

Inhaltsverzeichnis

1	Zahlen, Gleichungen und Gleichungssysteme	1
1.1	Mengen	3
1.2	Natürliche Zahlen	5
1.3	Reelle Zahlen	13
1.4	Gleichungen und Ungleichungen	19
1.5	Lineare Gleichungssysteme	26
1.6	Aufgaben zu Zahlen, Gleichungen, Gleichungssystemen	36
2	Vektoren und Vektorrechnung	39
2.1	Vektoren im \mathbb{R}^2	42
2.2	Vektoren im \mathbb{R}^3	50
2.3	Geraden und Ebenen im \mathbb{R}^3	61
2.4	Vektorräume	76
2.5	Aufgaben zur Vektorrechnung	92
3	Matrizen und Determinanten	97
3.1	Matrizen	99
3.2	Determinanten	114
3.3	Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen	124
3.4	Aufgaben zu Matrizen und Determinanten	135
4	Elementare Funktionen	137
4.1	Allgemeine Funktionseigenschaften	139
4.2	Polynome	152
4.2.1	Festlegung von Polynomen durch gegebene Wertepaare	153
4.2.2	Koeffizientenvergleich	154
4.2.3	Teilbarkeit durch einen Linearfaktor	155
4.2.4	Nullstellenproblem	156
4.2.5	Interpolationspolynome mit dem Newton-Algorithmus	159
4.3	Rationale Funktionen	162
4.4	Potenz- und Wurzelfunktionen	167
4.5	Exponential- und Logarithmusfunktion	170
4.6	Trigonometrische Funktionen	175
4.7	Arkusfunktionen	182
4.8	Aufgaben zu elementaren Funktionen	188
5	Komplexe Zahlen	191
5.1	Darstellung komplexer Zahlen	194
5.2	Komplexe Rechenoperationen	200
5.2.1	Addition	200
5.2.2	Subtraktion	200
5.2.3	Multiplikation	201
5.2.4	Division	203
5.2.5	Potenz	205

5.2.6	Wurzeln	206
5.2.7	Fundamentalsatz der Algebra	207
5.3	Anwendungen	209
5.4	Aufgaben zu komplexen Zahlen	219
6	Grenzwert und Stetigkeit	221
6.1	Reelle Zahlenfolgen	223
6.2	Funktionsgrenzwert	229
6.3	Stetigkeit einer Funktion	235
6.4	Intervallhalbierungs-Methode	237
6.5	Aufgaben zu Grenzwert und Stetigkeit	240
7	Differenzialrechnung	241
7.1	Einführung	243
7.2	Rechenregeln bei der Differenziation	249
7.2.1	Faktorregel	249
7.2.2	Summenregel	249
7.2.3	Produktregel	250
7.2.4	Quotientenregel	251
7.2.5	Kettenregel	252
7.2.6	Begründung der Formeln 7.2.1 - 7.2.5	254
7.2.7	Ableitung der Umkehrfunktion	255
7.2.8	Logarithmische Differenziation	258
7.2.9	Implizite Differenziation	260
7.3	Anwendungsbeispiele aus Physik und Technik	262
7.4	Differenzial einer Funktion	265
7.5	Anwendungen in der Mathematik	270
7.6	Extremwertaufgaben (Optimierungsprobleme)	277
7.7	Sätze der Differenzialrechnung	281
7.8	Spektrum eines strahlenden schwarzen Körpers	287
7.9	Newton-Verfahren	289
7.10	Aufgaben zur Differenzialrechnung	293
8	Integralrechnung	295
8.1	Das Riemann-Integral	297
8.2	Fundamentalsatz der Differenzial- und Integralrechnung	302
8.3	Grundlegende Regeln der Integralrechnung	311
8.4	Integrationsmethoden	313
8.4.1	Partielle Integration	313
8.4.2	Integration durch Substitution	315
8.4.3	Partialbruchzerlegung	321
8.5	Uneigentliche Integrale	327
8.6	Anwendungen der Integralrechnung	329
8.7	Aufgaben zur Integralrechnung	339

9	Funktionenreihen	341
9.1	Zahlenreihen	344
9.2	Potenzreihen	355
9.3	Taylor-Reihen	361
9.4	Anwendungen	371
9.5	Komplexwertige Funktionen	377
9.6	Aufgaben zu Funktionenreihen	386
10	Differenzialrechnung bei Funktionen mit mehreren Variablen	389
10.1	Funktionen mit mehreren Variablen	391
10.2	Stetigkeit	399
10.3	Differenzialrechnung	401
10.3.1	Partielle Ableitung	401
10.3.2	Totale Differenzierbarkeit	409
10.3.3	Gradient und Richtungsableitung	411
10.3.4	Der Taylorsche Satz	417
10.4	Anwendungen der Differenzialrechnung	424
10.4.1	Das Differenzial als lineare Näherung	424
10.4.2	Fehlerrechnung	429
10.4.3	Lokale Extrema bei Funktionen mit mehreren Variablen	433
10.4.4	Ausgleichen von Messfehlern; Regressionsgerade	441
10.5	Aufgaben zur Differenzialrechnung	448
11	Integralrechnung bei Funktionen mit mehreren Variablen	451
11.1	Doppelintegrale (Gebietsintegrale)	453
11.2	Dreifachintegrale	466
11.3	Aufgaben zur Integralrechnung	473
12	Gewöhnliche Differenzialgleichungen	475
12.1	Differenzialgleichungen erster Ordnung	478
12.1.1	Einleitende Problemstellungen	478
12.1.2	Lösen der homogenen Differenzialgleichung	482
12.1.3	Lösen der inhomogenen Differenzialgleichung	484
12.1.4	Lineare DG mit konstantem Koeffizient	492
12.1.5	Nichtlineare Differenzialgleichungen 1. Ordnung	496
12.1.6	Numerisches Lösen von DG 1. Ordnung	499
12.2	Lineare Differenzialgleichungssysteme	503
12.2.1	Einführung	503
12.2.2	Homogene lineare Differenzialgleichungssysteme	506
12.2.3	Eigenwerte und Eigenvektoren	510
12.2.4	Lösen homogener LDGS mit konstanten Koeffizienten	515

12.3	Lineare Differenzialgleichungen n -ter Ordnung	525
12.3.1	Einleitende Beispiele	525
12.3.2	Reduktion linearer DG n -ter Ordnung auf ein System	528
12.3.3	Homogene DG n -ter Ordnung mit konst. Koeffizienten ..	533
12.3.4	Inhomogene DG n -ter Ord. mit konstanten Koeffizienten	543
12.4	Aufgaben zu Differenzialgleichungen	557
13	Laplace-Transformation	561
13.1	Die Laplace-Transformation	565
13.2	Inverse Laplace-Transformation	570
13.3	Zwei grundlegende Eigenschaften	571
13.4	Methoden der Rücktransformation	576
13.5	Anwendungen der Laplace-Transformation	579
13.6	Aufgaben zur Laplace-Transformation	583
14	Fourier-Reihen	585
14.1	Einführung	587
14.2	Bestimmung der Fourier-Koeffizienten	589
14.3	Fourier-Reihen für 2π -periodische Funktionen	592
14.4	Fourier-Reihen für p -periodische Funktionen	599
14.5	Fourier-Reihen für komplexwertige Funktionen	607
14.6	Zusammenstellung elementarer Fourier-Reihen	612
14.7	Aufgaben zu Fourier-Reihen	614
15	Fourier-Transformation	615
15.1	Fourier-Transformation und Beispiele	617
15.2	Eigenschaften der Fourier-Transformation	627
15.3	Fourier-Transformation der Deltafunktion	641
15.4	Aufgaben zur Fourier-Transformation	649
16	Partielle Differenzialgleichungen	651
16.1	Einführung	653
16.2	Die Wellengleichung	655
16.3	Die Wärmeleitungsgleichung	665
16.4	Die Laplace-Gleichung	675
16.5	Aufgaben zu partiellen Differenzialgleichungen	684
	Literaturverzeichnis	687
	Sachverzeichnis	689

Zusätzliche Kapitel, Abschnitte, Ergänzungen, alle Animationen sowie die Lösungen zu den Aufgaben befinden sich auf der Homepage zum Buch. Diese Unterlagen können kostenfrei heruntergeladen werden