

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1. Der Körper der reellen Zahlen	3
1.1. Konventionen und Definitionen aus der Mengenlehre	3
1.2. Die Körperaxiome	4
1.3. Folgerungen aus den Axiomen der Addition	6
1.4. Folgerungen aus den Axiomen der Multiplikation	7
1.5. Summen- und Produktnotation	9
1.6. Angeordnete Körper	11
1.7. Das archimedische Axiom	14
1.8. Das Vollständigkeitsaxiom und die reellen Zahlen	15
1.9. Reelle Zahlen und natürliche Zahlen	16
1.10. Notationen	16
1.11. Die vollständige Induktion	17
Übungsaufgaben zu Kapitel 1	22
2. Folgen und Reihen	25
2.1. Quantoren	25
2.2. Negieren mit Quantoren	26
2.3. Folgen	26
2.4. Bestimmte Divergenz	34
2.5. Reihen	39
Übungsaufgaben zu Kapitel 2	42
3. Infimum und Supremum	45
3.1. Supremum	45
3.2. Infimum	48
3.3. Wurzeln	49
3.4. Irrationale Zahlen	51
Übungsaufgaben zu Kapitel 3	51
4. Vollständigkeit und Cauchy-Folgen	53
4.1. Monotone Folgen	53
4.2. Teilfolgen und der Satz von Bolzano-Weierstraß	54
4.3. Cauchy-Folgen	56
4.4. Dezimaldarstellung von reellen Zahlen	57

4.5. Injektive, surjektive und bijektive Abbildung	60
4.6. Abzählbare und überabzählbare Mengen	60
Übungsaufgaben zu Kapitel 4	62
5. Konvergenz von Reihen	64
5.1. Erinnerung an Reihen	64
5.2. Konvergenzkriterien für Reihen	66
5.3. Absolute Konvergenz von Reihen	69
5.4. Weitere Konvergenzkriterien	70
5.5. Umordnung von Reihen	73
5.6. Beweis des Umordnungssatzes 5.13	75
5.7. Das Cauchy-Produkt für absolut konvergente Reihen	76
5.8. Beweis der Cauchy-Produktformel	77
5.9. Die Exponentialreihe	78
Übungsaufgaben zu Kapitel 5	80
6. Stetige Funktionen	82
6.1. Beispiele von Funktionen	82
6.2. Definition von Stetigkeit und erste Eigenschaften	83
6.3. Stetigkeit von Funktionen und Grenzwerte von Folgen	85
6.4. Eigenschaften von stetigen Funktionen	87
6.5. Stetigkeit der Exponentialfunktion	89
6.6. Grenzwerte von Funktionen	90
6.7. Gleichmäßige Stetigkeit	93
6.8. Der Zwischenwertsatz	95
Übungsaufgaben zu Kapitel 6	100
7. Umkehrfunktionen	103
7.1. (Streng) monotone Funktionen	103
7.2. Die Definition von Umkehrfunktionen	105
7.3. Stetigkeit von Umkehrfunktionen	106
7.4. Die Wurzelfunktionen	108
7.5. Die Logarithmusfunktion	108
7.6. Potenzen von reellen Zahlen	110
Übungsaufgaben zu Kapitel 7	112
8. Die komplexen Zahlen	114
8.1. Der Körper der komplexen Zahlen	114
8.2. Folgen komplexer Zahlen	118
8.3. Reihen von komplexen Zahlen	120
Übungsaufgaben zu Kapitel 8	121
9. Trigonometrische Funktionen	123
9.1. Definition von Sinus und Kosinus	123
9.2. Definition von π	125
9.3. Polarkoordinatendarstellung von komplexen Zahlen	129

9.4. Die Einheitswurzeln	131
Übungsaufgaben zu Kapitel 9	131
10. Differentiation	133
10.1. Definition der Ableitung und erste Eigenschaften	133
10.2. Ableitung der Exponentialfunktion, des Sinus und des Kosinus	136
10.3. Die Kettenregel und die Umkehrregel	138
10.4. Stetig differenzierbare Funktionen	141
Übungsaufgaben zu Kapitel 10	142
11. Der Mittelwertsatz der Differentialrechnung	144
11.1. Globale und lokale Extrema von Funktionen	144
11.2. Mittelwertsatz der Differentialrechnung	145
Übungsaufgaben zu Kapitel 11	150
12. Arkusfunktionen und die Regel von L'Hôpital	152
12.1. Grenzwerte von Quotienten	152
12.2. Umkehrfunktionen von trigonometrischen Funktionen	153
12.3. Die Regel von L'Hôpital	156
12.4. Grenzwerte von Folgen und Funktionen	159
Übungsaufgaben zu Kapitel 12	160
13. Das Riemann-Integral	162
13.1. Definition des Riemann-Integrals	162
13.2. Eigenschaften des Integrals	166
13.3. Beispiele von integrierbaren Funktionen	169
13.4. Mittelwertsatz der Integralrechnung	172
Übungsaufgaben zu Kapitel 13	172
14. Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	174
14.1. Stammfunktionen	174
14.2. Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	175
14.3. Bestimmung von Stammfunktionen	176
14.4. Stammfunktionen von elementaren Funktionen	177
14.5. Stammfunktionen mithilfe von partieller Integration	178
14.6. Stammfunktionen mithilfe von Substitution	179
14.7. Uneigentliche Integrale	182
14.8. Die Gamma-Funktion	185
Übungsaufgaben zu Kapitel 14	188
15. Funktionenfolgen	190
15.1. Punktweise und gleichmäßige Konvergenz von Funktionenfolgen	190
15.2. Kriterien für die gleichmäßige Konvergenz von Funktionenfolgen	193
15.3. Integrale und Funktionenfolgen	195
Übungsaufgaben zu Kapitel 15	197
16. Potenzreihen	198
16.1. Definition von Potenzreihen	198

16.2. Der Konvergenzradius einer Potenzreihe	200
16.3. Ableitungen und Stammfunktionen von Potenzreihen	203
16.4. Der Abelsche Grenzwertsatz und seine Anwendungen	205
Übungsaufgaben zu Kapitel 16	207
17. Das Taylorpolynom	208
17.1. Höhere Ableitungen und C^∞ -Funktionen	208
17.2. Approximationen von Funktionen	208
17.3. Taylorpolynome	209
17.4. Die Restgliedformel von Taylor	213
17.5. Die Taylor-Reihe	215
17.6. Eine C^∞ -Treppenfunktion	215
Übungsaufgaben zu Kapitel 17	217
Literaturverzeichnis	219
Symbolverzeichnis	221
Notation	223
Index	225