

2021 Training

Abschlussprüfung

**MEHR
ERFAHREN**

Realschule Niedersachsen

Mathematik

- + *Basiswissen mit Übungen*
- + *Formelsammlung*
- + *Aktuelle Original-Prüfungen*

Original-Prüfungsaufgaben

2020 zum Download



STARK

Inhalt

Vorwort
Hinweise zur Prüfung

Hinweise und Tipps	I
1 Wie man für die Prüfung lernen kann	I
2 Das Lösen einer mathematischen Aufgabe	III
3 Formelsammlung	IX
Training Grundwissen	1
1 Wiederholung Grundlagen	2
1.1 Terme	2
Termumformungen	3
Zerlegung von Termen in Produkte – Faktorisieren	8
1.2 Lösen von linearen Gleichungen und Ungleichungen	8
Textaufgaben mithilfe von Gleichungen lösen	9
1.3 Proportionale und antiproportionale Zuordnungen	12
Proportionale Zuordnungen	12
Nicht-proportionale Zuordnungen	12
Antiproportionale Zuordnungen	12
1.4 Prozent- und Zinsrechnung	14
1.5 Umrechnungen von Größen	17
1.6 Ebene Figuren	19
1.7 Potenzen und Wurzeln	21
Gesetze für das Rechnen mit Potenzen	22
Sehr große und sehr kleine Zahlen	23
Gleichungen mit Potenzen der Form $x^n = a$	24
2 Lineare Funktionen – Lineare Gleichungssysteme	25
2.1 Die lineare Funktion	25
Lineare Funktionen der Form $f: y = m \cdot x$	26
Allgemeine lineare Funktionen $f: y = m \cdot x + t$	28
2.2 Lineare Gleichungssysteme	30
Grafische Lösungsverfahren	30
Rechnerische Lösungsverfahren	31

3	Quadratische Funktionen und Gleichungen	35
3.1	Quadratische Funktionen	35
	Die quadratische Funktion $f: y = x^2$	35
	Quadratische Funktionen der Form $f: y = ax^2$	36
	Quadratische Funktionen der Form $f: y = x^2 + q$	38
	Quadratische Funktionen der Form $f: y = (x - m)^2$	39
	Quadratische Funktionen der Form $f: y = (x - m)^2 + n$	41
3.2	Quadratische Gleichungen	44
	Reinquadratische Gleichungen $x^2 + q = 0$	44
	Quadratische Gleichungen $x^2 + px = 0$	45
	Die allgemeine quadratische Gleichung $x^2 + px + q = 0$	46
	Der Satz von Vieta	47
3.3	Bestimmung der Nullstellen einer Parabel	48
	Schnittpunkte zwischen Parabel und Gerade	51
4	Lineares und exponentielles Wachstum	54
4.1	Exponentialfunktionen	55
	Exponentialfunktionen der Form $y = q^x$	55
	Exponentialfunktionen der Form $y = a \cdot q^x$	56
4.2	Exponentielles Wachstum	56
4.3	Prozentuale Wachstumsrate	57
4.4	Zinseszins	58
4.5	Exponentielle Abnahme – Zerfall	60
5	Ähnlichkeit	63
5.1	Vergrößern und Verkleinern von Figuren – Ähnliche Figuren	63
5.2	Strahlensätze	69
6	Sätze am rechtwinkligen Dreieck	73
6.1	Der Satz des Pythagoras	73
6.2	Der Kathetensatz	75
6.3	Der Höhensatz	77
6.4	Der Satz des Thales	78
7	Trigonometrie	80
7.1	Trigonometrische Funktionen am rechtwinkligen Dreieck	80
7.2	Sinus- und Kosinussatz – Berechnungen an beliebigen Dreiecken	87
7.3	Graphen der trigonometrischen Funktionen	89
8	Kreis	93
8.1	Kreisfläche und Kreisumfang, Kreisring	93
8.2	Kreisbogen und Kreissektor, Berechnungen am Kreis und an Kreisteilen	96

9	Körper	99
9.1	Schrägbild und Netz eines Körpers	99
9.2	Prisma	103
9.3	Kreiszylinder	109
9.4	Pyramide	112
9.5	Kegel	118
9.6	Kugel	122
9.7	Rotationskörper, zusammengesetzte Körper und Restkörper	125
10	Stochastik	131
10.1	Statistische Grundbegriffe	131
10.2	Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	138
10.3	Die Wahrscheinlichkeit bei Zufallsexperimenten	138
10.4	Wahrscheinlichkeit und das Gesetz der großen Zahlen	141
10.5	Mehrstufige Zufallsexperimente	142

Aufgabe im Stil der Abschlussprüfung 145

Hauptteil I	146
Hauptteil II mit Wahlaufgaben	149

Abschlussprüfung 151

Abschlussprüfung 2019	2019-1
Hauptteil I	2019-1
Hauptteil II mit Wahlaufgaben	2019-5

Abschlussprüfung 2020 www.stark-verlag.de/mystark

Hauptteil I und Hauptteil II mit Wahlaufgaben

Das Corona-Virus hat im vergangenen Schuljahr auch die Prüfungsabläufe durcheinandergebracht und manches verzögert. Daher ist die Prüfung 2020 in diesem Jahr nicht im Buch abgedruckt, sondern erscheint in digitaler Form. Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2020 zur Veröffentlichung freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform **MyStark** heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. vorne im Buch).



Dieses Buch ist in zwei Versionen erhältlich: mit und ohne ActiveBook. Hast du die Ausgabe **mit ActiveBook (31500ML)** erworben, kannst du mit dem **Interaktiven Training** online mit vielen zusätzlichen interaktiven Aufgaben zu allen prüfungsrelevanten Kompetenzbereichen trainieren.

Die **interaktiven Aufgaben** sind im Buch mit diesem Button gekennzeichnet. Am besten gleich ausprobieren!



Ausführliche Infos inkl. Zugangscode findest du in der Ausgabe mit ActiveBook auf den **Farbseiten** vorne in diesem Buch.

Autorin und Autoren:

Jan-Hinnerk Ahlers, Ursula Hollen, Olaf Klärner, Wolfgang Matschke, Marc Möllers, Dietmar Steiner, Henner Striedelmeyer

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit dem vorliegenden Buch kannst du dich langfristig und nachhaltig auf die zentrale Prüfung zum Realschulabschluss in Mathematik vorbereiten. Das Buch ist so konzipiert, dass es bereits zu Beginn der 9. Klasse zur Vorbereitung auf Klassenarbeiten und zur langfristigen Vorbereitung auf die Abschlussprüfung verwendet werden kann.

Gerade bei einer zentral gestellten Prüfung ist das Grundlagenwissen besonders wichtig. Denn in der Prüfung geht es nicht um irgendwelche Spezialkenntnisse, die du vielleicht gut beherrschst, sondern die Aufgaben werden auf einem möglichst breiten Grundlagenwissen aufbauen. Es geht vor der Prüfung also um eine Gesamtwiederholung.

- ▶ Daher beginnen wir in diesem Buch mit einem ausführlichen **Trainingsteil**. Im ersten Kapitel werden die wichtigsten Themen der 5. bis 9. Klasse so kurz wie möglich wiederholt, die Kapitel 2 bis 10 behandeln intensiv sämtliche prüfungsrelevanten Bereiche der 9. und 10. Klasse. In allen zehn Kapiteln findest du über 200 Aufgaben, anhand derer du überprüfen kannst, ob du den Stoff sicher beherrschst.
- ▶ Wenn die einzelnen Themen „sitzen“, du die Aufgaben also gut lösen kannst, geht es weiter mit der **Aufgabe im Stil der Abschlussprüfung**. Deren Aufgaben sind nicht mehr nach Themengebieten unterteilt, sondern – wie in der Prüfung – aus den verschiedensten Bereichen zusammengestellt. Es kommt also darauf an zu erkennen, *wie* die Aufgabe gelöst werden könnte und welchem Themengebiet sie zuzuordnen ist. Der Rest sollte mit deinem Vorwissen aus dem Trainingsteil ganz einfach gehen. Wenn du merkst, dass du immer wieder über dasselbe Problem stolperst, solltest du das entsprechende Trainingskapitel wiederholen.
- ▶ Jetzt kannst du dich an die **Original-Abschlussprüfungen 2019 und 2020** wagen. Schaffst du es, diese in der vorgegebenen Zeitspanne und nur mit den zulässigen Hilfsmitteln zu bearbeiten, bist du optimal vorbereitet. Eine umfangreiche **Sammlung der Prüfungsaufgaben 2014 bis 2020** enthält übrigens das Buch „Realschule Mathematik Niedersachsen 2021“ (Bestell-Nr. 315001). Es ist insbesondere für die **Vorbereitungsphase unmittelbar vor der Abschlussprüfung** gedacht und hilft dir dabei, noch mehr Sicherheit im Umgang mit Prüfungsaufgaben zu gewinnen.

Zu allen Aufgaben gibt es in einem separaten Buch (Bestell-Nr. 31500L) **ausführliche Lösungen**, die von unserer Autorin und unseren Autoren ausgearbeitet wurden und in denen jeder Rechenschritt genau erklärt ist. Zahlreiche Skizzen zur Veranschaulichung dienen dem besseren Verständnis der Lösungen und helfen dir beim Nachvollziehen von Sachverhalten.

Beachte: Du solltest immer versuchen, die Lösung selbst zu finden, und erst dann mit dem Lösungsbuch vergleichen. Nur wenn man sich selbst anstrengt, bleibt der Stoff auch im Gedächtnis und man lernt dazu. Halte dich deswegen konsequent daran, jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abschluss-Prüfung vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, findest du aktuelle Informationen dazu auf der **Plattform MyStark** (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Die Autorin, die Autoren und der Stark Verlag wünschen dir für die Prüfung viel Erfolg!

2 Das Lösen einer mathematischen Aufgabe

Das Lösen einer mathematischen Aufgabe lässt sich in der Regel in vier Phasen unterteilen:

1. Phase

Lesen und Verstehen der Aufgabe

Habe ich alle Wörter verstanden?

- ▶ Ist die Aufgabe klar und deutlich?
- ▶ Finde ich in der Aufgabe eine Fragestellung?
- ▶ Was ist gegeben?
- ▶ Was ist gesucht?
- ▶ Sind bestimmte Informationen unwichtig?

2. Phase

Suchen eines Lösungsweges und Entwerfen eines Lösungsplanes

Für das Lösen von Aufgaben gibt es zwei Strategien, die auch miteinander kombiniert werden können:

- ▶ **Das Vorwärtslösen:** Der Lösungsweg geht davon aus, was **gegeben** ist.
- ▶ **Das Rückwärtslösen:** Der Lösungsweg geht davon aus, was **gesucht** ist.

Zwei Fragen können dir behilflich sein:

1. Welches **Themengebiet** wird angesprochen?
(Welche Regeln, Sätze, Formeln kannst du bei der Lösung der Aufgabe verwenden?)
2. Wie kommst du vom Gegebenen zum Gesuchten?
 - Arbeite mit Skizzen, Figuren etc.
 - Markiere Größen/Stücke, die du berechnen willst, farbig.
 - Entwickle einen **Lösungsplan** und halte die einzelnen Schritte zur Lösung in der zu bearbeitenden Reihenfolge fest.

3. Phase

Das Lösen der Aufgabe

1. Bearbeite die Aufgabe nach deinem Lösungsplan.
2. Löse die Aufgabe sauber und klar strukturiert – lieber einen Zwischenschritt mehr machen.

4. Phase

Kontrolle – Überprüfung der gefundenen Lösung

Überprüfe, ob deine Lösung mit der Aufgabenstellung übereinstimmen kann. Führe, falls möglich, eine Probe durch. Schreibe zu Fehlern, die du gemacht hast, eine Korrektur und markiere sie deutlich.

3 Quadratische Funktionen und Gleichungen

3.1 Quadratische Funktionen

Merke

Quadratische Funktionen

Funktionen mit der Funktionsgleichung **f: $y = ax^2 + bx + c$** , wobei $a \neq 0$ ist und a, b, c reelle Zahlen sind, heißen (wegen des quadratischen Terms ax^2) **quadratische Funktionen**.

Die einfachste Form einer quadratischen Gleichung erhält man für $a = 1$, $b = 0$ und $c = 0$.

Die quadratische Funktion f: $y = x^2$

Merke

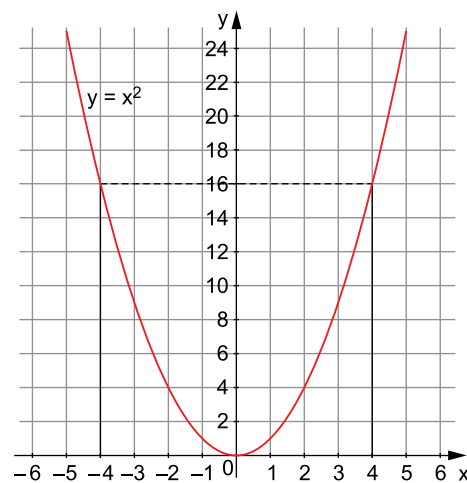
Die quadratische Funktion f: $y = x^2$

- Der Graph der quadratischen Funktion f: $y = x^2$ ist die **Normalparabel**. Die Normalparabel besitzt einen **Scheitel S(0|0)** im Koordinatenursprung und als **Symmetrieachse** die **y-Achse**.
- Der Graph fällt bis zum Scheitel S(0|0) und steigt danach. Der Scheitel ist der tiefste Punkt des Graphen.

Wertetabelle

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

Graph



Quadratische Funktionen der Form $f: y = ax^2$

Merke

Quadratische Funktionen der Form $f: y = ax^2$

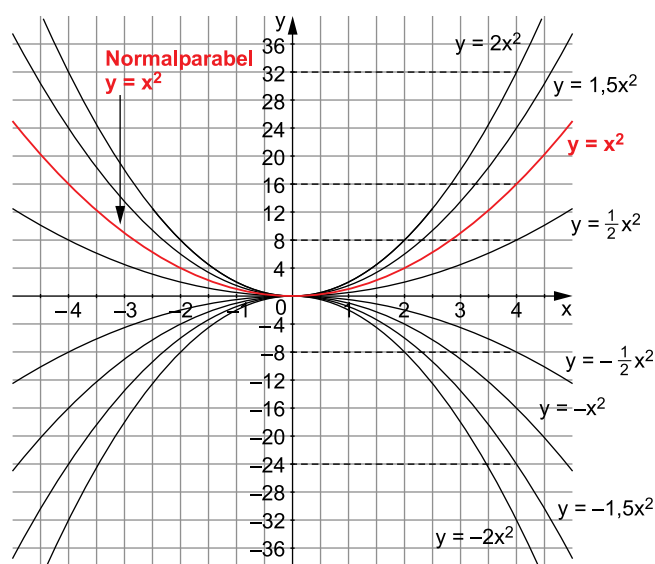
- Die Funktionswerte der quadratischen Funktion $y = ax^2$ ergeben sich aus den entsprechenden Funktionswerten von $y = x^2$ durch **Multiplikation mit dem Faktor a** (vergleiche Wertetabelle, letzte Spalte).
- Die Graphen der Funktionen $y = ax^2$ sind Parabeln mit dem **Scheitel $S(0|0)$** , die durch **Streckung** ($a > 1$ oder $a < -1$) oder **Stauchung** ($-1 < a < 1$) und gegebenenfalls **Spiegelung** ($a < 0$) an der x-Achse aus der Normalparabel entstehen.
- Für **positive Werte von a** ist der Scheitel $S(0|0)$ der **tiefste** Punkt des Graphen.
- Für **negative Werte von a** ist der Scheitel $S(0|0)$ der **höchste** Punkt des Graphen.
- Für positive Werte von a ist die Parabel nach oben, für negative Werte von a nach unten geöffnet.

Beispiele

$$\begin{aligned} a=0,5 & \quad f_1: y=0,5x^2 \\ a=2 & \quad f_2: y=2x^2 \\ a=-0,5 & \quad f_3: y=-0,5x^2 \\ a=-1,5 & \quad f_4: y=-1,5x^2 \end{aligned}$$

Wertetabelle

	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	$a \cdot f$
f	y	16	9	4	1	0	1	4	9	16	$1 \cdot f$
f_1	y	8	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5	8	$0,5 \cdot f$
f_2	y	32	18	8	2	0	2	8	18	32	$2 \cdot f$
f_3	y	-8	-4,5	-2	-0,5	0	-0,5	-2	-4,5	-8	$-0,5 \cdot f$
f_4	y	-24	-13,5	-6	-1,5	0	-1,5	-6	-13,5	-24	$-1,5 \cdot f$

Graphen der Funktionen f_1, f_2, f_3 und f_4 

Vergleiche die Funktionswerte von f_1, f_2, f_3 und f_4 mit denen der Funktion f sowie deren Graphen mit dem Graphen von f .

Aufgaben

77

Bestimme den Faktor a so, dass der Graph der Funktion $y = ax^2$ durch den Punkt

- a) $P(2|-2)$ b) $Q(-5|12,5)$ c) $A(-2,5|-18,75)$
 d) $B(2|-4)$ e) $C(8|16)$

verläuft.

78

Die Graphen der Funktionen $y = ax^2$ sind Parabeln mit dem Scheitel $S(0|0)$. Form und Öffnung der Parabeln hängen jedoch vom Wert des Faktors a ab.

Fülle die Tabelle aus.

Faktor	Öffnung	Form der Parabel	Beispiel
$a > 1$			
$a = 1$			
$0 < a < 1$			
$-1 < a < 0$			
$a = -1$			
$a < -1$			

79

Für den Bremsweg s eines ICE in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v gilt näherungsweise:

$$s = 0,042 \cdot v^2 \quad (s \text{ in m und } v \text{ in } \frac{\text{km}}{\text{h}})$$

- a) Erstelle für den Bremsweg s in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v für

$$0 \frac{\text{km}}{\text{h}} \leq v \leq 240 \frac{\text{km}}{\text{h}} \text{ in Schritten von } 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

eine Wertetabelle und zeichne den zugehörigen Graphen.

- b) Entnimm der grafischen Darstellung die Bremswege für $v_1 = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ und für $v_2 = 200 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
 c) Überprüfe dein Ergebnis aus Teilaufgabe b rechnerisch.



80

Für den Bremsweg s eines Autos auf trockener Straße in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v gilt die Faustregel $s = a \cdot v^2$ (s in m; v in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$).Für $v = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ergibt sich $s = 81 \text{ m}$.

- a) Bestimme den Faktor a in der Faustregel.
 b) Berechne die Bremswege für $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ und $130 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.
 c) Stelle den Bremsweg s in Abhängigkeit von v für den Bereich $0 \frac{\text{km}}{\text{h}} \leq v \leq 150 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ grafisch dar.
 (x-Achse: $1 \text{ cm} \triangleq 20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$; y-Achse: $1 \text{ cm} \triangleq 20 \text{ m}$)



Interaktive Aufgaben

1. Parabel zuordnen
2. Reihenfolge
3. Parabel zeichnen

1. Berechne.

a) $240 - 65 =$

b) $10,5 + 0,95 =$

[illegible]

c) $12 \cdot (-6) =$

d) $\frac{5}{8}:2=$

[illegible]

2. Berechne.

$$95 + 5 \cdot (20 - 5) =$$

[illegible]

3. Gegeben ist der Term $2x + 3y + 4x - 5y$.

a) Fasse den Term so weit wie möglich zusammen.

[illegible]

b) Berechne den Wert des Terms für $x=2$ und $y=-1$.

[illegible]

Hauptteil II mit Wahlaufgaben

Wichtige Hinweise für alle Aufgaben:

Runde Endergebnisse auf 2 Stellen hinter dem Komma.

Schreibe deine Lösungswege ausführlich auf.

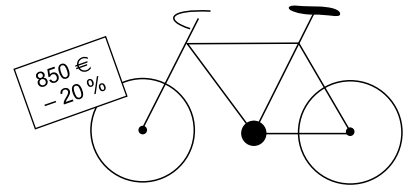
Aufgabe 1

Ein Fahrradhändler macht das nebenstehende Angebot.

2 Punkte

- a) Berechne den Preis des Fahrrades.

Auf alle bereits reduzierten Fahrräder gibt es noch einmal 15 % Preisnachlass. Leon behauptet: „Dann kann ich doch gleich 35 % abziehen.“



2 Punkte

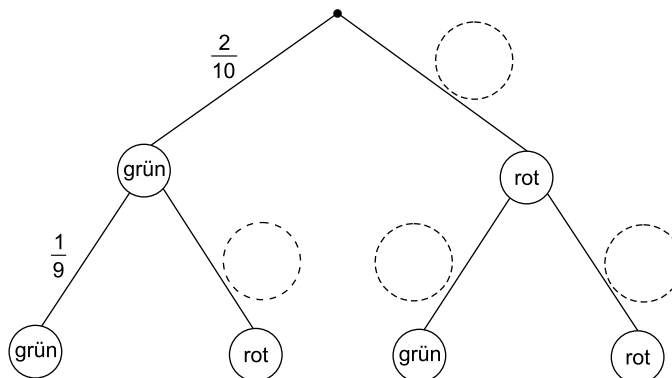
- b) Entscheide, ob Leon recht hat. Begründe deine Entscheidung.

Aufgabe 2

In einer Urne sind 2 grüne und 8 rote Kugeln. Marcel zieht zwei Kugeln, ohne sie zurückzulegen.

2 Punkte

- a) Ergänze im folgenden Baumdiagramm die fehlenden Wahrscheinlichkeiten. Verwende Brüche.



2 Punkte

- b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Marcel zwei grüne Kugeln zieht.

2 Punkte

- c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Marcel höchstens eine grüne Kugel zieht.

Aufgabe 3

Ein Glas enthält Tee mit einer Temperatur von 90 °C.

2 Punkte

- a) Die Temperatur des Tees nimmt pro Minute um 8 % ab. Berechne die Temperatur des Tees nach 10 min.

Im Kühlschrank hat der 90 °C heiße Tee nach 5 min eine Temperatur von 45 °C.

3 Punkte

- b) Berechne die prozentuale Temperaturabnahme des Tees pro Minute.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK