

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Mathematikunterricht im Spannungsfeld zwischen Fach- und Kindorientierung – ein historischer Abriss</b>	1
1.1	Die 1920er- und 1930er-Jahre: Rechenunterricht	3
1.2	Die 1960er- und 1970er-Jahre: Ende der Grundschulreform und Wissenschaftsorientierung	5
1.2.1	Operative Didaktik	7
1.2.2	Strukturorientierte Didaktik	7
1.3	Die 1980er-Jahre: Neue Kindorientierung	10
1.3.1	Rückgriff auf reformpädagogische Vorstellungen	11
1.3.2	Veränderte Kindheit	12
1.3.3	Individualisierung	13
1.4	Die 1990er-Jahre: Öffnung des Unterrichts	14
1.4.1	Inhaltliche Öffnung und Mathematisierung des Rechnens	15
1.4.2	Lernen auf eigenen Wegen	18
1.5	Das neue Jahrtausend: Konsolidierung der Theoriebildung und Transfer in die Praxis	19
1.5.1	Bildungsstandards als Steuerungs- und Qualitätssicherungsinstrument?	21
1.5.2	Inhaltliche Öffnung des Mathematikunterrichts	24
1.6	Zusammenfassung	26
<b>2</b>	<b>Mathematiklernen und -lehren aus konstruktivistischer Sicht</b>	29
2.1	Grundannahmen konstruktivistischer Positionen	30
2.2	Konstruktivistisches Lernverständnis	34
2.2.1	Träges Wissen	35
2.2.2	Aufbau mathematischen Wissens	36
2.3	Merkmale des Lernens bei Grundschulkindern	38
2.3.1	Bereichsspezifität	38
2.3.2	„Ganzheitlichkeit“ oder sinnstiftende Kontexte	42
2.3.3	Interaktivität	47

---

2.3.4	Widerstände gegen das Lernen und Anlässe, die Lernen stimulieren . . . . .	49
2.4	Rolle der Lehrperson . . . . .	51
2.5	Zusammenfassung . . . . .	52
<b>3</b>	<b>Aufgabenkultur . . . . .</b>	<b>55</b>
3.1	Hintergründe einer veränderten Aufgabenkultur . . . . .	56
3.1.1	Bild von Mathematik . . . . .	57
3.1.2	Struktur- und Anwendungsorientierung . . . . .	59
3.1.3	Kompetenzorientierung . . . . .	61
3.1.3.1	Dimension 1: Prozessbezogene Kompetenzen . . . . .	62
3.1.3.2	Dimension 2: Inhaltsbezogene Kompetenzen . . . . .	66
3.1.3.3	Dimension 3: Anforderungsbereiche . . . . .	67
3.2	Begriffsklärung: Gute Aufgaben, Lernumgebung, offene Lernangebote . . . . .	68
3.3	Qualitätsmerkmale für Aufgaben . . . . .	71
3.3.1	Mathematische Ergiebigkeit . . . . .	71
3.3.2	Sinnstiftender Kontext . . . . .	74
3.3.3	Gemeinsame Problemstellung . . . . .	76
3.3.4	Natürliche Differenzierung . . . . .	78
3.4	Weiterentwicklung und Variation von Aufgaben . . . . .	79
3.4.1	Verschiedene Konstellationen von „gegeben“ und „gesucht“ . . . . .	80
3.4.2	Zusätzliche Bedingungen . . . . .	84
3.4.3	Operative Veränderungen und ihre Auswirkungen . . . . .	86
3.4.4	Problemhafte Aufgaben . . . . .	90
3.4.5	Weitere Variationsmöglichkeiten . . . . .	91
3.5	Zusammenfassung . . . . .	91
<b>4</b>	<b>Unterrichtskultur . . . . .</b>	<b>93</b>
4.1	Lernen auf eigenen Wegen . . . . .	94
4.1.1	Lösungsideen und Eigenproduktionen . . . . .	95
4.1.2	Nutzen von Eigenproduktionen . . . . .	98
4.2	Von- und Miteinanderlernen . . . . .	98
4.2.1	Diagnostisches Gespräch . . . . .	101
4.2.2	Initierendes Gespräch . . . . .	102
4.2.3	Explorierendes Gespräch . . . . .	102
4.2.4	Erarbeitendes Gespräch . . . . .	103
4.2.5	Beratendes Gespräch . . . . .	107
4.3	Entdecken und Üben . . . . .	111
4.3.1	Üben im Mathematikunterricht . . . . .	111
4.3.2	Entdeckend üben – übend entdecken . . . . .	113
4.3.3	Umgang mit Fehlern . . . . .	115

---

4.4	Unterricht gestalten . . . . .	119
4.4.1	Erkundung des Vorwissens. . . . .	121
4.4.2	Gemeinsamer Beginn. . . . .	122
4.4.3	Arbeitsphase. . . . .	123
4.4.4	Zwischenraustausch. . . . .	124
4.4.5	Präsentation und Reflexion . . . . .	124
4.5	Umgang mit Heterogenität. . . . .	126
4.6	Zusammenfassung . . . . .	129
<b>5</b>	<b>Leistungskultur . . . . .</b>	<b>131</b>
5.1	Lern- und Leistungssituationen unterscheiden . . . . .	132
5.2	Ziele der Leistungsfeststellung . . . . .	133
5.3	Mathematikleistungen feststellen. . . . .	136
5.3.1	Lernprozesse und Lernprodukte. . . . .	136
5.3.1.1	Prozessbegleitende Leistungsfeststellung. . . . .	137
5.3.1.2	Abschließend prüfende Leistungsfeststellung . . . . .	141
5.3.2	Inhaltsbezogene und prozessbezogene Kompetenzen . . . . .	144
5.3.2.1	Inhaltsbezogene Kompetenzen feststellen . . . . .	145
5.3.2.2	Prozessbezogene Kompetenzen feststellen. . . . .	148
5.4	Formen der Leistungsfeststellung . . . . .	153
5.4.1	Schriftliche Formen . . . . .	154
5.4.2	Mündliche Formen. . . . .	157
5.4.3	Leistungsfeststellung durch Beobachtung . . . . .	161
5.4.4	Perspektive der Kinder einbeziehen. . . . .	161
5.5	Zusammenfassung . . . . .	161
<b>6</b>	<b>Aufbau arithmetischer Kompetenzen . . . . .</b>	<b>165</b>
6.1	Grundlegende Überlegungen zum Arithmetikunterricht . . . . .	166
6.1.1	Inhalte und Ziele . . . . .	166
6.1.2	Flexible Rechenkompetenzen entwickeln . . . . .	169
6.1.2.1	Lösungsprozess beim Rechnen. . . . .	169
6.1.2.2	Flexibles Rechnen. . . . .	174
6.1.2.3	Voraussetzungen für flexibles Rechnen . . . . .	177
6.1.3	Schulung des Zahlenblicks. . . . .	179
6.2	Lernangebote zum Aufbau des Zahlverständnisses . . . . .	182
6.2.1	Zahlenraum bis 20 . . . . .	182
6.2.1.1	Anzahlerfassung . . . . .	182
6.2.1.2	Zahlenbilder im Zehnerfeld . . . . .	185
6.2.2	Zahlraumerweiterung bis 100 und bis 1000. . . . .	189
6.2.2.1	Anzahlerfassung und -darstellung. . . . .	191
6.2.2.2	Stellenwertverständnis . . . . .	193

---

6.3	Lernangebote zum Aufbau des Operationsverständnisses . . . . .	196
6.3.1	Verinnerlichung von Handlungen . . . . .	197
6.3.2	Vernetzung der Darstellungsebenen . . . . .	199
6.4	Lernangebote zum Aufbau des flexiblen Rechnens . . . . .	201
6.4.1	Strategische Werkzeuge entwickeln . . . . .	201
6.4.2	Basisfakten entwickeln . . . . .	207
6.4.3	Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen – Rechenwege entwickeln . . . . .	214
6.5	Zusammenfassung . . . . .	220
<b>7</b>	<b>Aufbau geometrischer Kompetenzen . . . . .</b>	<b>221</b>
7.1	Grundlegende Überlegungen zum Geometrieunterricht . . . . .	221
7.1.1	Ziele und Inhalte . . . . .	223
7.1.2	Geometrie aus der Kinderperspektive aufbauen . . . . .	225
7.2	Lernangebote zum Legen . . . . .	227
7.2.1	Legen von Mustern . . . . .	228
7.2.2	Legen von Figuren . . . . .	230
7.2.2.1	Tangram & Co. . . . .	230
7.2.2.2	Quadratfünflinge & Co. . . . .	236
7.3	Lernangebote zum Bauen . . . . .	241
7.3.1	Bauen mit Würfeln . . . . .	241
7.3.1.1	Würfelgebäude und Baupläne . . . . .	242
7.3.1.2	Würfelgebäude unterschiedlich darstellen . . . . .	244
7.3.2	Bauen mit Quadern . . . . .	246
7.4	Lernangebote zum Falten . . . . .	248
7.4.1	Falten und Symmetrie erkunden . . . . .	249
7.4.2	Geometrische Körper falten und erkunden . . . . .	254
7.5	Lernangebote zum Spannen . . . . .	258
7.5.1	Ebene Figuren spannen . . . . .	259
7.5.2	Flächeninhalte vergleichen . . . . .	262
7.5.3	Symmetrische Figuren spannen . . . . .	264
7.6	Lernangebote zum Zeichnen . . . . .	266
7.6.1	Kunstwerke herstellen . . . . .	267
7.6.2	Symmetrische Figuren erzeugen . . . . .	271
7.7	Zusammenfassung . . . . .	274
<b>8</b>	<b>Aufbau des Sachrechnens . . . . .</b>	<b>275</b>
8.1	Grundlegende Überlegungen zum Sachrechenunterricht . . . . .	276
8.1.1	Ziele des Sachrechenunterrichts . . . . .	276
8.1.2	Erfahrungsweltbezug im Sachrechenunterricht . . . . .	279
8.1.3	Grundsätze für den Sachrechenunterricht . . . . .	282
8.1.3.1	Authentizität . . . . .	282
8.1.3.2	Welterschließung . . . . .	283

---

8.2 Aufgabentypen . . . . .	285
8.2.1 Aufgaben mit realem Sachkontext . . . . .	287
8.2.1.1 Sachrechnen mit Bezügen zum Alltag . . . . .	287
8.2.1.2 Mathematisierungen in der Alltagswelt . . . . .	290
8.2.1.3 Sachtexte . . . . .	290
8.2.2 Aufgaben mit konstruiertem Sachkontext: Textaufgaben . . . . .	293
8.2.2.1 Eingekleidete Aufgaben . . . . .	293
8.2.2.2 Problemhaltige Textaufgaben . . . . .	294
8.2.2.3 Rechengeschichten . . . . .	294
8.3 Teilkompetenzen beim Lösen von Sachaufgaben . . . . .	297
8.3.1 Sachsituation verstehen . . . . .	300
8.3.2 Sachkontext mathematisieren . . . . .	301
8.3.3 Mathematische Werkzeuge nutzen . . . . .	302
8.3.4 Ergebnisse interpretieren und validieren . . . . .	303
8.4 Lernangebote zum Sachrechnen . . . . .	303
8.4.1 Zusammenhänge von Sachsituation und Daten erkunden . . . . .	304
8.4.2 Werkzeuge zum mathematischen Arbeiten entwickeln . . . . .	311
8.4.3 Sachaufgaben untersuchen . . . . .	317
8.5 Zusammenfassung . . . . .	322
 <b>Bisher erschienene Bände der Reihe Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II . . . . .</b>	323
 <b>Literatur . . . . .</b>	327