

David Hilbert  
Stephan Cohn-Vossen

# Anschauliche Geometrie

Appendix  
von P. Alexandroff

Geleitwort  
von Marcel Berger

Zweite Auflage



Springer

# Inhaltsverzeichnis.

## Erstes Kapitel.

### Die einfachsten Kurven und Flächen.

§ 1. Ebene Kurven . . . . .	1
§ 2. Zylinder, Kegel, Kegelschnitte und deren Rotationsflächen . . . . .	6
§ 3. Die Flächen zweiter Ordnung . . . . .	10
§ 4. Fadenkonstruktion des Ellipsoids und konfokale Flächen zweiter Ordnung . . . . .	17

### Anhänge zum ersten Kapitel.

1. Fußpunktkonstruktionen der Kegelschnitte . . . . .	22
2. Die Leitlinien der Kegelschnitte . . . . .	24
3. Das bewegliche Stangenmodell des Hyperboloids. . . . .	26

## Zweites Kapitel.

### Reguläre Punktsysteme.

§ 5. Ebene Punktgitter . . . . .	28
§ 6. Ebene Punktgitter in der Zahlentheorie . . . . .	33
§ 7. Punktgitter in drei und mehr Dimensionen . . . . .	39
§ 8. Krystalle als regelmäßige Punktsysteme . . . . .	46
§ 9. Reguläre Punktsysteme und diskontinuierliche Bewegungsgruppen . . . . .	50
§ 10. Ebene Bewegungen und ihre Zusammensetzung; Einteilung der ebenen diskontinuierlichen Bewegungsgruppen . . . . .	53
§ 11. Die diskontinuierlichen ebenen Bewegungsgruppen mit unendlichem Fundamentalbereich . . . . .	57
§ 12. Die krystallographischen Bewegungsgruppen der Ebene. Reguläre Punkt- und Zeigersysteme. Aufbau der Ebene aus kongruenten Bereichen . . . . .	62
§ 13. Die krystallographischen Klassen und Gruppen räumlicher Bewegungen. Gruppen und Punktsysteme mit spiegelbildlicher Symmetrie. . . . .	72
§ 14. Die regulären Polyeder . . . . .	79

## Drittes Kapitel.

### Konfigurationen.

§ 15. Vorbemerkungen über ebene Konfigurationen . . . . .	85
§ 16. Die Konfigurationen $(7_3)$ und $(8_3)$ . . . . .	87
§ 17. Die Konfigurationen $(9_3)$ . . . . .	91
§ 18. Perspektive, unendlich ferne Elemente und ebenes Dualitätsprinzip . . . . .	99
§ 19. Unendlich ferne Elemente und Dualitätsprinzip im Raum. DESARGUESScher Satz und DESARGUESSche Konfiguration $(10_3)$ . . . . .	106
§ 20. Gegenüberstellung des PASCALSchen und des DESARGUESSchen Satzes . . . . .	114
§ 21. Vorbemerkungen über räumliche Konfigurationen . . . . .	117

§ 22.	Die REYESche Konfiguration . . . . .	119
§ 23.	Reguläre Körper und Zelle und ihre Projektionen . . . . .	127
§ 24.	Abzählende Methoden der Geometrie . . . . .	140
§ 25.	Die SCHLÄFLISChe Doppelsechs. . . . .	146

#### Viertes Kapitel. Differentialgeometrie.

§ 26.	Ebene Kurven . . . . .	152
§ 27.	Raumkurven. . . . .	158
§ 28.	Die Krümmung auf Flächen. Elliptischer, hyperbolischer und parabolischer Fall. Krümmungslinien und Asymptotenlinien, Nabelpunkte, Minimalflächen, Affensättel . . . . .	161
§ 29.	Sphärische Abbildung und GAUSSsche Krümmung . . . . .	170
§ 30.	Abwickelbare Flächen, Regelflächen . . . . .	181
§ 31.	Verwindung von Raumkurven. . . . .	186
§ 32.	Elf Eigenschaften der Kugel . . . . .	190
§ 33.	Verbiegungen von Flächen in sich . . . . .	205
§ 34.	Elliptische Geometrie. . . . .	207
§ 35.	Hyperbolische Geometrie; ihr Verhältnis zur euklidischen und elliptischen Geometrie . . . . .	213
§ 36.	Stereographische Projektion und Kreisverwandtschaften. POINCARÉ'sches Modell der hyperbolischen Ebene . . . . .	218
§ 37.	Methoden der Abbildung. Längentreue, inhaltstreue, geodätische, stetige und konforme Abbildung . . . . .	229
§ 38.	Geometrische Funktionentheorie, RIEMANN'scher Abbildungssatz, konforme Abbildung im Raum . . . . .	231
§ 39.	Konforme Abbildung krummer Flächen. Minimalflächen. PLATEAU'sches Problem . . . . .	236

#### Fünftes Kapitel. Kinematik.

§ 40.	Gelenkmechanismen . . . . .	239
§ 41.	Bewegung ebener Figuren . . . . .	242
§ 42.	Ein Apparat zur Konstruktion der Ellipse und ihrer Rollkurven . . . . .	249
§ 43.	Bewegungen im Raum . . . . .	251

#### Sechstes Kapitel. Topologie.

§ 44.	Polyeder . . . . .	254
§ 45.	Flächen . . . . .	259
§ 46.	Einseitige Flächen . . . . .	266
§ 47.	Die projektive Ebene als geschlossene Fläche. . . . .	276
§ 48.	Normaltypen der Flächen endlichen Zusammenhangs . . . . .	284
§ 49.	Topologische Abbildung einer Fläche auf sich. Fixpunkte. Abbildungsklassen. Universelle Überlagerungsfläche des Torus. . . . .	286
§ 50.	Konforme Abbildung des Torus . . . . .	291
§ 51.	Das Problem der Nachbargebiete, das Fadenproblem und das Farbenproblem . . . . .	294

#### Anhänge zum sechsten Kapitel.

1.	Projektive Ebene im vierdimensionalen Raum . . . . .	300
2.	Euklidische Ebene im vierdimensionalen Raum . . . . .	301
Sachverzeichnis . . . . .		303