

Hans-Otto Georgii

# Stochastik

Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie  
und Statistik

3., überarbeitete und erweiterte Auflage



Walter de Gruyter  
Berlin · New York

# Inhalt

|   |           |
|---|-----------|
| Vorwort   | v         |
| Zufall und Mathematik   | 1         |
| <b>I Wahrscheinlichkeitstheorie</b>                             | <b>5</b>  |
| <b>1 Mathematische Beschreibung von Zufallssituationen</b>      | <b>7</b>  |
| 1.1 Wahrscheinlichkeitsräume                                    | 7         |
| 1.2 Eigenschaften und Konstruktion von Wahrscheinlichkeitsmaßen | 15        |
| 1.3 Zufallsvariablen  | 20        |
| Aufgaben  | 24        |
| <b>2 Stochastische Standardmodelle</b>                          | <b>27</b> |
| 2.1 Die Gleichverteilungen                                      | 27        |
| 2.2 Urnenmodelle mit Zurücklegen                                | 30        |
| 2.3 Urnenmodelle ohne Zurücklegen                               | 35        |
| 2.4 Die Poisson-Verteilungen                                    | 39        |
| 2.5 Wartezeit-Verteilungen                                      | 40        |
| 2.6 Die Normalverteilungen                                      | 46        |
| Aufgaben  | 48        |
| <b>3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit</b>       | <b>52</b> |
| 3.1 Bedingte Wahrscheinlichkeiten                               | 52        |
| 3.2 Mehrstufige Modelle   | 59        |
| 3.3 Unabhängigkeit  | 66        |
| 3.4 Existenz unabhängiger Zufallsvariablen, Produktmaße         | 71        |
| 3.5 Der Poisson-Prozess   | 76        |
| 3.6 Simulationsverfahren  | 80        |
| 3.7 Asymptotische Ereignisse                                    | 85        |
| Aufgaben  | 87        |

|  |     |
|--|-----|
| <b>4 Erwartungswert und Varianz</b>                            | 93  |
| 4.1 Der Erwartungswert . . . . .                               | 93  |
| 4.2 Wartezeitparadox und fairer Optionspreis . . . . .         | 101 |
| 4.3 Varianz und Kovarianz . . . . .                            | 108 |
| 4.4 Erzeugende Funktionen . . . . .                            | 111 |
| Aufgaben . . . . .   | 115 |
| <b>5 Gesetz der großen Zahl und zentraler Grenzwertsatz</b>    | 120 |
| 5.1 Das Gesetz der großen Zahl . . . . .                       | 120 |
| 5.2 Die Normalapproximation der Binomialverteilungen . . . . . | 132 |
| 5.3 Der zentrale Grenzwertsatz . . . . .                       | 140 |
| 5.4 Normal- oder Poisson-Approximation? . . . . .              | 145 |
| Aufgaben . . . . .   | 147 |
| <b>6 Markov-Ketten</b>   | 153 |
| 6.1 Die Markov-Eigenschaft . . . . .                           | 153 |
| 6.2 Absorptionswahrscheinlichkeiten . . . . .                  | 156 |
| 6.3 Asymptotische Stationarität . . . . .                      | 161 |
| 6.4 Rückkehr zum Startpunkt . . . . .                          | 173 |
| Aufgaben . . . . .   | 182 |
| <b>II Statistik</b>  | 191 |
| <b>7 Parameterschätzung</b>                                    | 193 |
| 7.1 Der Ansatz der Statistik . . . . .                         | 193 |
| 7.2 Die Qual der Wahl . . . . .                                | 198 |
| 7.3 Das Maximum-Likelihood-Prinzip . . . . .                   | 201 |
| 7.4 Erwartungstreue und quadratischer Fehler . . . . .         | 207 |
| 7.5 Beste Schätzer . . . . .                                   | 210 |
| 7.6 Konsistenz von Schätzern . . . . .                         | 216 |
| 7.7 Bayes-Schätzer . . . . .                                   | 220 |
| Aufgaben . . . . .   | 224 |
| <b>8 Konfidenzbereiche</b>                                     | 229 |
| 8.1 Definition und Konstruktionsverfahren . . . . .            | 229 |
| 8.2 Konfidenzintervalle im Binomialmodell . . . . .            | 235 |
| 8.3 Ordnungintervalle . . . . .                                | 241 |
| Aufgaben . . . . .   | 245 |

|  |     |
|--|-----|
| <b>9 Rund um die Normalverteilung</b>                          | 248 |
| 9.1 Die mehrdimensionale Normalverteilung . . . . .            | 248 |
| 9.2 Die $\chi^2$ -, $F$ - und $t$ -Verteilungen . . . . .      | 251 |
| Aufgaben . . . . .   | 258 |
| <b>10 Testen von Hypothesen</b>                                | 262 |
| 10.1 Entscheidungsprobleme . . . . .                           | 262 |
| 10.2 Alternativtests . . . . .                                 | 268 |
| 10.3 Beste einseitige Tests . . . . .                          | 273 |
| 10.4 Parametertests im Gauß-Produktmodell . . . . .            | 276 |
| Aufgaben . . . . .   | 286 |
| <b>11 Asymptotische Tests und Rangtests</b>                    | 290 |
| 11.1 Normalapproximation von Multinomialverteilungen . . . . . | 290 |
| 11.2 Der Chiquadrat-Anpassungstest . . . . .                   | 297 |
| 11.3 Der Chiquadrat-Test auf Unabhängigkeit . . . . .          | 304 |
| 11.4 Ordnungs- und Rangtests . . . . .                         | 310 |
| Aufgaben . . . . .   | 320 |
| <b>12 Regressions- und Varianzanalyse</b>                      | 325 |
| 12.1 Einfache lineare Regression . . . . .                     | 325 |
| 12.2 Das lineare Modell . . . . .                              | 329 |
| 12.3 Das lineare Gauß-Modell . . . . .                         | 333 |
| 12.4 Varianzanalyse . . . . .                                  | 341 |
| Aufgaben . . . . .   | 349 |
| Verteilungstabellen  | 357 |
| Literatur  | 363 |
| Symbolverzeichnis  | 367 |
| Index  | 371 |