

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Funktionen einer reellen Variablen in ökonomischen Problemen . . . . .</b>	<b>13</b>
1.1	Mathematische Grundbegriffe . . . . .	13
1.1.1	Funktionsbegriff . . . . .	13
1.1.2	Ein Funktionenreservoir . . . . .	17
1.1.3	Eigenschaften von Funktionen . . . . .	21
1.1.4	Umkehrfunktion . . . . .	24
1.2	Funktionen für ökonomische Zusammenhänge . . . . .	29
1.3	Funktionen und ökonomisches Wachstum . . . . .	30
	Aufgaben 1.1 bis 1.18 . . . . .	33
<b>2</b>	<b>Differenzialrechnung für Funktionen einer reellen Variablen in ökonomischen Problemen . . . . .</b>	<b>36</b>
2.1	Einführung . . . . .	36
2.2	Mathematische Grundlagen . . . . .	37
2.2.1	Grenzwert . . . . .	37
	Aufgaben 2.1 bis 2.6 . . . . .	43
2.2.2	Stetigkeit . . . . .	44
2.2.3	Ableitung . . . . .	47
	Aufgaben 2.7 bis 2.15 . . . . .	55
2.2.4	Differenzial . . . . .	56
	Aufgabe 2.16 . . . . .	60
2.2.5	Untersuchung von Funktionen mithilfe ihrer Ableitungen . . . . .	60
	Aufgaben 2.17 und 2.18 . . . . .	66
2.2.6	Nichtlineare Gleichungen in ökonomischen Problemen und deren Lösung . .	66
	Aufgaben 2.19 und 2.20 . . . . .	70
2.3	Ökonomische Probleme und Ableitungen von Funktionen . . . . .	71
	Aufgaben 2.21 bis 2.29 . . . . .	78
2.4	Reagibilität und Ableitungen . . . . .	79
	Aufgaben 2.30 bis 2.41 . . . . .	96
2.5	Extremwertaufgaben der Ökonomie . . . . .	98
2.5.1	Extrema für Kostenfunktionen . . . . .	98
	Aufgaben 2.42 bis 2.48 . . . . .	109
2.5.2	Gewinnmaximum . . . . .	110
	Aufgaben 2.49 bis 2.57 . . . . .	140
2.6	Die Regel von de L'HOSPITAL . . . . .	142
	Aufgabe 2.58 . . . . .	145
2.7	Reihen und Potenzreihen . . . . .	145
2.7.1	Reihen . . . . .	145
2.7.2	Potenzreihen . . . . .	150
2.8	Entwicklung einer Funktion in eine Potenzreihe . . . . .	153
2.8.1	MACLAURINSche Reihen . . . . .	153

2.8.2	Allgemeine TAYLOR-Reihen . . . . .	157
	Aufgaben 2.59 bis 2.61 . . . . .	158
2.9	Komplexe Zahlen . . . . .	159
2.9.1	Definition und Darstellung komplexer Zahlen . . . . .	159
2.9.2	Das Rechnen mit komplexen Zahlen . . . . .	163
<b>3</b>	<b>Funktionen mit mehreren Veränderlichen . . . . .</b>	<b>169</b>
3.1	Definition und Darstellungsform von Funktionen mit mehreren Veränderlichen . . . . .	169
3.2	Partielle Differenziation . . . . .	172
	Aufgaben 3.1 bis 3.3 . . . . .	175
3.3	Partielle Ableitungen höherer Ordnung . . . . .	175
	Aufgabe 3.4 . . . . .	177
3.4	Tangentialebene und das totale Differenzial . . . . .	178
3.4.1	Geometrische Betrachtungen . . . . .	178
	Aufgabe 3.5 . . . . .	179
3.4.2	Das totale Differenzial . . . . .	179
3.5	Spezielle Ableitungstechniken . . . . .	181
3.5.1	Differenziation nach einem Parameter . . . . .	181
3.5.2	Implizite Differenziation . . . . .	182
3.6	Anwendungen . . . . .	182
3.6.1	Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme . . . . .	183
3.6.2	Lokale Extrema und Sattelpunkte . . . . .	185
3.6.3	Fehlerrechnung . . . . .	190
3.6.4	Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen . . . . .	191
	Aufgaben 3.6 bis 3.8 . . . . .	194
<b>4</b>	<b>Integralrechnung . . . . .</b>	<b>195</b>
4.1	Integration als Umkehrung der Differenziation – das unbestimmte Integral . . . . .	195
	Aufgaben 4.1 bis 4.3 . . . . .	202
	Aufgabe 4.4 . . . . .	203
4.2	Das bestimmte Integral – Hauptsatz der Integralrechnung . . . . .	204
	Aufgaben 4.5 und 4.6 . . . . .	209
4.3	Uneigentliche Integrale . . . . .	209
4.4	Geometrische Anwendungen . . . . .	211
4.4.1	Flächenberechnung . . . . .	211
4.4.2	Länge einer Kurve . . . . .	213
4.4.3	Volumen und Oberfläche von Rotationskörpern . . . . .	214
4.5	Anwendung der Integralrechnung in ökonomischen Zusammenhängen . . . . .	216
4.6	Numerische Integration . . . . .	219
	Aufgabe 4.7 . . . . .	221
4.7	Doppelintegrale . . . . .	221
4.7.1	Doppelintegrale in kartesischen Koordinaten . . . . .	221
4.7.2	Doppelintegrale in Polarkoordinaten . . . . .	224
	Aufgabe 4.8 . . . . .	227

<b>5</b>	<b>Lineare Algebra in Betriebs- und Volkswirtschaft</b>	<b>228</b>
5.1	Einführende Beispiele ökonomischen Inhalts	228
	Aufgaben 5.1 und 5.2	231
5.2	Mathematische Grundlagen der Matrizen- und Vektorrechnung	231
5.2.1	Matrizen und Vektoren sowie ihre Spezifizierungen	232
	Aufgaben 5.3 und 5.4	236
5.2.2	Rechnen mit Matrizen und Vektoren	236
	Aufgaben 5.5 bis 5.8	245
5.2.3	Inverse Matrix	245
	Aufgaben 5.9 bis 5.12	251
5.2.4	GAUSSscher Algorithmus	252
	Aufgaben 5.13 und 5.14	257
5.2.5	Lineare Unabhängigkeit von Vektoren	258
	Aufgaben 5.15 bis 5.17	262
5.3	Matrizen und Vektoren in Betriebs- und Volkswirtschaft	263
	Aufgaben 5.18 bis 5.22	272
5.4	Mathematische Grundlagen linearer algebraischer Gleichungssysteme	275
5.4.1	Einführung	275
5.4.2	Lösung linearer algebraischer Gleichungssysteme: Begriff und Methode	277
	Aufgaben 5.23 bis 5.25	280
5.4.3	GAUSSscher Algorithmus zur Lösung linearer algebraischer Gleichungssysteme	281
	Aufgaben 5.26 bis 5.30	291
5.4.4	Basislösungen	292
	Aufgaben 5.31 bis 5.36	298
5.4.5	Zusammenfassende Aussagen über lineare algebraische Gleichungssysteme	299
	Aufgaben 5.37 bis 5.40	301
5.5	Lineare algebraische Gleichungssysteme in Betriebs- und Volkswirtschaft	302
	Aufgaben 5.41 und 5.42	310
5.6	Determinante einer Matrix	311
	Aufgaben 5.43 und 5.44	314
5.7	Das Eigenwertproblem für quadratische Matrizen	315
	Aufgabe 5.45	319
<b>6</b>	<b>Lineare Optimierung in Volkswirtschaft und Betriebswirtschaft</b>	<b>320</b>
6.1	Problemstellungen und Grundbegriffe	320
6.1.1	Aufgabenstellung und Beispiele	320
6.1.2	Das Rechnen mit Ungleichungen	323
6.1.3	Die grafische Lösung	326
6.1.4	Allgemeine mathematische Formulierung des linearen Optimierungsproblems	331
6.2	Der Simplex-Algorithmus	333
6.2.1	Die Grundideen des Simplex-Verfahrens	333
6.2.2	Der Austauschschritt im Simplex-Tableau	334
6.2.3	Die Simplex-Regeln	338

6.2.4	Der Simplex-Algorithmus (Phase II) . . . . .	340
6.2.5	Theoretische Ergänzungen und Sonderfälle . . . . .	341
6.3	Der Simplex-Algorithmus für allgemeine lineare Programme . . . . .	343
6.3.1	Minimumprobleme, Gleichungsrestriktionen, Varianten der Vorzeichen- beschränkungen, obere und untere Schranken . . . . .	343
6.3.2	Simplex-Algorithmus: Phase I und Phase II . . . . .	346
6.4	Dualität . . . . .	348
6.4.1	Primal-Dual Beziehung und Dualitätssätze . . . . .	348
6.4.2	Primal-Dual Beziehung und Komplementarität . . . . .	351
6.4.3	Dualer Simplex-Algorithmus (Phase III) . . . . .	353
6.4.4	Ökonomische Interpretationen der Größen in den Simplex-Tableaus . . . . .	356
6.5	Weiterführende Aspekte . . . . .	357
6.5.1	Modellbildung . . . . .	357
6.5.2	Spezialfälle linearer Optimierung . . . . .	359
6.5.3	Sensitivitätsanalyse bei der linearen Optimierung . . . . .	362
6.5.4	Parametrische (lineare) Optimierung . . . . .	363
6.5.5	Effizienz und Vergleich von LP-Solvern . . . . .	363
6.5.6	Ganzzahlige lineare Optimierung . . . . .	363
6.5.7	Nichtlineare Optimierung . . . . .	364
	Aufgaben 6.1 bis 6.11 . . . . .	364
<b>7</b>	<b>Finanzmathematik</b> . . . . .	<b>368</b>
7.1	Zinsrechnung . . . . .	369
7.1.1	Einfache Zinsen und Zinseszinsen . . . . .	369
7.1.2	Vorschüssige Verzinsung . . . . .	375
7.1.3	Gemischte Verzinsung . . . . .	377
7.1.4	Unterjährige Verzinsung . . . . .	378
7.1.5	Stetige Verzinsung . . . . .	380
	Aufgaben 7.1 bis 7.11 . . . . .	381
7.2	Barwert, Äquivalenz und Rendite . . . . .	382
7.2.1	Barwert und Äquivalenz . . . . .	382
7.2.2	Kapitalwertmethode . . . . .	384
7.2.3	Rendite . . . . .	386
7.2.4	Mittlerer Zahlungstermin und Duration . . . . .	390
	Aufgaben 7.12 bis 7.20 . . . . .	391
7.3	Rentenrechnung . . . . .	392
7.3.1	Nachschüssige und vorschüssige Renten . . . . .	392
7.3.2	Aufgeschobene, abgebrochene und ewige Rente . . . . .	398
7.3.3	Jährliche Verzinsung – unterjährige Rentenzahlung . . . . .	400
7.3.4	Unterjährige Verzinsung . . . . .	405
	Aufgaben 7.21 bis 7.31 . . . . .	406
7.4	Kreditrechnung . . . . .	408
7.4.1	Grundbegriffe . . . . .	408
7.4.2	Ratentilgung . . . . .	410
7.4.3	Annuitätentilgung . . . . .	410

7.4.4	Unterjährige Verzinsung, Tilgung und Rückzahlung . . . . .	414
7.4.5	Ratenkredit . . . . .	421
	Aufgaben 7.32 bis 7.41 . . . . .	422
7.5	Kurs- und Renditerechnung . . . . .	424
7.5.1	Grundlagen . . . . .	424
7.5.2	Zinsschuld . . . . .	425
7.5.3	Annuitätenschuld . . . . .	429
	Aufgaben 7.42 bis 7.48 . . . . .	433
7.6	Abschreibung . . . . .	434
7.6.1	Grundlagen . . . . .	434
7.6.2	Lineare Abschreibung . . . . .	435
7.6.3	Geometrisch-degressive Abschreibung . . . . .	436
7.6.4	Weitere Abschreibungsarten . . . . .	437
7.6.5	Vergleich linearer und geometrisch-degressiver Abschreibung . . . . .	439
	Aufgaben 7.49 bis 7.55 . . . . .	441
7.7	Weitergehende Betrachtungen . . . . .	442
7.7.1	Rendite und Risiko . . . . .	442
7.7.2	„Neuere“ Finanzprodukte . . . . .	444
	Aufgaben 7.56 bis 7.58 . . . . .	445
<b>8</b>	<b>Weitere praktische Probleme und deren Lösung . . . . .</b>	<b>446</b>
8.1	Nichtlineare Optimierung . . . . .	446
8.1.1	Problemstellung, Grundlagen und grafische Lösungen . . . . .	447
8.1.2	Karush-Kuhn-Tucker-Theorie (KKT-Theorie) . . . . .	454
8.1.3	Nichtlineare Optimierungsprobleme ohne Nebenbedingungen . . . . .	458
8.1.4	Bausteine der allgemeinen NLP-Techniken (Übersicht) . . . . .	460
	Aufgaben 8.1 bis 8.5 . . . . .	462
8.2	Problemlösungen mit einem Standard-Software-System . . . . .	462
8.2.1	(Allgemeine) LP-Probleme . . . . .	463
8.2.2	Ausgewählte NLP-Probleme . . . . .	467
8.2.3	Portfolio-Probleme . . . . .	468
8.2.4	Transportprobleme . . . . .	471
8.2.5	Zuordnungsprobleme . . . . .	473
8.2.6	Netzwerkprobleme . . . . .	474
8.2.7	Netzplantechniken . . . . .	476
8.2.8	Kundenwanderung . . . . .	483
8.2.9	Verwaltung von Modellen: Algebraische Eingabe und Solver . . . . .	485
	<b>Lösungen . . . . .</b>	<b>488</b>
	<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>	<b>521</b>
	<b>Sachwortverzeichnis . . . . .</b>	<b>523</b>