

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Differenzialgleichungen erster Ordnung . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Definition und Grundbegriffe . . . . .	2
1.2 Richtungsfeld und numerische Lösung . . . . .	8
1.2.1 Idee der numerischen Lösung . . . . .	10
1.2.2 Unterschiedliche Einschrittverfahren . . . . .	13
1.2.3 Beispiel zur numerischen Lösung . . . . .	15
1.3 Separable Gleichungen . . . . .	17
1.4 Lineare Gleichungen erster Ordnung . . . . .	21
1.4.1 Homogene Gleichung . . . . .	22
1.4.2 Inhomogene Gleichung: Variation der Konstanten . . . . .	22
1.5 Allgemeine Bemerkung zur Lösung einer Differenzialgleichung . . . . .	26
Übungsaufgaben . . . . .	28
<b>2 Eigenschaften der Lösungen . . . . .</b>	<b>31</b>
2.1 Differenzialgleichungssysteme erster Ordnung . . . . .	32
2.2 Existenz und Eindeutigkeit einer Lösung . . . . .	36
2.2.1 Lipschitz-Stetigkeit . . . . .	36
2.2.2 Eindeutigkeitssatz . . . . .	40
2.2.3 Existenzsatz . . . . .	46
2.3 Differenzialgleichungen höherer Ordnung . . . . .	47
2.3.1 Zurückführung auf ein System erster Ordnung . . . . .	49
2.3.2 Lösbarkeit und Eindeutigkeit . . . . .	53
2.4 Lineare Differenzialgleichungen . . . . .	54
2.4.1 Beispiel: Euler-Differenzialgleichung . . . . .	59
Übungsaufgaben . . . . .	62
<b>3 Beispiel: Freie gedämpfte Schwingung . . . . .</b>	<b>65</b>
3.1 Differenzialgleichung der gedämpften Schwingung . . . . .	66
3.2 Exponentialansatz und charakteristische Gleichung . . . . .	69
3.3 Ungedämpfte Schwingung: $\mu = 0$ . . . . .	70
3.4 Schwache Dämpfung: $0 < \mu < \omega_0$ . . . . .	73
3.5 Aperiodischer Grenzfall: $\mu = \omega_0$ . . . . .	74
3.6 Starke Dämpfung: $\mu > \omega_0$ . . . . .	77
3.7 Übersicht . . . . .	77
Übungsaufgaben . . . . .	80

<b>4 Lineare DGLs mit konstanten Koeffizienten . . . . .</b>	83
4.1 Definition und Grundbegriffe . . . . .	84
4.2 Homogene Gleichung . . . . .	87
4.2.1 Fundamentalsatz der Algebra . . . . .	88
4.2.2 Nur einfache Nullstellen . . . . .	91
4.2.3 Allgemeiner Fall . . . . .	95
4.2.4 Beweis des Hauptsatzes für homogene Gleichungen . . . . .	98
4.3 Inhomogene Gleichung . . . . .	101
4.3.1 Form der Inhomogenität . . . . .	102
4.3.2 Keine Resonanz . . . . .	106
4.3.3 Resonanz . . . . .	110
4.3.4 Reelle Gleichungen reell lösen? . . . . .	114
4.3.5 Analytische Lösung mit einem Computerprogramm . . . . .	115
Übungsaufgaben . . . . .	116
<b>5 Beispiel: Erzwungene Schwingung . . . . .</b>	119
5.1 Differenzialgleichung der erzwungenen Schwingung . . . . .	120
5.2 Ungedämpfte Schwingung . . . . .	122
5.2.1 Fall $\Omega \neq \omega_0$ . . . . .	122
5.2.2 Fall $\Omega = \omega_0$ : Resonanz . . . . .	124
5.3 Gedämpfte Schwingung . . . . .	126
Übungsaufgaben . . . . .	133
<b>6 Ausblick: Eine partielle Differenzialgleichung . . . . .</b>	135
6.1 Differenzialgleichung der schwingenden Saite 136	
6.2 Separationsansatz . . . . .	138
6.2.1 Lösung der separierten Gleichungen . . . . .	139
6.2.2 Einzellösungen und Summen . . . . .	142
6.3 Anfangsbedingungen der angezupften Saite . . . . .	144
6.3.1 Entwicklung in Eigenfunktionen . . . . .	146
6.3.2 Beispiel: Lineares mittiges Anzupfen . . . . .	149
Übungsaufgaben . . . . .	153
<b>A Komplexe Zahlen . . . . .</b>	155
<b>B Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .</b>	173
<b>Stichwortverzeichnis . . . . .</b>	199