

# Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>Symmetrietransformationen</b>	<b>1</b>
A	Grundlegende Symmetrien . . . . .	1
B	Symmetrien in der klassischen Mechanik . . . . .	5
C	Symmetrien in der Quantenmechanik . . . . .	25
<b>A<sub>I</sub></b>	<b>Statistische Mechanik im Phasenraum</b>	<b>33</b>
1	Euler-Darstellung . . . . .	34
2	Lagrange-Darstellung . . . . .	36
<b>B<sub>I</sub></b>	<b>Satz von Noether in der Feldtheorie</b>	<b>41</b>
1	Euler-Lagrange-Formalismus für Felder . . . . .	41
2	Symmetrietransformation und erhaltener Strom . . . . .	44
3	Verallgemeinerte Formulierung in der Raumzeit . . . . .	45
4	Lokale Energieerhaltung . . . . .	45
<b>II</b>	<b>Grundbegriffe der Gruppentheorie</b>	<b>47</b>
A	Eigenschaften von Gruppen . . . . .	47
B	Darstellungen einer Gruppe . . . . .	58
<b>A<sub>II</sub></b>	<b>Zerlegungen von Gruppen</b>	<b>67</b>
1	Nebenklassen . . . . .	67
2	Faktor- oder Quotientengruppe . . . . .	68
<b>III</b>	<b>Einführung in Lie-Gruppen</b>	<b>71</b>
A	Allgemeine Eigenschaften . . . . .	71
B	Beispiele . . . . .	88
C	Galilei- und Poincaré-Gruppe . . . . .	100
<b>A<sub>III</sub></b>	<b>Adjungierte Darstellung und Casimir-Operator</b>	<b>111</b>
1	Adjungierte Darstellung einer Lie-Algebra . . . . .	111
2	Ein Skalarprodukt auf $\mathcal{L}$ : die Killing-Form . . . . .	113
3	Vollständig antisymmetrisierte Strukturkonstanten . . . . .	115
4	Konstruktion des Casimir-Operators . . . . .	116

<b>IV</b>	<b>Darstellungen von Gruppen in der Quantenmechanik</b>	<b>117</b>
A	Physikalische Eigenschaften einer Transformation . . . . .	119
B	Der Satz von Wigner . . . . .	120
C	Transformation von Observablen . . . . .	125
D	Unitäre Darstellungen auf einem Zustandsraum . . . . .	127
E	Phasenfaktoren und projektive Darstellungen . . . . .	131
<b>A<sub>IV</sub></b>	<b>Projektive Darstellungen von Lie-Gruppen – Satz von Bargmann</b>	<b>137</b>
1	Einfach zusammenhängende Gruppe . . . . .	138
2	$p$ -fach zusammenhängende Gruppe . . . . .	140
<b>B<sub>IV</sub></b>	<b>Der Satz von Uhlhorn-Wigner</b>	<b>143</b>
1	Reeller Vektorraum . . . . .	143
2	Komplexer Vektorraum . . . . .	147
<b>V</b>	<b>Erzeugende Operatoren der Galilei- und Poincaré-Gruppe</b>	<b>149</b>
A	Darstellungen im Zustandsraum . . . . .	150
B	Galilei-Gruppe . . . . .	151
C	Lorentz-Poincaré-Gruppe . . . . .	165
<b>A<sub>V</sub></b>	<b>Die eigentliche Lorentz-Gruppe</b>	<b>181</b>
1	Beziehung zur Gruppe $SL(2, \mathbb{C})$ . . . . .	181
2	Kleine Gruppe eines Vierervektors . . . . .	188
<b>B<sub>V</sub></b>	<b>Die Spinoperatoren <math>S</math> und <math>W</math></b>	<b>193</b>
1	Spinoperator $S$ . . . . .	193
2	Der Pauli-Lubanski-Vektor . . . . .	195
3	Spinquadrat in einem Unterraum mit beliebigem Viererimpuls . . . . .	198
<b>C<sub>V</sub></b>	<b>Die Bewegungs- oder Euklidische Gruppe</b>	<b>201</b>
1	Wiederholung der klassischen Eigenschaften . . . . .	202
2	Operatoren auf dem Zustandsraum . . . . .	211
<b>D<sub>V</sub></b>	<b>Raumspiegelung (Parität)</b>	<b>221</b>
1	Wirkung im Ortsraum . . . . .	221
2	Operator auf dem Zustandsraum . . . . .	223
3	Erhaltung und Verletzung der Parität . . . . .	225
<b>VI</b>	<b>Zustandsräume und Wellengleichungen</b>	<b>229</b>
A	Galilei-Gruppe und Schrödinger-Gleichung . . . . .	229
B	Relativistische Wellengleichungen . . . . .	242

<b>A<sub>VI</sub></b>	<b>Relativistische Invarianz der Dirac-Gleichung und nichtrelativistischer Grenzfall</b>	<b>263</b>
1	Lorentz-Transformation der Dirac-Spinoren . . . . .	263
2	Nichtrelativistischer Grenzfall . . . . .	266
<b>B<sub>VI</sub></b>	<b>Endliche Lorentz-Transformationen und Dirac-Zustandsraum</b>	<b>271</b>
1	Geometrische Bewegungen . . . . .	271
2	Lorentz-Transformationen . . . . .	273
3	Zustandsraum und Observablen für die Dirac-Gleichung . . . . .	276
<b>C<sub>VI</sub></b>	<b>Lagrange-Funktionen und Erhaltungsgrößen</b>	<b>283</b>
1	Notation und komplexe Felder . . . . .	283
2	Schrödinger-Gleichung . . . . .	284
3	Klein-Gordon-Gleichung . . . . .	287
4	Dirac-Gleichung . . . . .	289
5	Das Standardmodell der Elementarteilchen . . . . .	292
<b>VII</b>	<b>Drehimpulse, Drehgruppe, Spinoren</b>	<b>297</b>
A	Elementare Theorie des Drehimpulses . . . . .	297
B	Transformation von Vektoren und Spinoren . . . . .	304
C	Irreduzible unitäre Darstellungen . . . . .	314
D	Addition von Drehimpulsen . . . . .	323
<b>A<sub>VII</sub></b>	<b>Die SU(2) überlagert die Drehgruppe homomorph</b>	<b>331</b>
1	Wirkung der SU(2) auf reelle Vektoren . . . . .	331
2	Die Transformation ist eine Drehung . . . . .	333
3	Homomorphismus zwischen SO(3) und SU(2) . . . . .	334
4	Bezug zum Kapitel VII . . . . .	336
<b>B<sub>VII</sub></b>	<b>Kopplung von drei Drehimpulsen</b>	<b>339</b>
1	Unterräume mit Gesamtdrehimpuls Null . . . . .	339
2	3j-Symbole . . . . .	341
3	6j-Symbole . . . . .	343
<b>VIII</b>	<b>Transformation von Observablen unter Drehungen</b>	<b>347</b>
A	Vektorielle Operatoren . . . . .	348
B	Tensoroperatoren . . . . .	353
C	Der Satz von Wigner-Eckart . . . . .	368
D	Anwendungen . . . . .	373
<b>A<sub>VIII</sub></b>	<b>Elementare Eigenschaften von Tensoren</b>	<b>383</b>
1	Vektoren . . . . .	383
2	Tensoren . . . . .	385

3	Produkt und Kontraktion . . . . .	388
4	Symmetrische und antisymmetrische Tensoren . . . . .	390
5	Zerlegung in irreduzible Tensoren . . . . .	392
<b>B<sub>VIII</sub></b>	<b>Irreduzible Zerlegung von Tensoren zweiter Ordnung</b>	<b>395</b>
1	Tensorprodukt von zwei Vektoroperatoren . . . . .	395
2	Irreduzible Komponenten in der Cartesischen Basis . . . . .	397
<b>C<sub>VIII</sub></b>	<b>Multipolmomente</b>	<b>401</b>
1	Elektrische Multipole . . . . .	402
2	Magnetische Multipole . . . . .	412
3	Multipolmomente von Systemen mit Drehimpuls $J$ . . . . .	417
<b>D<sub>VIII</sub></b>	<b>Zerlegung einer Dichtematrix in irreduzible Tensoren</b>	<b>423</b>
1	Liouville-Raum . . . . .	423
2	Transformation unter Drehungen . . . . .	425
3	Eine Basis irreduzibler Operatoren . . . . .	426
4	Drehsymmetrie und Zeitentwicklung . . . . .	428
<b>IX</b>	<b>Interne Symmetrien</b>	<b>433</b>
A	Systeme von Teilchen mit interner Symmetrie . . . . .	434
B	Die Isospin-Symmetrie . . . . .	448
C	Flavour-Symmetrie und die Gruppe $SU(3)$ . . . . .	454
<b>A<sub>IX</sub></b>	<b>Symmetrisieren von gleichwertigen Teilchen</b>	<b>477</b>
1	Fermionen . . . . .	478
2	Bosonen . . . . .	482
3	Vollständig (anti)symmetrisierte Zustände . . . . .	482
4	Äquivalenz zwischen zwei Vielteilchensystemen . . . . .	483
<b>X</b>	<b>Gebrochene Symmetrie</b>	<b>487</b>
A	Ferromagnetismus . . . . .	488
B	Weitere Beispiele . . . . .	493
<b>A</b>	<b>Zeitumkehr</b>	<b>501</b>
A	In der klassischen Mechanik . . . . .	502
B	Antilineare Operatoren . . . . .	505
C	Quantenmechanischer Zeitumkehroperator . . . . .	512
D	Explizite Konstruktion von Operatoren für Zeitumkehr . . . . .	518
E	Anwendungen . . . . .	521
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>529</b>
	<b>Sach- und Namenverzeichnis</b>	<b>535</b>