

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zahlen, Gleichungen und Gleichungssysteme</b>	<b>1</b>
1.1	Mengen	3
1.2	Natürliche Zahlen	5
1.3	Reelle Zahlen	13
1.4	Gleichungen und Ungleichungen	19
1.5	Lineare Gleichungssysteme	26
1.6	Aufgaben zu Zahlen, Gleichungen, Gleichungssystemen	36
<b>2</b>	<b>Vektoren und Vektorrechnung</b>	<b>39</b>
2.1	Vektoren im $\mathbb{R}^2$	42
2.2	Vektoren im $\mathbb{R}^3$	50
2.3	Geraden und Ebenen im $\mathbb{R}^3$	61
2.4	Vektorräume	76
2.5	Aufgaben zur Vektorrechnung	92
<b>3</b>	<b>Matrizen und Determinanten</b>	<b>97</b>
3.1	Matrizen	99
3.2	Determinanten	114
3.3	Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen	124
3.4	Aufgaben zu Matrizen und Determinanten	135
<b>4</b>	<b>Elementare Funktionen</b>	<b>137</b>
4.1	Allgemeine Funktionseigenschaften	139
4.2	Polynome	152
4.2.1	Festlegung von Polynomen durch gegebene Wertepaare	153
4.2.2	Koeffizientenvergleich	154
4.2.3	Teilbarkeit durch einen Linearfaktor	155
4.2.4	Nullstellenproblem	156
4.2.5	Interpolationspolynome mit dem Newton-Algorithmus	159
4.3	Rationale Funktionen	162
4.4	Potenz- und Wurzelfunktionen	167
4.5	Exponential- und Logarithmusfunktion	170
4.6	Trigonometrische Funktionen	175
4.7	Arkusfunktionen	182
4.8	Aufgaben zu elementaren Funktionen	188
<b>5</b>	<b>Komplexe Zahlen</b>	<b>191</b>
5.1	Darstellung komplexer Zahlen	194
5.2	Komplexe Rechenoperationen	200
5.2.1	Addition	200
5.2.2	Subtraktion	200
5.2.3	Multiplikation	201
5.2.4	Division	203
5.2.5	Potenz	205

5.2.6	Wurzeln .....	206
5.2.7	Fundamentalsatz der Algebra .....	207
5.3	Anwendungen .....	209
5.4	Aufgaben zu komplexen Zahlen .....	219
<b>6</b>	<b>Grenzwert und Stetigkeit</b> .....	<b>221</b>
6.1	Reelle Zahlenfolgen .....	223
6.2	Funktionsgrenzwert .....	229
6.3	Stetigkeit einer Funktion .....	235
6.4	Intervallhalbierungs-Methode .....	237
6.5	Aufgaben zu Grenzwert und Stetigkeit .....	240
<b>7</b>	<b>Differentialrechnung</b> .....	<b>241</b>
7.1	Einführung .....	243
7.2	Rechenregeln bei der Differenziation .....	249
7.2.1	Faktorregel .....	249
7.2.2	Summenregel .....	249
7.2.3	Produktregel .....	250
7.2.4	Quotientenregel .....	251
7.2.5	Kettenregel .....	252
7.2.6	Begründung der Formeln 7.2.1 - 7.2.5 .....	254
7.2.7	Ableitung der Umkehrfunktion .....	255
7.2.8	Logarithmische Differenziation .....	258
7.2.9	Implizite Differenziation .....	260
7.3	Anwendungsbeispiele aus Physik und Technik .....	262
7.4	Differential einer Funktion .....	265
7.5	Anwendungen in der Mathematik .....	270
7.6	Extremwertaufgaben (Optimierungsprobleme) .....	277
7.7	Sätze der Differentialrechnung .....	281
7.8	Spektrum eines strahlenden schwarzen Körpers .....	287
7.9	Newton-Verfahren .....	289
7.10	Aufgaben zur Differentialrechnung .....	293
<b>8</b>	<b>Integralrechnung</b> .....	<b>295</b>
8.1	Das Riemann-Integral .....	297
8.2	Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung .....	302
8.3	Grundlegende Regeln der Integralrechnung .....	311
8.4	Integrationsmethoden .....	313
8.4.1	Partielle Integration .....	313
8.4.2	Integration durch Substitution .....	315
8.4.3	Partialbruchzerlegung .....	321
8.5	Uneigentliche Integrale .....	327
8.6	Anwendungen der Integralrechnung .....	329
8.7	Aufgaben zur Integralrechnung .....	339

<b>9</b>	<b>Funktionenreihen</b>	<b>341</b>
9.1	Zahlenreihen	344
9.2	Potenzreihen	355
9.3	Taylor-Reihen	361
9.4	Anwendungen	371
9.5	Komplexwertige Funktionen	377
9.6	Aufgaben zu Funktionenreihen	386
<b>10</b>	<b>Differentialrechnung bei Funktionen mit mehreren Variablen</b>	<b>389</b>
10.1	Funktionen mit mehreren Variablen	391
10.2	Stetigkeit	399
10.3	Differentialrechnung	401
10.3.1	Partielle Ableitung	401
10.3.2	Totale Differenzierbarkeit	409
10.3.3	Gradient und Richtungsableitung	411
10.3.4	Der Taylorsche Satz	417
10.4	Anwendungen der Differentialrechnung	424
10.4.1	Das Differential als lineare Näherung	424
10.4.2	Fehlerrechnung	429
10.4.3	Lokale Extrema bei Funktionen mit mehreren Variablen	433
10.4.4	Ausgleichen von Messfehlern; Regressionsgerade	441
10.5	Aufgaben zur Differentialrechnung	448
<b>11</b>	<b>Integralrechnung bei Funktionen mit mehreren Variablen</b>	<b>451</b>
11.1	Doppelintegrale (Gebietsintegrale)	453
11.2	Dreifachintegrale	466
11.3	Aufgaben zur Integralrechnung	473
<b>12</b>	<b>Gewöhnliche Differentialgleichungen</b>	<b>475</b>
12.1	Differentialgleichungen erster Ordnung	478
12.1.1	Einleitende Problemstellungen	478
12.1.2	Lösen der homogenen Differentialgleichung	482
12.1.3	Lösen der inhomogene Differentialgleichung	484
12.1.4	Lineare DG mit konstantem Koeffizient	492
12.1.5	Nichtlineare Differentialgleichungen 1. Ordnung	496
12.1.6	Numerisches Lösen von DG 1. Ordnung	499
12.2	Lineare Differentialgleichungssysteme	503
12.2.1	Einführung	503
12.2.2	Homogene lineare Differentialgleichungssysteme	506
12.2.3	Eigenwerte und Eigenvektoren	510
12.2.4	Lösen homogener LDGS mit konstanten Koeffizienten	515

<b>12.3</b>	Lineare Differentialgleichungen $n$ -ter Ordnung .....	525
<b>12.3.1</b>	Einleitende Beispiele .....	525
<b>12.3.2</b>	Reduktion linearer DG $n$ -ter Ordnung auf ein System ....	528
<b>12.3.3</b>	Homogene DG $n$ -ter Ordnung mit konst. Koeffizienten ..	533
<b>12.3.4</b>	Inhomogene DG $n$ -ter Ord. mit konstanten Koeffizienten	543
<b>12.4</b>	Aufgaben zu Differentialgleichungen .....	557
<b>13</b>	<b>Laplace-Transformation</b> .....	561
<b>13.1</b>	Die Laplace-Transformation .....	565
<b>13.2</b>	Inverse Laplace-Transformation .....	570
<b>13.3</b>	Zwei grundlegende Eigenschaften .....	571
<b>13.4</b>	Methoden der Rücktransformation .....	576
<b>13.5</b>	Anwendungen der Laplace-Transformation .....	579
<b>13.6</b>	Aufgaben zur Laplace-Transformation .....	583
<b>14</b>	<b>Fourier-Reihen</b> .....	585
<b>14.1</b>	Einführung .....	587
<b>14.2</b>	Bestimmung der Fourier-Koeffizienten .....	589
<b>14.3</b>	Fourier-Reihen für $2\pi$ -periodische Funktionen .....	592
<b>14.4</b>	Fourier-Reihen für $p$ -periodische Funktionen .....	599
<b>14.5</b>	Fourier-Reihen für komplexwertige Funktionen .....	607
<b>14.6</b>	Zusammenstellung elementarer Fourier-Reihen .....	612
<b>14.7</b>	Aufgaben zu Fourier-Reihen .....	614
<b>15</b>	<b>Fourier-Transformation</b> .....	615
<b>15.1</b>	Fourier-Transformation und Beispiele .....	617
<b>15.2</b>	Eigenschaften der Fourier-Transformation .....	627
<b>15.3</b>	Fourier-Transformation der Deltafunktion .....	641
<b>15.4</b>	Aufgaben zur Fourier-Transformation .....	649
<b>16</b>	<b>Partielle Differentialgleichungen</b> .....	651
<b>16.1</b>	Einführung .....	653
<b>16.2</b>	Die Wellengleichung .....	655
<b>16.3</b>	Die Wärmeleitungsgleichung .....	665
<b>16.4</b>	Die Laplace-Gleichung .....	675
<b>16.5</b>	Aufgaben zu partiellen Differentialgleichungen .....	684
	<b>Literaturverzeichnis</b> .....	687
	<b>Sachverzeichnis</b> .....	689

Zusätzliche Kapitel, Abschnitte, Ergänzungen, alle Animationen sowie die Lösungen zu den Aufgaben befinden sich auf der Homepage zum Buch. Diese Unterlagen können kostenfrei heruntergeladen werden