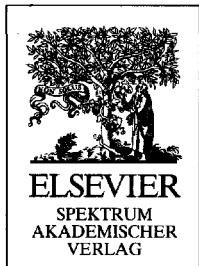


Harald Scheid / Andreas Frommer

Zahlentheorie

4. Auflage



Spektrum
AKADEMISCHER VERLAG

Inhaltsverzeichnis

Einleitung 1

I Teilbarkeit ganzer Zahlen

I.1 Die Teiler einer ganzen Zahl	5
I.2 Primzahlen	7
I.3 Primfaktorzerlegung	12
I.4 Eine Formel von Legendre und die Sätze von Tschebyscheff	19
I.5 Irrationalitätsbeweise	25
I.6 Der größte gemeinsame Teiler	27
I.7 Das kleinste gemeinsame Vielfache	32
I.8 Kettenbrüche	36
I.9 Periodische Kettenbrüche	46
I.10 Farey-Folgen	52
I.11 Die Folge der Fibonacci-Zahlen	57
I.12 Aufgaben	65
I.13 Lösungen der Aufgaben	73

II Integritätsbereiche

II.1 Teilbarkeit in Integritätsbereichen	83
II.2 Euklidische Ringe	89
II.3 Die ganzen gaußschen Zahlen	94
II.4 Ganzalgebraische Zahlen zweiten Grades	100
II.5 Die pellsche Gleichung	104
II.6 Aufgaben	110
II.7 Lösungen der Aufgaben	113

III Restklassen

III.1 Kongruenzen und Restklassen	119
III.2 Teilbarkeitskriterien	121
III.3 Der Satz von Fermat	125
III.4 Primitive Restklassen	132
III.5 Dezimalbrüche	138
III.6 Ewiger Kalender	143
III.7 Magische Quadrate	145
III.8 Primzahlkriterien und Pseudoprime	151
III.9 Mersennesche und fermatsche Primzahlen (1)	155
III.10 Aufgaben	158
III.11 Lösungen der Aufgaben	162

VI

IV Zahlentheoretische Algorithmen in der Kryptographie

IV.1 Algorithmen und Komplexität	169
IV.2 Langzahl- und Restklassenarithmetik	174
IV.3 Schnelle Multiplikation	184
IV.4 Kommunikation, Kodierung, Kryptographie	188
IV.5 Diskreter Logarithmus, Diffie-Hellmann-Protokoll, ElGamal-Chiffre	193
IV.6 Faktorisierung, RSA- und Rabin-Chiffre	206
IV.7 Aufgaben	219
IV.8 Lösungen der Aufgaben	223

V Kongruenzen und diophantische Gleichungen

V.1 Lineare diophantische Gleichungen und Kongruenzen	229
V.2 Quadratische diophantische Gleichungen und Kongruenzen	236
V.3 Quadratische Reste	238
V.4 Mersennesche und fermatsche Primzahlen (2)	247
V.5 Darstellung von Zahlen als Quadratsummen	251
V.6 Pythagoräische Zahlentripel; die fermatsche Vermutung	260
V.7 Rationale Punkte auf algebraischen Kurven	269
V.8 Binäre quadratische Formen	273
V.9 Ternäre quadratische Formen; der Drei-Quadrate-Satz	283
V.10 Figurierte Zahlen	288
V.11 Der Gitterpunktsatz von Minkowski	291
V.12 Aufgaben	296
V.13 Lösungen der Aufgaben	304

VI Zahlentheoretische Funktionen

VI.1 Das Dirichlet-Produkt	315
VI.2 Multiplikative Funktionen	320
VI.3 Dirichlet-Reihen	323
VI.4 Mittelwerte zahlentheoretischer Funktionen	329
VI.5 Weitere Produkte zahlentheoretischer Funktionen	336
VI.6 Die Teilersummenfunktion	342
VI.7 Aufgaben	352
VI.8 Lösungen der Aufgaben	357

VII Der Primzahlsatz

VII.1 Der Primzahlsatz und der dirichletsche Primzahlsatz	365
VII.2 Die selbergsche Formel	367
VII.3 Der Beweis des Primzahlsatzes	372
VII.4 Anmerkungen, Folgerungen	378
VII.5 Primzahlen in arithmetischen Progressionen (1)	382
VII.6 Zufallsprimzahlen	394
VII.7 Aufgaben	399
VII.8 Lösungen der Aufgaben	401

VIII Elemente der Additiven Zahlentheorie

VIII.1 Problemstellungen der Additiven Zahlentheorie	405
VIII.2 Partitionen	406
VIII.3 Ein spezielles Partitionsproblem	418
VIII.4 Anzahl der Darstellungen als Quadratsummen	426
VIII.5 Die Dichte einer Menge natürlicher Zahlen	433
VIII.6 Der Satz von Goldbach-Schnirelmann	443
VIII.7 Der Satz von Waring-Hilbert	446
VIII.8 Wesentliche Komponenten	454
VIII.9 Das Münzenproblem und das Briefmarkenproblem	458
VIII.10 Aufgaben	468
VIII.11 Lösungen der Aufgaben	470

IX Siebmethoden

IX.1 Allgemeine Bemerkungen über Siebverfahren	473
IX.2 Die Siebmethode von Selberg	476
IX.3 Primzahlen in arithmetischen Progressionen (2)	481
IX.4 Primzahlzwillinge	484
IX.5 Zur goldbachschen Vermutung	486
IX.6 Quadratsummen	489
IX.7 Stammbruchsummen	491
IX.8 Aufgaben	496
IX.9 Lösungen der Aufgaben	497
Literatur	499
Symbolverzeichnis	503
Namensverzeichnis	505
Sachverzeichnis	506