

**Teil I    Replikation und verallgemeinerte Diskontierung**

|                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>1    Ein-Perioden-Modelle</b> .....                               | 3   |
| 1.1    Das Modell .....                                              | 4   |
| 1.2    Portfolios .....                                              | 7   |
| 1.3    Optionen und Forward-Kontrakte .....                          | 10  |
| 1.4    Die Bewertung von Auszahlungsprofilen .....                   | 15  |
| 1.5    Arbitrage .....                                               | 22  |
| 1.6    Ergänzungen und der Fundamentalsatz der Preistheorie .....    | 30  |
| 1.7    Das Wichtigste im Überblick .....                             | 43  |
| 1.8    Aufgaben .....                                                | 45  |
| <b>2    Mehr-Perioden-Modelle</b> .....                              | 51  |
| 2.1    Das Modell .....                                              | 51  |
| 2.2    Diskontierung im Binomialbaum .....                           | 58  |
| 2.3    Verallgemeinerung auf beliebige Mehr-Perioden-Modelle .....   | 60  |
| 2.4    Die Berücksichtigung von Dividendenzahlungen .....            | 64  |
| 2.5    Der Diskontierungsoperator .....                              | 66  |
| 2.6    Preisschranken und die Put-Call-Parität .....                 | 71  |
| 2.7    Replizierende Handelsstrategien und der Fundamentalsatz ..... | 72  |
| 2.8    Das Wichtigste im Überblick .....                             | 82  |
| 2.9    Aufgaben .....                                                | 84  |
| <b>3    Optionen, Futures und andere Derivate</b> .....              | 93  |
| 3.1    Kalibrierung der Parameter des Binomialbaums .....            | 93  |
| 3.2    Die Bewertung europäischer Standard-Derivate .....            | 97  |
| 3.3    Die Berücksichtigung von Dividendenzahlungen .....            | 100 |
| 3.4    Amerikanische Optionen .....                                  | 104 |
| 3.5    Die Black-Scholes-Formeln .....                               | 109 |
| 3.6    Die numerische Berechnung von Optionspreisen .....            | 115 |
| 3.7    Forward-Start-Optionen .....                                  | 127 |

|      |                                              |     |
|------|----------------------------------------------|-----|
| 3.8  | Forward-Start-Performance-Optionen . . . . . | 128 |
| 3.9  | Anleihen . . . . .                           | 129 |
| 3.10 | Aktienanleihen . . . . .                     | 132 |
| 3.11 | Barrier-Optionen . . . . .                   | 134 |
| 3.12 | Futures . . . . .                            | 141 |
| 3.13 | Swaps . . . . .                              | 143 |
| 3.14 | Das Wichtigste im Überblick . . . . .        | 144 |
| 3.15 | Aufgaben . . . . .                           | 144 |

## **Teil II Stochastische Analysis und verallgemeinerte Diskontierung**

|          |                                                                         |            |
|----------|-------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>4</b> | <b>Diskrete stochastische Analysis . . . . .</b>                        | <b>153</b> |
| 4.1      | Algebren, Filtrationen und adaptierte Prozesse . . . . .                | 153        |
| 4.2      | Die bedingte Erwartung . . . . .                                        | 160        |
| 4.3      | Die bedingte Erwartung als Projektion . . . . .                         | 165        |
| 4.4      | Unabhängigkeit . . . . .                                                | 169        |
| 4.5      | Martingale . . . . .                                                    | 173        |
| 4.6      | Die Doob-Zerlegung . . . . .                                            | 176        |
| 4.7      | Variations- und Kovariationsprozesse . . . . .                          | 178        |
| 4.8      | Das diskrete stochastische Integral . . . . .                           | 182        |
| 4.9      | Stochastische Integrale und Kovariationsprozesse . . . . .              | 184        |
| 4.10     | Die Itô-Formel . . . . .                                                | 186        |
| 4.11     | Stochastische Exponentiale . . . . .                                    | 187        |
| 4.12     | Der Martingal-Darstellungssatz . . . . .                                | 190        |
| 4.13     | Der Satz von Girsanov . . . . .                                         | 194        |
| 4.14     | Stoppzeiten . . . . .                                                   | 201        |
| 4.15     | Das Wichtigste im Überblick . . . . .                                   | 206        |
| 4.16     | Aufgaben . . . . .                                                      | 207        |
| <b>5</b> | <b>Diskrete stochastische Finanzmathematik . . . . .</b>                | <b>213</b> |
| 5.1      | Verallgemeinerte Diskontierung und Wahrscheinlichkeitstheorie . . . . . | 214        |
| 5.2      | Martingalmaße und Diskontprozesse in binomialen Modellen . . . . .      | 218        |
| 5.3      | Martingalmaße und Diskontprozesse in allgemeinen Modellen . . . . .     | 225        |
| 5.4      | Amerikanische Optionen . . . . .                                        | 229        |
| 5.5      | Das Wichtigste im Überblick . . . . .                                   | 232        |
| 5.6      | Aufgaben . . . . .                                                      | 232        |
| <b>6</b> | <b>Einführung in die stetige Finanzmathematik . . . . .</b>             | <b>235</b> |
| 6.1      | Das Black-Scholes-Modell . . . . .                                      | 235        |
| 6.2      | Die Black-Scholes-Formeln . . . . .                                     | 241        |
| 6.3      | Elemente der stochastischen Analysis . . . . .                          | 243        |
| 6.4      | Das Wichtigste im Überblick . . . . .                                   | 260        |

|                                      |     |
|--------------------------------------|-----|
| <b>7 Lösungen der Aufgaben</b> ..... | 261 |
|--------------------------------------|-----|

|                        |     |
|------------------------|-----|
| <b>Literatur</b> ..... | 309 |
|------------------------|-----|

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| <b>Stichwortverzeichnis</b> ..... | 311 |
|-----------------------------------|-----|