

Inhaltsverzeichnis

| | |
|-----------------------------------------------------------------|-----------|
| 1 Differenzialgleichungen erster Ordnung | 1 |
| 1.1 Definition und Grundbegriffe | 2 |
| 1.2 Richtungsfeld und numerische Lösung | 8 |
| 1.2.1 Idee der numerischen Lösung | 10 |
| 1.2.2 Unterschiedliche Einschrittverfahren | 13 |
| 1.2.3 Beispiel zur numerischen Lösung | 15 |
| 1.3 Separable Gleichungen | 17 |
| 1.4 Lineare Gleichungen erster Ordnung | 21 |
| 1.4.1 Homogene Gleichung | 22 |
| 1.4.2 Inhomogene Gleichung: Variation der Konstanten | 22 |
| 1.5 Allgemeine Bemerkung zur Lösung einer Differenzialgleichung | 26 |
| Übungsaufgaben | 28 |
| 2 Eigenschaften der Lösungen | 31 |
| 2.1 Differenzialgleichungssysteme erster Ordnung | 32 |
| 2.2 Existenz und Eindeutigkeit einer Lösung | 36 |
| 2.2.1 Lipschitz-Stetigkeit | 36 |
| 2.2.2 Eindeutigkeitssatz | 40 |
| 2.2.3 Existenzsatz | 46 |
| 2.3 Differenzialgleichungen höherer Ordnung | 47 |
| 2.3.1 Zurückführung auf ein System erster Ordnung | 49 |
| 2.3.2 Lösbarkeit und Eindeutigkeit | 53 |
| 2.4 Lineare Differenzialgleichungen | 54 |
| 2.4.1 Beispiel: Euler-Differenzialgleichung | 59 |
| Übungsaufgaben | 62 |
| 3 Beispiel: Freie gedämpfte Schwingung | 65 |
| 3.1 Differenzialgleichung der gedämpften Schwingung | 66 |
| 3.2 Exponentialansatz und charakteristische Gleichung | 69 |
| 3.3 Ungedämpfte Schwingung: $\mu = 0$ | 70 |
| 3.4 Schwache Dämpfung: $0 < \mu < \omega_0$ | 73 |
| 3.5 Aperiodischer Grenzfall: $\mu = \omega_0$ | 74 |
| 3.6 Starke Dämpfung: $\mu > \omega_0$ | 77 |
| 3.7 Übersicht | 77 |
| Übungsaufgaben | 80 |

| | | |
|----------|--------------------------------------------------------|-----|
| 4 | Lineare DGLs mit konstanten Koeffizienten | 83 |
| 4.1 | Definition und Grundbegriffe. | 84 |
| 4.2 | Homogene Gleichung | 87 |
| 4.2.1 | Fundamentalsatz der Algebra. | 88 |
| 4.2.2 | Nur einfache Nullstellen. | 91 |
| 4.2.3 | Allgemeiner Fall. | 95 |
| 4.2.4 | Beweis des Hauptsatzes für homogene Gleichungen. | 98 |
| 4.3 | Inhomogene Gleichung | 101 |
| 4.3.1 | Form der Inhomogenität. | 102 |
| 4.3.2 | Keine Resonanz | 106 |
| 4.3.3 | Resonanz | 110 |
| 4.3.4 | Reelle Gleichungen reell lösen? | 114 |
| 4.3.5 | Analytische Lösung mit einem Computerprogramm. | 115 |
| | Übungsaufgaben | 116 |
| 5 | Beispiel: Erzwungene Schwingung | 119 |
| 5.1 | Differenzialgleichung der erzwungenen Schwingung. | 120 |
| 5.2 | Ungedämpfte Schwingung. | 122 |
| 5.2.1 | Fall $\Omega \neq \omega_0$. | 122 |
| 5.2.2 | Fall $\Omega = \omega_0$: Resonanz. | 124 |
| 5.3 | Gedämpfte Schwingung. | 126 |
| | Übungsaufgaben | 133 |
| 6 | Ausblick: Eine partielle Differenzialgleichung. | 135 |
| 6.1 | Differenzialgleichung der schwingenden Saite | 136 |
| 6.2 | Separationsansatz. | 138 |
| 6.2.1 | Lösung der separierten Gleichungen | 139 |
| 6.2.2 | Einzellösungen und Summen. | 142 |
| 6.3 | Anfangsbedingungen der angezupften Saite | 144 |
| 6.3.1 | Entwicklung in Eigenfunktionen | 146 |
| 6.3.2 | Beispiel: Lineares mittiges Anzupfen. | 149 |
| | Übungsaufgaben | 153 |
| A | Komplexe Zahlen | 155 |
| B | Lösungen der Übungsaufgaben | 173 |
| | Stichwortverzeichnis. | 199 |