

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Zielsetzung der Arbeit	4
1.2	Mathematische Grundlagen	5
1.2.1	Der Monotoniebegriff	5
1.2.2	Der Grenzwertbegriff	6
1.2.3	Der Ableitungsbegriff	8
1.2.4	Der Extremwertbegriff	9
1.3	Aufbau	11
2	Theoretischer Hintergrund	13
2.1	Grundvorstellungen	14
2.1.1	Die Entwicklung des Grundvorstellungskonstrukts	14
2.1.2	Die bisherige Verwendung von Grundvorstellungen . . .	19
2.1.3	Die Unterscheidung von Aspekten und Grundvorstellungen	20
2.1.4	Partielle und allgemeine Aspekte und Grundvorstellungen	22
2.1.5	Zusammenfassung	28
2.2	Fehler und Fehlvorstellungen aus Sicht der Mathematikdidaktik	29
2.2.1	Fehler	29
2.2.2	Fehlvorstellungen	31
2.3	Concept Image und Concept Definition	35
2.3.1	Die Entwicklung des Concept Image/Concept Definition Konstrukts	35
2.3.2	Die bisherige Verwendung von Concept Image/Concept Definition	37
2.3.3	Zusammenhang von Concept Image/Concept Definition mit Aspekten/Grundvorstellungen	42
2.4	Prototypen	47
2.4.1	Eine allgemeine Diskussion des Prototypenbegriffs	47
2.4.2	Die bisherigen Studien zu Prototypen in der Mathematik	50
2.5	Conceptual Change Theorie	53
2.5.1	Die Entwicklung der Conceptual Change Theorie	54
2.5.2	Die bisherige Verwendung der Conceptual Change Theorie	61
2.6	Zusammenfassung des Kapitels	63

3	Der Übergang Schule-Universität	65
3.1	Allgemeiner Überblick	65
3.2	Schwierigkeiten mit dem Verständnis zentraler Begriffe der Analysis	67
3.2.1	Der Grenzwertbegriff	67
3.2.2	Der Monotoniebegriff und konstante Funktionen	71
3.2.3	Der Ableitungsbegriff	72
3.2.4	Der Extrempunktbegriff	77
3.2.5	Zusammenfassung	81
3.3	Schwierigkeiten mit der mathematischen Arbeitsweise	81
3.3.1	Logische Probleme mit der mathematischen Sprache	84
3.3.2	Algorithmen	85
3.3.3	Schwierigkeiten mit Beweisen	86
3.3.4	Schwierigkeiten mit Definitionen	88
3.3.5	Beispiele und Gegenbeispiele	91
3.3.6	Zusammenfassung	92
3.4	Zusammenfassung des Kapitels	92
4	Forschungsd desiderata und daraus resultierende Forschungsfragen	95
4.1	Zusammenfassung der Ergebnisse aus Theorie und Literatur	95
4.2	Forschungsfragen	98
5	Zur Forschungsfrage 1	101
5.1	Vorüberlegungen	101
5.2	Aspekte des Extrempunktbegriffs	101
5.2.1	Größter/Kleinsten-Wert-Aspekt	101
5.2.2	Monotoniewechsel-Aspekt	102
5.2.3	Ableitung-Null-Aspekt	108
5.2.4	Diskussion der Aspekte	109
5.3	Grundvorstellungen des Extrempunktbegriffs	109
5.3.1	Höchster/Tiefster-Punkt-Grundvorstellung	110
5.3.2	Monotoniewechsel-Grundvorstellung	111
5.3.3	Horizontale-Tangente-Grundvorstellung	112
5.3.4	Verstärkungsfaktor-Null-Grundvorstellung	114
5.4	Überblick über Aspekte und Grundvorstellungen zum Extrempunktbegriff	116
6	Zur Methodik der Untersuchung	119
6.1	Die Methode der qualitativen Inhaltsanalyse	120
6.2	Voruntersuchung	121
6.2.1	Aufbau der Voruntersuchung	122

6.2.2	Durchführung, Auswertung und Folgerungen aus der Vor- untersuchung	125
6.3	Planung der empirischen Studie	129
6.3.1	Spezifizierung fokussierter Leitfadeninterviews	132
6.3.2	Aufbau der Studie	133
6.3.3	Konstruktion der schriftlichen Befragung	134
6.3.4	Der Leitfaden der Interviews	140
6.4	Durchführung der empirischen Studie	143
6.4.1	Durchführung der schriftlichen Befragung	143
6.4.2	Durchführung der Interviews	144
6.4.3	Nebenstudie	147
6.5	Auswertung der Interviews	148
6.5.1	Die strukturierende qualitative Inhaltsanalyse	148
6.5.2	Auswertung mit dem Computer	150
6.5.3	Ablauf(modell) der inhaltlich strukturierenden Inhalts- analyse	152
6.5.4	Gütekriterien für qualitative Verfahren	165
6.6	Zusammenfassung	167
7	Zu den Forschungsfragen 2 und 3	169
7.1	Konstante Funktionen	170
7.1.1	Beispiele	170
7.1.2	Zusammenfassung	174
7.2	Randextrema	176
7.2.1	Beispiele	176
7.2.2	Zusammenfassung	177
7.3	Lokale Linearität	178
7.3.1	Beispiele	178
7.3.2	Zusammenfassung	186
7.4	Differenzierbarkeit als Voraussetzung	188
7.4.1	Beispiele	188
7.4.2	Zusammenfassung	189
7.5	x_0 Extremstelle impliziert $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) \geq 0$	189
7.5.1	Beispiele	189
7.5.2	Zusammenfassung	193
7.6	$f'(x_0) = 0$ impliziert x_0 ist Extremstelle	194
7.6.1	Beispiel	194
7.6.2	Zusammenfassung	196
7.7	Begriffsaufspaltung: Extremum, Maximum/Minimum, Hochpunkt/ Tiefpunkt	196
7.7.1	Beispiele	196

7.7.2	Zusammenfassung	203
7.8	Allgemeiner Überblick und kurze Diskussion	204
7.9	Zusammenfassung des Kapitels	208
8	Diskussion	211
8.1	Alltagserfahrungen	211
8.2	Schulerfahrungen	214
8.2.1	Kurze Analyse des bayerischen Lehrplans im Hinblick auf den Extrempunktbegriff	216
8.2.2	Kurze Analyse der vier bayerischen Schulbücher hinsicht- lich des Extrempunktbegriffs	218
8.2.3	Die Rolle der Schule (Hauptuntersuchung)	230
8.3	Vorstellungswandel im Übergang	236
8.4	Fallanalyse der Nebenuntersuchung	239
8.4.1	Lisa	240
8.4.2	Florian	243
8.4.3	Zusammenfassung der Nebenuntersuchung	247
8.5	Zusammenfassung des Kapitels	247
9	Schlussfolgerungen	249
9.1	Rückblickende Reflexion	249
9.2	Diskussion und Schlussfolgerungen	250
9.2.1	Allgemeine Schlussfolgerungen	251
9.2.2	Schlussfolgerungen zur theoretischen Rahmung	252
9.2.3	Schlussfolgerungen für die Schule	258
9.2.4	Schlussfolgerungen für die Hochschule	261
9.2.5	Zusammenfassung und Folgerungen	264
9.3	Ausblick	267
	Literaturverzeichnis	271