

Inhaltsverzeichnis

1	Berechnungen in der Ebene	1
1.1	Ebene Trigonometrie	2
1.1.1	Winkleinheiten und -funktionen	2
1.1.2	Berechnung schiefwinkliger ebener Dreiecke	3
1.1.3	Berechnung schiefwinkliger ebener Vierecke	5
1.2	Ebene Koordinatenrechnung	6
1.2.1	Kartesishe und Polarkoordinaten	6
1.2.2	Erste geodätische Hauptaufgabe	8
1.2.3	Zweite geodätische Hauptaufgabe	9
1.3	Flächenberechnung und Flächenteilung	10
1.3.1	Flächenberechnung aus Maßzahlen	10
1.3.2	Flächenberechnung aus Koordinaten	11
1.3.3	Absteckung und Teilung gegebener Dreiecksflächen	15
1.3.4	Absteckung und Teilung gegebener Vierecksflächen	17
1.4	Kreis und Ellipse	22
1.4.1	Kreisbogen und Kreissegment	22
1.4.2	Näherungsformeln für flache Kreisbögen	25
1.4.3	Sehnen-Tangenten-Verfahren	26
1.4.4	Grundlegendes über Ellipsen	27
1.4.5	Abplattungen und Exzentrizitäten der Ellipse	28
1.5	Ebene geodätische Schnitte	30
1.5.1	Bogenschnitt	30
1.5.2	Vorwärtsschnitt	34
1.5.3	Anwendung: Geradenschnitt	37
1.5.4	Anwendung: Kreis durch drei Punkte	39
1.5.5	Schnitt Gerade–Kreis oder Strahl–Kreis	43
1.5.6	Rückwärtsschnitt	47
1.5.7	Anwendung: Rechteck durch fünf Punkte	52
1.6	Ebene Koordinatentransformationen	53
1.6.1	Elementare ebene Transformationsschritte	54
1.6.2	Rotation und Translation (Drei-Parameter-Transformation)	58
1.6.3	Rotation, Skalierung und Translation	60
1.6.4	Ähnlichkeitstransformation mit zwei identischen Punkten	61
1.6.5	Anwendung: Hansensche Aufgabe	65
1.6.6	Anwendung: Kleinpunktberechnung	67
1.6.7	Anwendung: Rechteck durch fünf Punkte	68
1.6.8	Helmert-Transformation	69
1.6.9	Bestimmung der Parameter bei Rotation und Translation (Drei-Parameter-Transformation)	73
1.6.10	Ebene Affin-Transformation	75
1.7	Lösungen	79
	Literatur	83

2	Berechnungen im Raum	85
2.1	Räumliche Koordinatenrechnung	86
2.1.1	Arten von räumlichen Koordinatensystemen	86
2.1.2	Räumliche geodätische Hauptaufgaben	88
2.2	Grundelemente der räumlichen Geometrie	89
2.2.1	Wichtige Grundformeln und Grundaufgaben der räumlichen Geometrie	90
2.2.2	Anwendung: Kugel durch vier Punkte	95
2.3	Räumliche geodätische Schnitte	97
2.3.1	Räumlicher Vorwärtsschnitt, räumlicher Geradenschnitt	97
2.3.2	Kugelschnitt (Trisphäration)	98
2.3.3	Kugelschnitt mit Offset (GNSS-Pseudostrecken-Auswertung)	104
2.3.4	Räumlicher Rückwärtsschnitt	106
2.4	Räumliche Koordinatentransformationen	110
2.4.1	Elementare räumliche Transformationsschritte	111
2.4.2	Räumliche Rotationen	112
2.4.3	Infinitesimale räumliche Rotationen	118
2.4.4	Räumliche Transvektionen	119
2.4.5	Infinitesimale räumliche Transvektionen	122
2.4.6	Räumliche Helmert-Transformation	122
2.4.7	Sechs-Parameter-Transformation	129
2.4.8	Neun-Parameter-Transformationen	130
2.4.9	Räumliche Affin-Transformation	135
2.4.10	Anwendung: Zylinder durch sieben Punkte	138
2.5	Lösungen	144
	Literatur	146
3	Berechnungen auf dem Rotationsellipsoid	147
3.1	Rotationsellipsoid als geodätische Bezugsfläche	148
3.1.1	Rotationsellipsoid und Meridianellipse	148
3.1.2	Breiten und Längen	150
3.1.3	Normalschnitte und Krümmung des Ellipsoids	151
3.1.4	Geozentrische Koordinaten	155
3.1.5	Topozentrische kartesische Koordinaten	159
3.1.6	Topozentrische Polarkoordinaten	160
3.2	Geodätische Linien	162
3.2.1	Flächenkurve minimaler Bogenlänge	162
3.2.2	Geodätische Krümmung	163
3.2.3	Reduktion von Beobachtungen auf das Ellipsoid	164
3.2.4	Differenzialgleichungssystem der geodätischen Linie	167
3.2.5	Clairautsche Gleichung	169
3.2.6	Berechnung von geodätischen Linien	171
3.2.7	Hauptaufgaben der Geodätischen Linie mit Integralformeln	175
3.3	Gaußsche winkeltreue Abbildung	177
3.3.1	Motivation	177
3.3.2	Definition Gaußscher Koordinaten	179
3.3.3	Meridianbogenberechnung	180
3.3.4	Umrechnung zwischen Gaußschen und ellipsoidischen Koordinaten	184
3.3.5	Meridiankonvergenz	188

3.3.6	Richtungskorrektur	190
3.3.7	Punktmaßstab	192
3.3.8	Linienmaßstab	194
3.3.9	Flächenmaßstab	196
3.4	Lösungen	196
	Literatur	197
4	Geodätische Messabweichungen	199
4.1	Grundbegriffe der Geodätischen Statistik	201
4.1.1	Mathematische Begriffe	201
4.1.2	Messwerte, Messabweichungen und Beobachtungen	202
4.2	Arten von Messabweichungen	203
4.2.1	Grobe Messabweichungen	203
4.2.2	Systematische Messabweichungen	204
4.2.3	Zufällige Messabweichungen	205
4.2.4	Zeitabhängige Messabweichungen	207
4.2.5	Zusammenfassung der Messabweichungen	208
4.3	Genauigkeitskenngrößen	209
4.3.1	Theoretische und empirische Genauigkeitskenngrößen	209
4.3.2	Standardabweichungen und Varianzen	209
4.3.3	Gewichte	210
4.3.4	Konfidenzintervalle (Vertrauensintervalle)	213
4.3.5	Messunsicherheit	214
4.3.6	Maßtoleranzen	215
4.4	Korrelationen und Kovarianzen	216
4.4.1	Korrelationen	216
4.4.2	Physikalisch-technische Korrelationen	217
4.4.3	Mathematische Korrelationen	218
4.4.4	Kovarianzen und Korrelationskoeffizienten	219
4.4.5	Kovarianzmatrizen	220
4.4.6	Kofaktor- und Gewichtsmatrizen	221
4.5	Standard- und Konfidenzellipsen und -ellipsoide	223
4.5.1	Standard- und Konfidenzellipsen	223
4.5.2	Standard- und Konfidenzellipsoide	227
4.6	Lösungen	228
	Literatur	228
5	Fehler- und Kovarianzfortpflanzung	231
5.1	Fortpflanzungsgesetze	232
5.1.1	Fortpflanzung wahrer Messabweichungen	232
5.1.2	Fortpflanzung maximaler Messabweichungen	233
5.1.3	Fortpflanzung systematischer Messabweichungen	234
5.1.4	Fortpflanzung zufälliger Messabweichungen	235
5.1.5	Kovarianzfortpflanzungsgesetz	235
5.1.6	Gaußsches Fehlerfortpflanzungsgesetz	237
5.1.7	Gewichtsfortpflanzungsgesetz	238
5.1.8	Kofaktorfortpflanzungsgesetz	238
5.1.9	Mehrstufige Fortpflanzung	239

5.2	Fehlerfortpflanzung – Analytische Methode	239
5.2.1	Allgemeine Vorgehensweise	239
5.2.2	Sonderfälle der Fehlerfortpflanzung	240
5.2.3	Berechnung der resultierenden Standardabweichung von Ergebnisgrößen	242
5.2.4	Berechnung der erforderlichen Standardabweichung von Beobachtungen	245
5.2.5	Optimierung von Messungsanordnungen	248
5.3	Fehlerfortpflanzung – Numerische Methode	251
5.4	Gewichtsfortpflanzung	254
5.5	Kovarianzfortpflanzung	256
5.5.1	Fortpflanzung mit korrelierten Eingangsgrößen	256
5.5.2	Bestimmung von Kovarianzen und Korrelationen mehrerer Ergebnisgrößen	257
5.5.3	Kovarianzfortpflanzung – Numerische Methode	260
5.6	Lösungen	261
	Literatur	262
6	Wiederholungsbeobachtungen und Doppelbeobachtungen	263
6.1	Wiederholungsbeobachtungen	264
6.1.1	Was sind Wiederholungsbeobachtungen und was nicht?	264
6.1.2	Auswertung von Wiederholungsbeobachtungen	265
6.1.3	A-priori Genauigkeitsberechnung	266
6.1.4	A-posteriori Genauigkeitsschätzung	267
6.1.5	Zulässige Abweichungen (Ausreißererkenung)	269
6.2	Doppelbeobachtungen	273
6.2.1	Was sind Doppelbeobachtungen und was nicht?	273
6.2.2	Auswertung von Doppelbeobachtungen	275
6.2.3	A-priori Genauigkeitsberechnung	277
6.2.4	A-posteriori Genauigkeitsschätzung	278
6.2.5	Zulässige Differenzen (Ausreißererkenung)	281
6.3	Lösungen	284
	Literatur	284
7	Ausgleichung nach kleinsten Quadraten	285
7.1	Funktionale Ausgleichungsmodelle	287
7.1.1	Messwerte und Beobachtungen	287
7.1.2	Parameter und Parametrisierung	287
7.1.3	Gemessene Werte, wahre Werte und Schätzwerte	288
7.1.4	Beobachtungsgleichungen	290
7.1.5	Ursprüngliche Verbesserungsgleichungen	292
7.1.6	Linearisierte Verbesserungsgleichungen	293
7.1.7	Anwendung: Einfache Höhenetze	298
7.1.8	Anwendung: Ausgleichende Funktionen	301
7.2	Stochastische Ausgleichungsmodelle	305
7.2.1	Alle Beobachtungen sind unkorreliert und haben bekannte Standardabweichungen ..	305
7.2.2	Alle Beobachtungen sind unkorreliert und alle relativen Genauigkeiten sind bekannt, absolute jedoch nicht	306
7.2.3	Alle Beobachtungen sind unkorreliert und nur einige relative Genauigkeiten sind bekannt	306
7.2.4	Alle Beobachtungen sind korreliert und ihre Kofaktormatrix ist bekannt	307

7.2.5	Anwendung: Einfache Höhennetze	308
7.2.6	Anwendung: Ausgleichende Funktionen	309
7.3	Lösung des linearisierten Ausgleichungsproblems	310
7.3.1	Schätzprinzipien	310
7.3.2	Berechnung der ausgeglichenen Größen	311
7.3.3	Schlussprobe und weitere Proben	312
7.3.4	Funktionen ausgeglichener Größen	313
7.3.5	Anwendung: Einfache Höhennetze	314
7.3.6	Anwendung: Ausgleichende Funktionen	316
7.4	Genauigkeitsberechnung	317
7.4.1	Kofaktorfortpflanzung	317
7.4.2	A-priori Genauigkeitsberechnung	320
7.4.3	A-posteriori Genauigkeitsschätzung	321
7.4.4	Anwendung: Einfache Höhennetze	322
7.4.5	Anwendung: Ausgleichende Funktionen	324
7.5	Zuverlässigkeitsberechnung	326
7.5.1	Was ist Zuverlässigkeit?	326
7.5.2	Gesamtredundanz und Redundanzanteile	327
7.5.3	Globaltest	330
7.5.4	Ausreißererkennung	332
7.5.5	Anwendung: Einfache Höhennetze	334
7.5.6	Anwendung: Ausgleichende Funktionen	338
7.6	Allgemeinfall der Ausgleichung	339
7.6.1	Rückführung auf das vermittelnde Ausgleichungsmodell	339
7.6.2	Anwendung: Höhennetze mit beweglichen Anschlusspunkten	340
7.6.3	Anwendung: Ausgleichende Funktionen mit beobachteten Abszissen	345
7.7	Spezielle vermittelnde Ausgleichungsmodelle	350
7.7.1	Beobachtungen mit einer Summenbedingung	350
7.7.2	Kalibrierung von Distanzmessern	353
7.7.3	Richtungs-Strecken-Netze	355
7.7.4	Koordinatentransformationen	361
7.7.5	GNSS-Pseudostrecken-Ausgleichung	373
7.8	Lösungen	376
	Literatur	378
	Serviceteil	381
	Stichwortverzeichnis	383