	13
1.1.1	Funktionsbegriff . . . . .	13
1.1.2	Ein Funktionenreservoir . . . . .	17
1.1.3	Eigenschaften von Funktionen . . . . .	21
1.1.4	Umkehrfunktion . . . . .	24
1.2	Funktionen für ökonomische Zusammenhänge . . . . .	29
1.3	Funktionen und ökonomisches Wachstum . . . . .	30
	Aufgaben 1.1 bis 1.18 . . . . .	33
<b>2</b>	<b>Differenzialrechnung für Funktionen einer reellen Variablen in ökonomischen Problemen . . . . .</b>	<b>36</b>
2.1	Einführung . . . . .	36
2.2	Mathematische Grundlagen . . . . .	37
2.2.1	Grenzwert . . . . .	37
	Aufgaben 2.1 bis 2.6 . . . . .	43
2.2.2	Stetigkeit . . . . .	44
2.2.3	Ableitung . . . . .	47
	Aufgaben 2.7 bis 2.15 . . . . .	55
2.2.4	Differenzial . . . . .	56
	Aufgabe 2.16 . . . . .	60
2.2.5	Untersuchung von Funktionen mithilfe ihrer Ableitungen . . . . .	60
	Aufgaben 2.17 und 2.18 . . . . .	66
2.2.6	Nichtlineare Gleichungen in ökonomischen Problemen und deren Lösung . . . . .	66
	Aufgaben 2.19 und 2.20 . . . . .	70
2.3	Ökonomische Probleme und Ableitungen von Funktionen . . . . .	71
	Aufgaben 2.21 bis 2.29 . . . . .	78
2.4	Reagibilität und Ableitungen . . . . .	79
	Aufgaben 2.30 bis 2.41 . . . . .	96
2.5	Extremwertaufgaben der Ökonomie . . . . .	98
2.5.1	Extrema für Kostenfunktionen . . . . .	98
	Aufgaben 2.42 bis 2.48 . . . . .	109
2.5.2	Gewinnmaximum . . . . .	110
	Aufgaben 2.49 bis 2.57 . . . . .	140
2.6	Die Regel von de L'HOSPITAL . . . . .	142
	Aufgabe 2.58 . . . . .	145
2.7	Reihen und Potenzreihen . . . . .	145
2.7.1	Reihen . . . . .	145
2.7.2	Potenzreihen . . . . .	150
2.8	Entwicklung einer Funktion in eine Potenzreihe . . . . .	153
2.8.1	MACLAURINSche Reihen . . . . .	153

---

2.8.2	Allgemeine TAYLOR-Reihen . . . . .	157
	Aufgaben 2.59 bis 2.61 . . . . .	158
2.9	Komplexe Zahlen . . . . .	159
2.9.1	Definition und Darstellung komplexer Zahlen . . . . .	159
2.9.2	Das Rechnen mit komplexen Zahlen . . . . .	163
<b>3</b>	<b>Funktionen mit mehreren Veränderlichen . . . . .</b>	<b>169</b>
3.1	Definition und Darstellungsform von Funktionen mit mehreren Veränderlichen . . . . .	169
3.2	Partielle Differenziation . . . . .	172
	Aufgaben 3.1 bis 3.3 . . . . .	175
3.3	Partielle Ableitungen höherer Ordnung . . . . .	175
	Aufgabe 3.4 . . . . .	177
3.4	Tangentialebene und das totale Differenzial . . . . .	178
3.4.1	Geometrische Betrachtungen . . . . .	178
	Aufgabe 3.5 . . . . .	179
3.4.2	Das totale Differenzial . . . . .	179
3.5	Spezielle Ableitungstechniken . . . . .	181
3.5.1	Differenziation nach einem Parameter . . . . .	181
3.5.2	Implizite Differenziation . . . . .	182
3.6	Anwendungen . . . . .	182
3.6.1	Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme . . . . .	183
3.6.2	Lokale Extrema und Sattelpunkte . . . . .	185
3.6.3	Fehlerrechnung . . . . .	190
3.6.4	Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen . . . . .	191
	Aufgaben 3.6 bis 3.8 . . . . .	194
<b>4</b>	<b>Integralrechnung . . . . .</b>	<b>195</b>
4.1	Integration als Umkehrung der Differenziation – das unbestimmte Integral . . . . .	195
	Aufgaben 4.1 bis 4.3 . . . . .	202
	Aufgabe 4.4 . . . . .	203
4.2	Das bestimmte Integral – Hauptsatz der Integralrechnung . . . . .	204
	Aufgaben 4.5 und 4.6 . . . . .	209
4.3	Uneigentliche Integrale . . . . .	209
4.4	Geometrische Anwendungen . . . . .	211
4.4.1	Flächenberechnung . . . . .	211
4.4.2	Länge einer Kurve . . . . .	213
4.4.3	Volumen und Oberfläche von Rotationskörpern . . . . .	214
4.5	Anwendung der Integralrechnung in ökonomischen Zusammenhängen . . . . .	216
4.6	Numerische Integration . . . . .	219
	Aufgabe 4.7 . . . . .	221
4.7	Doppelintegrale . . . . .	221
4.7.1	Doppelintegrale in kartesischen Koordinaten . . . . .	221
4.7.2	Doppelintegrale in Polarkoordinaten . . . . .	224
	Aufgabe 4.8 . . . . .	227

<b>5</b>	<b>Lineare Algebra in Betriebs- und Volkswirtschaft . . . . .</b>	228
5.1	Einführende Beispiele ökonomischen Inhalts . . . . .	228
	Aufgaben 5.1 und 5.2 . . . . .	231
5.2	Mathematische Grundlagen der Matrizen- und Vektorrechnung . . . . .	231
5.2.1	Matrizen und Vektoren sowie ihre Spezifizierungen . . . . .	232
	Aufgaben 5.3 und 5.4 . . . . .	236
5.2.2	Rechnen mit Matrizen und Vektoren . . . . .	236
	Aufgaben 5.5 bis 5.8 . . . . .	245
5.2.3	Inverse Matrix . . . . .	245
	Aufgaben 5.9 bis 5.12 . . . . .	251
5.2.4	GAUSSscher Algorithmus . . . . .	252
	Aufgaben 5.13 und 5.14 . . . . .	257
5.2.5	Lineare Unabhängigkeit von Vektoren . . . . .	258
	Aufgaben 5.15 bis 5.17 . . . . .	262
5.3	Matrizen und Vektoren in Betriebs- und Volkswirtschaft . . . . .	263
	Aufgaben 5.18 bis 5.22 . . . . .	272
5.4	Mathematische Grundlagen linearer algebraischer Gleichungssysteme . . . . .	275
5.4.1	Einführung . . . . .	275
5.4.2	Lösung linearer algebraischer Gleichungssysteme: Begriff und Methode . . . . .	277
	Aufgaben 5.23 bis 5.25 . . . . .	280
5.4.3	GAUSSscher Algorithmus zur Lösung linearer algebraischer Gleichungssysteme . . . . .	281
	Aufgaben 5.26 bis 5.30 . . . . .	291
5.4.4	Basislösungen . . . . .	292
	Aufgaben 5.31 bis 5.36 . . . . .	298
5.4.5	Zusammenfassende Aussagen über lineare algebraische Gleichungssysteme . . . . .	299
	Aufgaben 5.37 bis 5.40 . . . . .	301
5.5	Lineare algebraische Gleichungssysteme in Betriebs- und Volkswirtschaft . . . . .	302
	Aufgaben 5.41 und 5.42 . . . . .	310
5.6	Determinante einer Matrix . . . . .	311
	Aufgaben 5.43 und 5.44 . . . . .	314
5.7	Das Eigenwertproblem für quadratische Matrizen . . . . .	315
	Aufgabe 5.45 . . . . .	319
<b>6</b>	<b>Lineare Optimierung in Volkswirtschaft und Betriebswirtschaft . . . . .</b>	320
6.1	Problemstellungen und Grundbegriffe . . . . .	320
6.1.1	Aufgabenstellung und Beispiele . . . . .	320
6.1.2	Das Rechnen mit Ungleichungen . . . . .	323
6.1.3	Die grafische Lösung . . . . .	326
6.1.4	Allgemeine mathematische Formulierung des linearen Optimierungsproblems . . . . .	331
6.2	Der Simplex-Algorithmus . . . . .	333
6.2.1	Die Grundideen des Simplex-Verfahrens . . . . .	333
6.2.2	Der Austauschschritt im Simplex-Tableau . . . . .	334
6.2.3	Die Simplex-Regeln . . . . .	338

6.2.4	Der Simplex-Algorithmus (Phase II) . . . . .	340
6.2.5	Theoretische Ergänzungen und Sonderfälle . . . . .	341
6.3	Der Simplex-Algorithmus für allgemeine lineare Programme . . . . .	343
6.3.1	Minimumprobleme, Gleichungsrestriktionen, Varianten der Vorzeichen- beschränkungen, obere und untere Schranken . . . . .	343
6.3.2	Simplex-Algorithmus: Phase I und Phase II . . . . .	346
6.4	Dualität . . . . .	348
6.4.1	Primal-Dual Beziehung und Dualitätssätze . . . . .	348
6.4.2	Primal-Dual Beziehung und Komplementarität . . . . .	351
6.4.3	Dualer Simplex-Algorithmus (Phase III) . . . . .	353
6.4.4	Ökonomische Interpretationen der Größen in den Simplex-Tableaus . . . . .	356
6.5	Weiterführende Aspekte . . . . .	357
6.5.1	Modellbildung . . . . .	357
6.5.2	Spezialfälle linearer Optimierung . . . . .	359
6.5.3	Sensitivitätsanalyse bei der linearen Optimierung . . . . .	362
6.5.4	Parametrische (lineare) Optimierung . . . . .	363
6.5.5	Effizienz und Vergleich von LP-Solvieren . . . . .	363
6.5.6	Ganzzahlige lineare Optimierung . . . . .	363
6.5.7	Nichtlineare Optimierung . . . . .	364
	Aufgaben 6.1 bis 6.11 . . . . .	364
7	<b>Finanzmathematik</b> . . . . .	368
7.1	Zinsrechnung . . . . .	369
7.1.1	Einfache Zinsen und Zinseszinsen . . . . .	369
7.1.2	Vorschüssige Verzinsung . . . . .	375
7.1.3	Gemischte Verzinsung . . . . .	377
7.1.4	Unterjährige Verzinsung . . . . .	378
7.1.5	Stetige Verzinsung . . . . .	380
	Aufgaben 7.1 bis 7.11 . . . . .	381
7.2	Barwert, Äquivalenz und Rendite . . . . .	382
7.2.1	Barwert und Äquivalenz . . . . .	382
7.2.2	Kapitalwertmethode . . . . .	384
7.2.3	Rendite . . . . .	386
7.2.4	Mittlerer Zahlungstermin und Duration . . . . .	390
	Aufgaben 7.12 bis 7.20 . . . . .	391
7.3	Rentenrechnung . . . . .	392
7.3.1	Nachschüssige und vorschüssige Renten . . . . .	392
7.3.2	Aufgeschobene, abgebrochene und ewige Rente . . . . .	398
7.3.3	Jährliche Verzinsung – unterjährige Rentenzahlung . . . . .	400
7.3.4	Unterjährige Verzinsung . . . . .	405
	Aufgaben 7.21 bis 7.31 . . . . .	406
7.4	Kreditrechnung . . . . .	408
7.4.1	Grundbegriffe . . . . .	408
7.4.2	Ratentilgung . . . . .	410
7.4.3	Annuitätentilgung . . . . .	410

7.4.4	Unterjährige Verzinsung, Tilgung und Rückzahlung . . . . .	414
7.4.5	Ratenkredit . . . . .	421
	Aufgaben 7.32 bis 7.41 . . . . .	422
7.5	Kurs- und Renditerechnung . . . . .	424
7.5.1	Grundlagen . . . . .	424
7.5.2	Zinsschuld . . . . .	425
7.5.3	Annuitätschuld . . . . .	429
	Aufgaben 7.42 bis 7.48 . . . . .	433
7.6	Abschreibung . . . . .	434
7.6.1	Grundlagen . . . . .	434
7.6.2	Lineare Abschreibung . . . . .	435
7.6.3	Geometrisch-degressive Abschreibung . . . . .	436
7.6.4	Weitere Abschreibungsarten . . . . .	437
7.6.5	Vergleich linearer und geometrisch-degressiver Abschreibung . . . . .	439
	Aufgaben 7.49 bis 7.55 . . . . .	441
7.7	Weitergehende Betrachtungen . . . . .	442
7.7.1	Rendite und Risiko . . . . .	442
7.7.2	„Neuere“ Finanzprodukte . . . . .	444
	Aufgaben 7.56 bis 7.58 . . . . .	445
<b>8</b>	<b>Weitere praktische Probleme und deren Lösung . . . . .</b>	<b>446</b>
8.1	Nichtlineare Optimierung . . . . .	446
8.1.1	Problemstellung, Grundlagen und grafische Lösungen . . . . .	447
8.1.2	Karush-Kuhn-Tucker-Theorie (KKT-Theorie) . . . . .	454
8.1.3	Nichtlineare Optimierungsprobleme ohne Nebenbedingungen . . . . .	458
8.1.4	Bausteine der allgemeinen NLP-Techniken (Übersicht) . . . . .	460
	Aufgaben 8.1 bis 8.5 . . . . .	462
8.2	Problemlösungen mit einem Standard-Software-System . . . . .	462
8.2.1	(Allgemeine) LP-Probleme . . . . .	463
8.2.2	Ausgewählte NLP-Probleme . . . . .	467
8.2.3	Portfolio-Probleme . . . . .	468
8.2.4	Transportprobleme . . . . .	471
8.2.5	Zuordnungsprobleme . . . . .	473
8.2.6	Netzwerkprobleme . . . . .	474
8.2.7	Netzplantechniken . . . . .	476
8.2.8	Kundenwanderung . . . . .	483
8.2.9	Verwaltung von Modellen: Algebraische Eingabe und Solver . . . . .	485
<b>Lösungen</b>	<b>488</b>	
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>521</b>	
<b>Sachwortverzeichnis</b>	<b>523</b>	