

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen	1
1.1 Logik	2
1.1.1 Aussagenlogik	3
1.1.2 Prädikatenlogik	10
1.2 Mengen	19
1.3 Zahlen	30
1.3.1 Natürliche Zahlen	30
1.3.2 Reelle Zahlen	45
1.3.3 Komplexe Zahlen	54
1.3.4 Unendlich ferne Punkte	60
2 Topologische Grundbegriffe	67
2.1 Topologie von $\mathbb{R}$ und $\mathbb{C}$	67
2.2 Topologie von $\mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ und $\mathbb{C} \cup \{\infty\}$	74
2.3 Häufungspunkte	75
2.4 Kompaktheit	79
3 Konvergenz	89
3.1 Konvergenz von Folgen in $\mathbb{R}$ oder $\mathbb{C}$	89
3.2 Cauchyfolgen	96
3.3 Vergleichskriterien für die Konvergenz von Reihen	100
3.3.1 Konvergenz und Divergenz von Potenzreihen	102
3.4 Vergleichskriterien mit der geometrischen Reihe	106
3.5 Konvergenz in $\mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ und $\mathbb{C} \cup \{\infty\}$	107
3.6 Vertauschung von Grenzoperationen	109
3.6.1 Vertauschung zweier Limiten	109
3.6.2 Vertauschung von Limes und Reihe	111
3.6.3 Umordnung von Reihen	119
4 Stetigkeit	129
4.1 Definition und Charakterisierung der Stetigkeit	129
4.2 Ausblick: Die allgemeine Stetigkeitsdefinition	135
4.3 Grundlegende Eigenschaften stetiger Funktionen	136

4.4	Varianten des Stetigkeitsbegriffs	144
4.4.1	Konvergenz für $x \rightarrow x_0$	146
4.4.2	Der Abelsche Grenzwertsatz	148
4.5	Konvergenzgeschwindigkeit	154
5	Differentialrechnung	161
5.1	Definition und grundlegende Eigenschaften	161
5.2	Trigonometrische Funktionen und Hyperbelfunktionen	174
5.3	Einseitig stetige und differenzierbare Funktionen	191
5.4	Der Mittelwertsatz der Differentialrechnung	191
5.4.1	Der Satz von Rolle und der einfache Mittelwertsatz	191
5.4.2	Anwendung auf Differentialgleichungen	193
5.4.3	Der verallgemeinerte Mittelwertsatz	195
5.4.4	Konvexe Funktionen	198
6	Integralrechnung	201
6.1	Das Riemann-Integral	201
6.2	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	211
6.3	Integrationsregeln	212
6.3.1	Einige wichtige Integrale	212
6.3.2	Partielle Integration und Substitutionsregel	213
6.4	Anwendungen	215
6.5	Uneigentliche Riemann-Integrale	220
6.5.1	Die Gammafunktion	222
6.6	Symbolische Integrationsverfahren für einige Funktionenklassen	224
6.6.1	Rationale Funktionen	225
6.6.2	Integration einiger anderer Funktionsklassen	232
6.7	Vertauschung von Integral und Grenzwert	238
7	Taylorapproximationen und Potenzreihen	243
7.1	Die Taylorformel	243
7.2	Ableitung von Potenzreihen	249
7.3	Beispiele für Potenzreihen	251
7.3.1	Die Logarithmusreihe und die Arcustangensreihe	251
7.3.2	Die binomische Reihe und die Arcussinusreihe	254
7.4	Approximation des Absolutbetrags durch Polynome	258
	Literatur	261
	Stichwortverzeichnis	263