

2021 BMT

Bayerischer Mathematik-Test

**MEHR
ERFAHREN**

Gymnasium Bayern

Mathematik 8. Klasse



STARK

Inhalt

Vorwort
Hinweise

Bayerischer Mathematik-Test 8. Jahrgangsstufe

Übungsaufgaben

Aufgaben – Negative Exponenten	Ü-1
Lösungen – Negative Exponenten	Ü-3
Aufgaben – Binomische Formeln	Ü-5
Lösungen – Binomische Formeln	Ü-9
Aufgaben – Konstruktionen bei Dreiecken	Ü-12
Lösungen – Konstruktionen bei Dreiecken	Ü-16
Aufgaben – Kenngrößen von Daten	Ü-19
Lösungen – Kenngrößen von Daten	Ü-22

2013

Aufgaben Gruppe A	2013-1
Lösungen Gruppe A	2013-5
Aufgaben Gruppe B	2013-9
Lösungen Gruppe B	2013-13

2014

Aufgaben Gruppe A	2014-1
Lösungen Gruppe A	2014-5
Aufgaben Gruppe B	2014-10
Lösungen Gruppe B	2014-14

2015

Aufgaben Gruppe A	2015-1
Lösungen Gruppe A	2015-5
Aufgaben Gruppe B	2015-10
Lösungen Gruppe B	2015-14

2016

Aufgaben Gruppe A	2016-1
Lösungen Gruppe A	2016-5
Aufgaben Gruppe B	2016-12
Lösungen Gruppe B	2016-16

2017

Aufgaben Gruppe A	2017-1
Lösungen Gruppe A	2017-5
Aufgaben Gruppe B	2017-8
Lösungen Gruppe B	2017-12

2018

Aufgaben Gruppe A	2018-1
Lösungen Gruppe A	2018-5
Aufgaben Gruppe B	2018-9
Lösungen Gruppe B	2018-13

2019

Aufgaben Gruppe A	2019-1
Lösungen Gruppe A	2019-6
Aufgaben Gruppe B	2019-10
Lösungen Gruppe B	2019-15

2020

Für das Jahr 2020 können keine Original-Aufgaben abgedruckt werden, da der BMT an allen bayerischen Gymnasien aufgrund des Corona-Virus abgesagt wurden.

Autor:

Erwin Hofmann

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses Buch bereitet dich auf den **zentralen Bayerischen Mathematik-Test (BMT)** in der **8. Jahrgangsstufe** vor. Das Testergebnis zählt entweder als mündliche Note oder wird zusammen mit einem schulinternen zweiten Test als Schulaufgabe gewertet. Im BMT soll geprüft werden, inwieweit dein **Grundwissen** in Mathematik aus den vergangenen Klassen noch präsent ist und ob du es **zur Lösung komplexerer Aufgaben** einsetzen kannst.

Der BMT findet in einer der ersten vollen Schulwochen des neuen Schuljahres statt. Mit diesem Buch kannst du deine Kenntnisse aus den **vergangenen Schuljahren** auffrischen und dich auf die spezielle Situation des Tests vorbereiten. Das Buch enthält die **BMTs der Jahre 2013 bis 2019** mit **ausführlichen Erläuterungen der Lösungen**. Alle Inhalte dieser BMTs sind auch für kommende BMTs relevant. Es können aber aufgrund einer Lehrplanänderung seit dem Schuljahr 2020/2021 weitere Inhalte Gegenstand des Tests sein. Zur Einübung dieser Inhalte enthält das Buch zusätzliche Übungsaufgaben.

Jeder BMT ist in die zwei Aufgabengruppen **A und B** unterteilt. Gruppe B unterscheidet sich von Gruppe A – wie du es aus der Schule gewohnt bist – meist nur durch andere Zahlen oder Bezeichnungen. Die Lösungen der **Gruppe A** sind **ausführlich** erklärt, damit du Schritt für Schritt den richtigen Lösungsweg trainieren und deinen Wissensstand durch Üben entscheidend verbessern kannst. Um zu sehen, ob du eventuelle Lücken dauerhaft schließen konntest, solltest du einige Zeit verstreichen lassen und dann auch **Gruppe B** des betreffenden Jahrgangs bearbeiten. Hier sind die Lösungen kürzer gefasst, sodass sie sich rasch mit deinen Rechenergebnissen vergleichen lassen. Auf diese Weise kannst du dich ganz gezielt und umfassend vorbereiten und dem Test gelassen entgegensehen.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen für den BMT 2021 vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, findest du aktuelle Informationen dazu im Internet unter:
www.stark-verlag.de/pruefung-aktuell

Ich wünsche dir viel Freude bei der Arbeit mit diesem Buch und den erwünschten Erfolg beim nächsten BMT.

Erwin Hofmann

Hinweise

Beim zentralen BMT beträgt die reine **Arbeitszeit 40 Minuten**, in der Grundwissen und Problemlösefähigkeit auf Grundlage der Lehrplaninhalte der vorangegangenen Jahrgangsstufen geprüft werden. Um die rasche Abfolge verschiedenster Anforderungen und Schwierigkeiten zu bewältigen, ist für die Bearbeitung der Tests eine hohe Konzentration nötig. Daher solltest du auch beim Üben deine Arbeitszeit auf die vorgegebenen 40 Minuten begrenzen, um deine Fähigkeiten richtig einschätzen zu können.

Als **Hilfsmittel** sind nur die üblichen Zeichenmaterialien wie Zirkel, Geodreieck etc. zugelassen, nicht jedoch der Taschenrechner. Die Aufgaben stehen auf vier Seiten eines auf DIN A4 gefalteten DIN-A3-Blattes. Die Antworten und die Rechnungen müssen direkt auf das Angabenblatt geschrieben werden. In dem vorliegenden Buch wurde bei jeder Aufgabe so viel Platz gelassen, dass du genauso verfahren kannst.

Für die Lösungen der Testaufgaben werden **Bewertungseinheiten** (BE) vergeben. Dabei gelten folgende Grundsätze, die du unbedingt berücksichtigen solltest, um den Test erfolgreich zu bestehen:

- Die volle Punktzahl wird im Allgemeinen nur bei vollständig richtiger Lösung vergeben.
- Es werden keine halben BE vergeben.
- Ist bei einer (Teil-)Aufgabe nur eine BE erreichbar, so kann diese nur für ein richtiges Ergebnis vergeben werden. Bei formalen Mängeln (z. B. Missbrauch des Gleichheitszeichen, Schreibfehler) wird normalerweise großzügig bewertet.
- Sind bei einer Aufgabe zwei BE erreichbar, so wird bei Rechenfehlern, die nicht wesentlich und die nicht häufig sind, insgesamt eine BE abgezogen. Fehlt dagegen eine wesentliche Lösungs-idee, so kann keine BE vergeben werden.

Zur **Selbstkontrolle und Eigenbewertung** ist im Lösungsteil dieses Buches bei einigen Teilaufgaben angegeben, wie die Punkteverteilung vorzunehmen ist. Die Umrechnung der erreichten Punktezahlen in eine Note erfolgt nach folgendem Bewertungsschlüssel:

21–16 Punkte:	Note 1
15–13 Punkte:	Note 2
12–10 Punkte:	Note 3
9–7 Punkte:	Note 4
6–4 Punkte:	Note 5
3–0 Punkte:	Note 6

Hinweis zur Notation

Beachte, dass sich die Bezeichnungen von Strecken und Längen in den alten BMTs bis 2019 von den von dir gewohnten unterscheiden:

	alte Notation	neue Notation
Strecke	$[AB]$	\overline{AB}
Länge	\overline{AB}	$ \overline{AB} $
Gerade	AB	AB
Halbgerade	$[AB$	$[AB$

Aufgabe 4

Begründe jeweils durch zeichnerische Darstellung eines Gegenbeispiels, dass die Aussage falsch ist. Beschrifte dabei deine Figuren geeignet.

a) Haben zwei Rechtecke den gleichen Flächeninhalt, so haben sie auch den gleichen Umfang.

/1

b) Haben zwei Dreiecke den gleichen Umfang, dann sind sie kongruent.

/1

Aufgabe 5

Gegeben sind die beiden Terme $T_1(x) = -3x^2 + 4x - 1$ und $T_2(x) = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x - 1)$.

a) Berechne die Termwerte $T_1(0)$ und $T_2(0)$.

/2

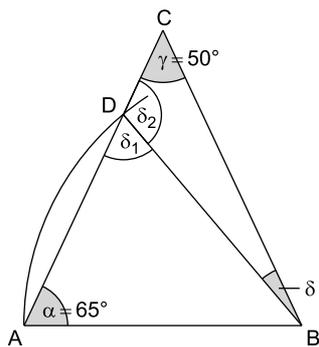
b) Zeige, dass die beiden Terme zueinander äquivalent sind, indem du $T_2(x)$ geeignet umformst.

/2

c) Gib zwei Terme $S_1(x)$ und $S_2(x)$ an, für die $S_1(0) = S_2(0)$ gilt, die aber nicht zueinander äquivalent sind.

/1

2. Lösungsweg: Berechnung im Dreieck BCD



$$\begin{aligned} \delta_2 &= 180^\circ - \delta_1 \\ &= 180^\circ - 65^\circ \\ &= 115^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta &= 180^\circ - \delta_2 - \gamma \\ &= 180^\circ - 115^\circ - 50^\circ \\ &= 15^\circ \end{aligned}$$

Nebenwinkel

Winkelsumme im Dreieck BCD

Aufgabe 3

Der Preis für das Fahrrad stieg bei der einen Änderung um **10 %** und fiel bei der anderen Änderung um **20 %**.

Hinweise und Tipps

Ist x der ursprüngliche Preis in Euro, so gilt:

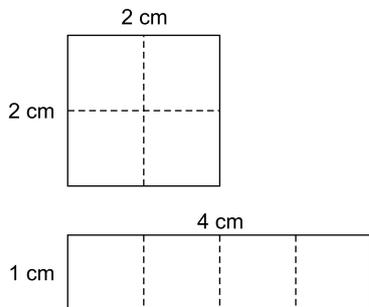
$$x \cdot 1,1 = x \cdot (1 + 0,1) = x + x \cdot 0,1 = 100 \% \cdot x + 10 \% \cdot x$$

Ist $y = x \cdot 1,1$ der um 10 % erhöhte Preis in Euro, so gilt:

$$y \cdot 0,8 = y \cdot (1 - 0,2) = y - y \cdot 0,2 = 100 \% \cdot y - 20 \% \cdot y$$

Aufgabe 4

a)



Hinweise und Tipps

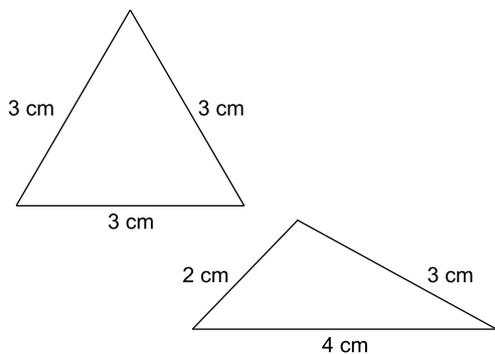
Die beiden Abbildungen stellen dar, wie vier Einheitsquadrate auf unterschiedliche Weise zu einem Rechteck gelegt wurden. Beide Rechtecke haben damit den gleichen Flächeninhalt, nämlich 4 cm^2 .

Das erste Rechteck (Quadrat) hat den Umfang $4 \cdot 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$.

Der Umfang des anderen Rechtecks beträgt dagegen $2 \cdot (4 \text{ cm} + 1 \text{ cm}) = 10 \text{ cm}$.

Bemerkung: Man kann zeigen, dass unter allen inhaltsgleichen Rechtecken das Quadrat den kleinsten Umfang besitzt.

b)



Hier kommt es darauf an, einen gegebenen Umfang, z. B. 9 cm, auf unterschiedliche Weise auf die drei Seiten eines Dreiecks aufzuteilen:

$$U = 9 \text{ cm} = 3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} \quad \text{oder}$$

$$U = 9 \text{ cm} = 2 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 4 \text{ cm}$$

Die zugehörigen Dreiecke sind eindeutig konstruierbar (SSS) und nicht kongruent (deckungsgleich).

Aufgabe 5

a) $T_1(x) = -3x^2 + 4x - 1$

$$\begin{aligned} T_1(0) &= -3 \cdot 0^2 + 4 \cdot 0 - 1 \\ &= 0 + 0 - 1 \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$T_2(x) = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x - 1)$$

$$\begin{aligned} T_2(0) &= -3\left(0 - \frac{1}{3}\right)(0 - 1) \\ &= -3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (-1) \\ &= -1 \end{aligned}$$

Bewertung: Insbesondere $T_1(0)$ kann man leicht „im Kopf“ berechnen. Du erhältst daher auch für die kurze Antwort $T_1(0) = -1$ bereits 1 BE.

Berechnest du nur einen der beiden Termwerte und begründest dann die Gleichheit der beiden Termwerte mit dem Verweis auf Aufgabe 5b (Äquivalenz der beiden Terme), so kannst du dir beide BE gutschreiben.

b) 1. Lösungsweg: Der Reihe nach

$$\begin{aligned} T_2(x) &= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x - 1) \\ &= (-3x + 1)(x - 1) \\ &= -3x^2 + 3x + x - 1 \\ &= -3x^2 + 4x - 1 \\ &= T_1(x) \end{aligned}$$

2. Lösungsweg: Zuerst die Klammern

$$\begin{aligned} T_2(x) &= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x - 1) \\ &= -3\left(x^2 - x - \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\right) \\ &= -3\left(x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}\right) \\ &= -3x^2 + 4x - 1 \\ &= T_1(x) \end{aligned}$$

c) Z. B. $S_1(x) = x$ und $S_2(x) = 2x$

Hinweise und Tipps

„Berechne $T_1(0)$ “ bedeutet: Ersetze im Term $T_1(x)$ die Variable x durch die Zahl 0 und rechne aus.

Unterscheide sorgfältig zwischen $T_1(x)$ und $T_1(0)$.

Ganz ausführlich: $-3 \cdot 0^2 = -3 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

Alle drei Faktoren des Produkts sind negativ, also auch der Wert des Produkts.

Der Faktor -3 darf **nicht** in **beide** Klammern hineinmultipliziert werden.

Ausführliche Zwischenschritte:

Mit dem Distributivgesetz gilt:

$$-3\left(x - \frac{1}{3}\right) = (-3) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) = -3x + (-3) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -3x + 1$$

Ausmultiplizieren zweier Summen nach dem Motto „Jeder mit jedem“:

$$(-3x + 1)(x - 1) = (-3x) \cdot x + (-3x) \cdot (-1) + 1 \cdot x + 1 \cdot (-1) \quad \text{(Vorzeichen!)}$$

Der erste Faktor (-3) bleibt stehen.

„Jeder mit jedem“:

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)(x - 1) = x \cdot x + x \cdot (-1) + \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot x + \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (-1) \quad \text{(Vorzeichen!)}$$

In der Klammer zusammenfassen

Ausmultiplizieren mit -3

Die beiden Terme $S_1(x) = x$ und $S_2(x) = 2x$ stimmen zwar für $x = 0$ überein, nicht aber z. B. für $x = 1$: $S_1(1) = 1$ und $S_2(1) = 2$. Die beiden Terme sind also nicht äquivalent.

Weitere paarweise nicht äquivalente Terme, die an der Stelle $x = 0$ den Termwert 0 haben, sind $3x, 4x, -x, x^2, x^2 + x$ u. v. m.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de

info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK