2021 Training

Abschlussprüfung

MEHR ERFAHREN

Hauptschule Niedersachsen

Mathematik 10. Klasse

+ *Basiswissen mit Übungen*
+ *Aktuelle Original–Prüfungen*
+ *Ausführliche Lösungen*

Original-Prüfungsaufgaben **2020** zum Download

STARK

Inhalt

Das Corona-Virus hat im vergangenen Schuljahr auch die Prüfungsabläufe durcheinandergebracht und manches verzögert. Daher sind die Aufgaben zur Prüfung 2020 in diesem Jahr nicht im Buch abgedruckt, sondern erscheinen in digitaler Form. Sobald sie zur Veröffentlichung freigegeben sind, kannst du sie als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen (Zugangscode vgl. vorne im Buch).

Autorin und Autor:
Training Grundwissen: Michael Heinrichs
Lösungen der Abschlussprüfungsaufgaben: Kerstin Oppermann

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit dem vorliegenden Buch kannst du dich selbstständig und langfristig auf die **Abschlussprüfung** nach der **10. Klasse** an **Hauptschulen** im Fach **Mathematik** vorbereiten.

- Im Kapitel **Training Grundwissen** wird der **Mathematikstoff der 10. Klasse** klar strukturiert **zusammengefasst**. Wichtige Begriffe, Formeln und Lösungswege werden übersichtlich hervorgehoben und anhand von anschaulichen **Beispielen** verdeutlicht. Die vielen abwechslungsreichen **Übungsaufgaben** bieten dir die Möglichkeit, den Stoff selbst zu vertiefen.
- Mit dem Vorwissen aus dem Trainingsteil kannst du jetzt die **Original-Prüfungsaufgaben** lösen, die im letzten Jahr im Fach Mathematik an Hauptschulen in Niedersachsen gestellt wurden. Hier kannst du deine Fähigkeiten ganz gezielt auf Prüfungsniveau trainieren.
- Zu den Trainingsaufgaben und zu den Prüfungsaufgaben gibt es ausführlich **kommentierte Lösungen** von unserer Autorin und unserem Autor mit zahlreichen **Hinweisen und Tipps**. Diese erklären den Lösungsansatz und die Hauptschwierigkeit der jeweiligen Aufgabe genau, sodass du die Ergebnisse selbstständig verstehen und nachvollziehen kannst.
- Sollten deine Wissenslücken größer sein, empfehlen wir dir zum Wiederholen deines Grundlagenwissens auch unseren Band „**Training Abschlussprüfung**" für die 9. Klasse, denn für die Prüfung nach der 10. Klasse musst du auch viele Inhalte aus früheren Jahrgangsstufen beherrschen. Der Band ist mit oder ohne **ActiveBook** erhältlich (Titelnummer 33500ML oder 33500).
- Weitere zentral gestellte Original-Prüfungsaufgaben zum Üben findest du in unserem Band „**Abschluss-Prüfungsaufgaben**" (Titelnummer 335011).
- Falls nach Erscheinen dieses Bandes noch **wichtige Änderungen** für die Abschlussprüfung 2021 bekannt gegeben werden, erhältst du **aktuelle Informationen** dazu im Internet unter:
  www.stark-verlag.de/mystark

Viel Erfolg bei deinen Vorbereitungen und in der Prüfung!

Dieses Buch ist in zwei Versionen erhältlich: mit und ohne ActiveBook. Hast du die Ausgabe **mit ActiveBook** (33501**ML**) erworben, kannst du mit dem **Interaktiven Training** online mit vielen zusätzlichen interaktiven Aufgaben zu allen prüfungsrelevanten Kompetenzbereichen trainieren.

Die **Interaktiven Aufgaben** sind im Buch mit diesem Button gekennzeichnet. Am besten gleich ausprobieren!

Ausführliche Infos inkl. Zugangscode findest du in der Ausgabe mit ActiveBook auf den **Farbseiten** vorne in diesem Buch.

2 Spitze Körper

Das musst du wissen!

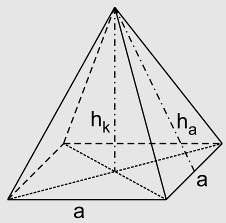
Pyramiden und **Kreiskegel** sind **Spitzkörper**. Spitze Körper haben keine Deckfläche, sondern nur eine Grundfläche.

- **Volumen** eines Spitzkörpers:
  $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_k$
- **Oberfläche** eines Spitzkörpers:
  $O = G + M$

Die Grundfläche einer Pyramide kann ein beliebiges Vieleck (z. B. Quadrat, Rechteck, Dreieck, regelmäßiges Sechseck) sein. Die Seitenflächen der Pyramide sind Dreiecke. Sie bilden zusammen den Mantel der Pyramide. Bei der **quadratischen Pyramide** besteht der Mantel M aus vier gleichschenkligen Dreiecken mit der Grundseite a und der Höhe h_a.

Das musst du wissen!

- **Volumen** einer quadratischen Pyramide:
  $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h_k$
- **Mantel** einer quadratischen Pyramide:
  $M = 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} = 2 \cdot a \cdot h_a$
- **Oberfläche** einer quadratischen Pyramide:
  $O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$



Beispiel

Berechne das Volumen und die Oberfläche einer quadratischen Pyramide mit der Grundkante $a = 3$ cm und der Körperhöhe $h_k = 4$ cm. Die Höhe h_a der Seitenflächen beträgt 4,3 cm.

Lösung:

$V = \frac{1}{3} \cdot (3\,\text{cm})^2 \cdot 4\,\text{cm}$ — Setze $a = 3$ cm und $h_k = 4$ cm in die Volumenformel einer quadratischen Pyramide ein.

$V = \frac{1}{3} \cdot 9\,\text{cm}^2 \cdot 4\,\text{cm}$

$V = 12\,\text{cm}^3$

$O = (3\,\text{cm})^2 + 2 \cdot 3\,\text{cm} \cdot 4{,}3\,\text{cm}$ — Setze $a = 3$ cm und $h_a = 4{,}3$ cm in die Oberflächenformel einer quadratischen Pyramide ein.

$O = 9\,\text{cm}^2 + 25{,}8\,\text{cm}^2$

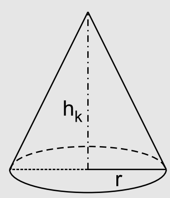
$O = 34{,}8\,\text{cm}^2$

Das musst du wissen!

Beim **Kreiskegel** ist die Grundfläche G eine Kreisfläche mit dem Radius r.

Volumen eines Kreiskegels:

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h_k$



Beispiel

Berechne das Volumen eines Kreiskegels mit dem Radius $r = 2{,}5$ cm und der Körperhöhe $h_k = 6$ cm.

Lösung:

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2{,}5\,\text{cm})^2 \cdot 6\,\text{cm}$ — Setze $r = 2{,}5$ cm und $h_k = 6$ cm in die Volumenformel eines Kreiskegels ein.

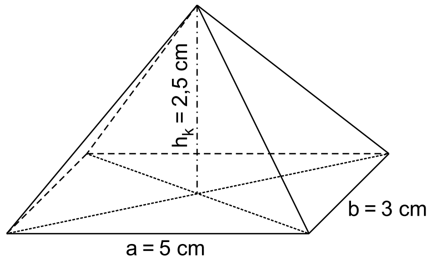
$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6{,}25\,\text{cm}^2 \cdot 6\,\text{cm}$

$V \approx 39{,}27\,\text{cm}^3$

Aufgaben

63. Berechne die Oberfläche und das Volumen einer quadratischen Pyramide mit folgenden Maßen:
$a = 5$ cm; $h_k = 7{,}5$ cm; $h_a = 7{,}9$ cm

64. Berechne das Volumen der rechteckigen Pyramide.



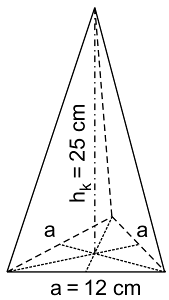
65. Leon möchte sich für die Faschingsparty einen kegelförmigen Hut basteln. Sein Kopfumfang beträgt 45 cm. Damit er auf der Feier auch auffällt, sollte der Hut einen Meter hoch sein. Welches Volumen hat der Faschingshut?

66. Berechne jeweils die fehlende Größe der Kegel.

a) $V = 123\,\text{cm}^3$; $r = 2{,}8$ cm; $h_k = ?$

b) $V = 254\,\text{cm}^3$; $h_k = 9$ cm; $r = ?$

67. Eine Kerze hat die Form einer Pyramide mit einem gleichseitigen Dreieck als Grundfläche. Welche Menge Wachs benötigt man zur Herstellung der Kerze?



68. Eine quadratische Pyramide hat eine Grundfläche von $4\,\text{dm}^2$. Ihre Körperhöhe h_k beträgt 4 dm.
Fertige eine Planskizze an und berechne die Seitenhöhe h_a, die Oberfläche und das Volumen der Pyramide.

69. Wie verhält sich das Volumen einer quadratischen Pyramide, wenn sich

a) die Körperhöhe verdoppelt?

b) die Grundseite verdoppelt?

Interaktive Aufgaben

1. Quadratische Pyramide
2. Rechteckige Pyramide
3. Pyramidenhöhe
4. Kegel

61.

$A_1 = \frac{300°}{360°} \cdot \pi \cdot (2\text{ cm})^2$

$A_1 \approx 10{,}47\text{ cm}^2$

$h^2 = (4\text{ cm})^2 - (2\text{ cm})^2$
$h^2 = 12\text{ cm}^2 \qquad |\sqrt{}$
$h \approx 3{,}46\text{ cm}$

$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 4\text{ cm} \cdot 3{,}46\text{ cm}$

$A_2 = 6{,}92\text{ cm}^2$

$A_{gesamt} = 10{,}47\text{ cm}^2 + 6{,}92\text{ cm}^2$

$A_{gesamt} = 17{,}39\text{ cm}^2$

Hinweise und Tipps

Du kannst die Figur in einen Kreisausschnitt und ein Dreieck zerlegen.

A_1: Kreissektor mit $\alpha = 300°$ und $r = 2$ cm

$A_1 = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi \cdot r^2$

A_2: Dreieck mit $g = 4$ cm und $h = ?$ cm

$A_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

Bevor du den Flächeninhalt des Dreiecks berechnen kannst, musst du die Dreieckshöhe mithilfe des Satzes von Pythagoras bestimmen.

$h^2 = g^2 - \left(\frac{g}{2}\right)^2$

$A_{gesamt} = A_1 + A_2$

62.

a) $37{,}70\text{ m} = 2 \cdot \pi \cdot r \qquad |:2\pi$
$r \approx 6{,}0\text{ m}$

$A = \pi \cdot (6{,}0\text{ m})^2$
$A \approx 113{,}10\text{ m}^2$
Die Grundfläche des Beckens beträgt rund 113,10 m^2.

Bevor du die Grundfläche des Beckens berechnen kannst, musst du den Radius mithilfe des gegebenen Umfangs ermitteln: $u = 2 \cdot \pi \cdot r$

Nun kannst du mit der Flächenformel vom Kreis die Grundfläche des Beckens ermitteln: $A = \pi \cdot r^2$

b) $A = \pi \cdot \left[(6{,}9\text{ m})^2 - (6{,}0\text{ m})^2\right]$
$A = \pi \cdot 11{,}61\text{ m}^2$
$A \approx 36{,}47\text{ m}^2$
Die Fläche des Weges beträgt rund 36,47 m^2.

Die Wegfläche ist ein Kreisring mit $r_2 = 6{,}0$ m und $r_1 = 6{,}0\text{ m} + 90\text{ cm} = 6{,}9$ m.
$A = \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2)$

c) $u = 2 \cdot \pi \cdot 6{,}9\text{ m}$
$u \approx 43{,}35\text{ m}$
Der Umfang des äußeren Wegrandes beträgt rund 43,35 m.

$u = 2 \cdot \pi \cdot r$ mit $r = 6{,}9$ m

63.

Oberfläche:
$O = (5\text{ cm})^2 + 2 \cdot 5\text{ cm} \cdot 7{,}9\text{ cm}$
$O = 25\text{ cm}^2 + 79\text{ cm}^2$
$O = 104\text{ cm}^2$

Setze $a = 5$ cm und $h_a = 7{,}9$ cm in die Oberflächenformel einer quadratischen Pyramide ein.
$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$

Volumen:
$V = \frac{1}{3} \cdot (5\text{ cm})^2 \cdot 7{,}5\text{ cm}$
$V = 62{,}5\text{ cm}^3$

Setze $a = 5$ cm und $h_k = 7{,}5$ cm in die Volumenformel einer quadratischen Pyramide ein.
$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h_k$

64.

$V = \frac{1}{3} \cdot 5\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 2{,}5\text{ cm}$
$V = 12{,}5\text{ cm}^3$

Die Pyramide hat eine rechteckige Grundfläche.
$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_k \quad \Rightarrow \quad V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot b \cdot h_k$

Abschlussprüfung der 10. Klasse an Hauptschulen in Niedersachsen
Mathematik 2019

E-Kurs und G-Kurs: Hauptteil 1 (ohne Hilfsmittel)

Wichtiger Hinweis: Bearbeite alle Aufgaben auf den Aufgabenblättern.

Aufgaben	Punkte
1. Berechne.	
a) $240 - 65 =$	1
b) $10{,}5 + 0{,}95 =$	1
c) $12 \cdot (-6) =$	1
d) $\frac{5}{8} : 2 =$	1
2. Berechne. $95 + 5 \cdot (20 - 5)$	2
3. Gegeben ist der Term $2x + 3y + 4x - 5y$.	
a) Fasse den Term so weit wie möglich zusammen.	1
b) Berechne den Wert des Terms für $x = 2$ und $y = -1$.	1
4. Löse die Gleichung. $2x + 5 = -4x + 17$	2

E-Kurs: Wahlteil

Wahlaufgabe 1 — Punkte

Finn spart für eine Reise. Er notiert sein Guthaben wöchentlich in einem Koordinatensystem:

a) Ordne die Aussagen den Buchstaben im Koordinatensystem zu. — 2

☐ Finns Guthaben verringert sich.	☐ Er spart wöchentlich 10 €.
☐ Er spart nichts.	☐ Er spart pro Woche 5 €.

b) Ab der 24. Woche spart Finn gleichmäßig weiter. Bestimme, wie viel Geld er in der 48. Woche hat. — 1

Klara und Esra möchten zusammen verreisen. Klara kann wöchentlich 15 € sparen, Esra nur 10 €.
Das folgende Gleichungssystem beschreibt, wie die Mädchen das Geld für die Reise ansparen.

Klara: $y = \boxed{15}\,x + \mathbf{20}$
Esra: $y = \boxed{10}\,x + \mathbf{100}$

c) Verbinde passend. — 2

fett gedruckte Zahlen	●	●	Anzahl der Wochen
x-Wert	●	●	Guthaben für die Reise
y-Wert	●	●	Startguthaben
eingerahmte Zahlen	●	●	wöchentlicher Sparbetrag

d) Klara behauptet: „Ich brauche genau doppelt so lange wie Esra, um 200 € zu erhalten.“ Überprüfe rechnerisch, ob die Behauptung stimmt. — 2

e) Stelle die beiden Gleichungen im vorgegebenen Koordinatensystem als Graphen dar. — 2

f) Erläutere, was der Schnittpunkt der beiden Gleichungen bedeutet. — 1

Lösungen

E-Kurs und G-Kurs: Hauptteil 1 (ohne Hilfsmittel)

Hinweise und Tipps

1. a)
$$\begin{array}{r} 240 \\ -\ \ 65 \\ \hline \mathbf{175} \end{array}$$

Notiere die Zahlen untereinander.
Mache eine Probe.
$175 + 65 = 240$

b)
$$\begin{array}{r} 10{,}50 \\ +\ \ 0{,}95 \\ \hline \mathbf{11{,}45} \end{array}$$

Notiere die Zahlen untereinander.
Achte darauf, dass Komma unter Komma steht. Ergänze bei 10,5 eine „0“.

c) $12 \cdot (-6) = \mathbf{-72}$

$12 \cdot 6 = 72$
$(+) \cdot (-) = (-)$

d) $\frac{5}{8} : 2 = \mathbf{\frac{5}{16}}$

$\frac{5}{8} : \frac{2}{1} = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5 \cdot 1}{8 \cdot 2}$
Wenn man durch einen Bruch dividiert, muss man mit dem Kehrwert multiplizieren.

2.
$95 + 5 \cdot (20 - 5) =$
$95 + 5 \cdot 15 =$
$95 + 75 = \mathbf{170}$

Berechne zuerst den Wert der Klammer.
Berechne dann den Wert der Multiplikation.
Klammerrechnung vor Punktrechnung vor Strichrechnung!

---

3. a) $2x + 3y + 4x - 5y = \mathbf{6x - 2y}$

$2x + 4x = 6x$
$3y - 5y = -2y$

b) $2 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) + 4 \cdot 2 - 5 \cdot (-1) =$
$\quad 4 \quad -3 \quad +8 \quad +5 \quad = \mathbf{14}$

$(+) \cdot (-) = (-)$
$(-) \cdot (-) = (+)$
Überprüfe mit deinem Ergebnis aus Aufgabe a:
$6 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) = 12 + 2 = 14$

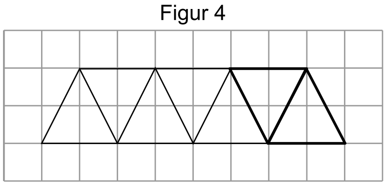
4.
$$\begin{aligned} 2x + 5 &= -4x + 17 && \mid +4x \\ 6x + 5 &= 17 && \mid -5 \\ 6x &= 12 && \mid :6 \\ \mathbf{x} &\mathbf{= 2} \end{aligned}$$

Alle x müssen auf einer Seite sein. Alle Zahlen müssen auf der anderen Seite sein. Um den Wert für 1x zu erhalten, musst du durch 6 dividieren.

---

5. a)

Figur 4



Von Figur zu Figur werden 2 Dreiecke ergänzt, ein Dreieck mit der Spitze nach unten, das zweite Dreieck mit der Spitze nach oben.

E-Kurs: Wahlteil

1. a) $\boxed{\text{C}}$ Finns Guthaben verringert sich.
$\boxed{\text{B}}$ Er spart nichts.
$\boxed{\text{D}}$ Er spart wöchentlich 10 €.
$\boxed{\text{A}}$ Er spart pro Woche 5 €.

Hinweise und Tipps

Der Graph fällt.

Der Graph verläuft horizontal.

In 6 Wochen spart Finn 60 €, sein Guthaben wächst von 120 € auf 180 €.

In 12 Wochen spart Finn 60 €, sein Guthaben wächst von 100 € auf 160 €.

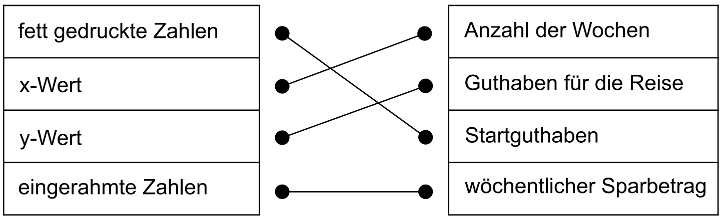
b) $\cdot 24 \left(\begin{array}{lcr} 1 \text{ Woche} & \rightarrow & 10\text{ €} \\ 24 \text{ Wochen} & \rightarrow & 240\text{ €} \end{array} \right) \cdot 24$

$120\text{ €} + 240\text{ €} = 360\text{ €}$

In der 48. Woche hat Finn insgesamt **360 €**.

Von der 24. bis zur 48. Woche sind es insgesamt 24 Wochen.
Du kannst die Aufgabe auch zeichnerisch lösen und die Gerade bei D bis zur 48. Woche verlängern.

c)



Die fett gedruckte Zahl ist eine Einmalzahlung, sie verändert sich nicht.

Die Anzahl der Wochen (x) wird mit dem wöchentlichen Sparbetrag multipliziert.

Wöchentlicher Sparbetrag + Startguthaben = Guthaben für die Reise (y)

Diesen Betrag (eingerahmte Zahlen) sparen die Mädchen jede Woche.

d) $200 = 15x + 20 \quad | -20$
$180 = 15x \quad | :15$
$\mathbf{12 = x}$

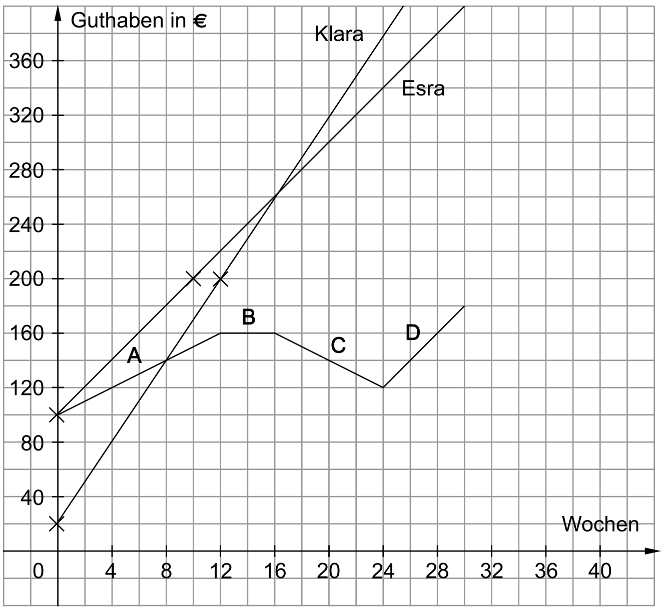
$200 = 10 \cdot x + 100 \quad | -100$
$100 = 10x \quad | :10$
$\mathbf{10 = x}$

Die Behauptung von Klara **stimmt nicht**.

Löse die Gleichung für Klara.
Klara benötigt 12 Wochen, um 200 € zu erhalten.

Löse die Gleichung für Esra.
Esra benötigt 10 Wochen, um 200 € zu erhalten.

e)



Der Graph von Klara beginnt bei 20 €. Als zweiten Punkt kannst du 12 Wochen und 200 € eintragen.

Der Graph von Esra beginnt bei 100 €. Der zweite Punkt liegt bei 10 Wochen und 200 €.

Du kannst auch für beide Graphen eine Wertetabelle anfertigen.

f) Der Schnittpunkt zeigt an, zu welchem Zeitpunkt beide Mädchen **die gleiche Summe angespart** haben.

Nach 16 Wochen haben beide Mädchen jeweils 260 € gespart.