2021 Mittelschule M10

Original-Prüfungsaufgaben mit Lösungen

MEHR ERFAHREN

Bayern

Mathematik 10. Klasse

+ *Basiswissen und Übungen*

Original-Prüfungsaufgaben **2020** zum Download

STARK

Inhalt

Training Grundwissen

Schriftliche Abschlussprüfungsaufgaben der 10. Klasse

Fortsetzung nächste Seite

Das Corona-Virus hat im vergangenen Schuljahr auch die Prüfungsabläufe durcheinandergebracht und manches verzögert. Daher sind die Aufgaben und Lösungen zur Prüfung 2020 in diesem Jahr nicht im Buch abgedruckt, sondern erscheinen in digitaler Form. Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2020 zur Veröffentlichung freigegeben sind, kannst du sie als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen.

Dieses Buch ist in zwei Versionen erhältlich: mit und ohne ActiveBook. Hast du die Ausgabe **mit ActiveBook** (93501**ML**) erworben, kannst du mit dem **interaktiven Training** online mit vielen zusätzlichen interaktiven Aufgaben zu allen prüfungsrelevanten Kompetenzbereichen trainieren.

Die **interaktiven Aufgaben** sind im Buch mit diesem Button gekennzeichnet.
Am besten gleich ausprobieren!

Ausführliche Infos inkl. Zugangscode findest du in der Ausgabe mit ActiveBook auf den **Farbseiten** vorne in diesem Buch.

Autorin und Autoren:

Training Grundwissen, Lösungen der Abschlussprüfung bis 2019:
Walter Modschiedler und Walter Modschiedler jun.

Lösung der Abschlussprüfung 2020:
Eva Dreher

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit dem vorliegenden Buch kannst du dich effektiv auf den **Mittleren Schulabschluss** nach der 10. Klasse an bayrischen **Mittelschulen** im Fach **Mathematik** vorbereiten.

- Im Kapitel **Training Grundwissen** wird der **Prüfungsstoff** klar strukturiert **zusammengefasst**. Die wichtigsten Begriffe, Formeln und Lösungswege werden übersichtlich hervorgehoben und anhand von anschaulichen **Beispielen** verdeutlicht. Die vielen abwechslungsreichen **Übungsaufgaben** bieten dir die Möglichkeit, den Stoff selbst zu vertiefen. Unter „**Fit für die Prüfung?**“ findest du zu einzelnen Teilbereichen jeweils mehrere Aufgaben, anhand derer du deine Fähigkeiten ganz gezielt auf Prüfungsniveau trainieren kannst.
- Mit dem Vorwissen aus dem Trainingsteil kannst du dich nun an die **Original-Prüfungsaufgaben** wagen. Sie sollen dir einen Eindruck vermitteln, welche Bedingungen dich in der Abschlussprüfung erwarten.
- Zu den Trainings- und Prüfungsaufgaben gibt es ausführlich **kommentierte Lösungen** mit zahlreichen **Hinweisen und Tipps**. Diese erklären den Lösungsansatz und die Hauptschwierigkeit der jeweiligen Aufgabe genau, sodass du die Ergebnisse selbstständig verstehen und nachvollziehen kannst.

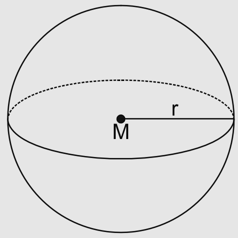
Viel Erfolg bei deinen Vorbereitungen und in der Prüfung!

10 Kugel

Das musst du wissen!

Volumen einer Kugel:
$V = \frac{4}{3} r^3 \pi$

Oberfläche einer Kugel:
$O = 4 r^2 \pi$



Beispiel

Das Volumen einer Kugel beträgt 14 cm^3.
Berechne die Oberfläche der Kugel.

Lösung:

$$14\,cm^3 = \frac{4}{3} r^3 \pi$$

Setze für $V = 14\,cm^3$ in die Volumenformel der Kugel ein und löse nach r auf.

$$r^3 = \frac{3 \cdot 14\,cm^3}{4 \cdot \pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 14\,cm^3}{4 \cdot \pi}}$$

$$r \approx 1{,}5\,cm$$

$$O = 4 r^2 \pi$$
$$O = 4 \cdot (1{,}5\,cm)^2 \cdot \pi$$
$$O \approx 28{,}27\,cm^2$$

Setze dann $r = 1{,}5$ cm in die Oberflächenformel der Kugel ein und berechne O.

Hinweis

Wenn nicht anders angegeben, wird im Folgenden der genaue Wert (Taschenrechnerwert!) von π verwendet. Rechnest du mit $\pi = 3{,}14$, können kleine Abweichungen im Ergebnis auftreten.

Aufgaben

Interaktive Aufgaben
1. Bowlingkugel
2. Restkörper
3. Zusammengesetzter Körper
4. Knetkugel

119. Berechne den Rauminhalt und die Oberfläche der kugelförmigen Körper.

a) Fußball: $r = 11$ cm b) Sonne: $d = 2{,}8 \cdot 10^7$ km

120. Ein kugelförmiger Gasbehälter ($d = 28$ m) benötigt einen neuen Schutzanstrich. Ein Fass Farbe reicht für 350 m^2.
Wie viele Fässer Farbe werden benötigt?

121. Berechne die Oberfläche und das Volumen einer Kugel mit dem Radius $r = 10$ cm.

a) Welchen Radius hat eine Kugel, deren Oberfläche nur halb so groß ist? Berechne ihr Volumen.

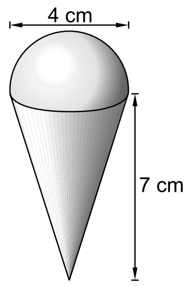
b) Welchen Radius hat eine Kugel, deren Oberfläche doppelt so groß ist? Berechne das Kugelvolumen.

122. Ein Bleibarren mit einer Masse von 7,345 kg wird eingeschmolzen. Aus der Schmelzmasse werden 50 kleinere Kugeln gegossen. 1 dm^3 Blei wiegt 11,3 kg.
Welchen Durchmesser hat eine kleine Kugel?

Fit für die Prüfung?

123. Berechne den Rauminhalt der Körper.
Zylinder: $r = 5$ cm; $h_Z = 10$ cm
Kugel: $r = 5$ cm
Kegel: $r = 5$ cm; $h_{Ke} = 10$ cm
Welchen Bruchteil des Rauminhalts des Zylinders besitzen die Kugel und der Kegel?

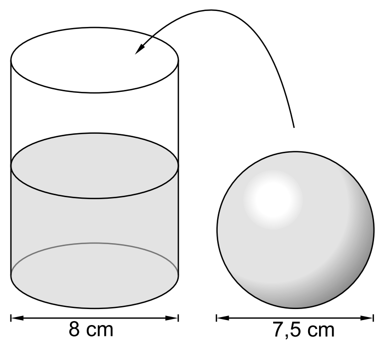
124. Ein Maurerlot (Senkblei) setzt sich aus einer Halbkugel und einem Kegel zusammen.



a) Berechne das Gewicht des Maurerlotes.
   1 cm^3 Edelstahllegierung wiegt 7,8 g.
b) Wie groß ist die Oberfläche des Maurerlotes?

125. Ein kugelförmiger Gastank fasst 904 320 Liter Gas.
a) Wie hoch müsste ein zylinderförmiger Tank mit dem gleichen Durchmesser wie der kugelförmige Gastank sein, wenn er die gleiche Gasmenge fassen soll?
   Gib die Höhe in Meter an.
b) Um wie viel Prozent ist die Zylinderoberfläche größer als die Kugeloberfläche?

126. In einem zylinderförmigen Gefäß befindet sich ein Liter Wasser.



a) Wie hoch steht das Wasser im Gefäß?
b) Nun wird eine Metallkugel in das zylinderförmige Gefäß gelegt. Um wie viele cm steigt das Wasser an?

127. Aus einem Seifenwassertropfen mit einem Durchmesser von 6 mm wird eine Seifenblase aufgeblasen. Der äußere Durchmesser der Seifenblase beträgt 6 cm.
Berechne die Wandstärke der Seifenblasenhaut.

128. Aus einem Granitwürfel ($a = 1{,}2$ m) wird ein halbkugelförmiges Brunnenbecken geschlagen. Das fertige Brunnenteil wiegt 4,463 t.
Die Dichte von Granit beträgt $2{,}8\ \frac{kg}{dm^3}$.
a) Wie viele Liter Wasser fasst das Brunnenbecken, wenn es bis zu Rand gefüllt wird?
b) Berechne den Durchmesser des halbkugelförmigen Brunnenbeckens.

Hinweise und Tipps

114. a) mögliche Zahlenkombinationen:
$9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9\,000$
Es gibt 9 000 verschiedene Zahlenkombinationen.

Für die erste Stelle gibt es 9 mögliche Ziffern, für die zweite, dritte und vierte Stelle stehen jeweils 10 Ziffern zur Verfügung.

b) $10 \cdot 10 - 1 = 100 - 1 = 99$
Julia kann noch 99 falsche Zahlenkombinationen eintippen.

Vergiss nicht, die richtige Zahlenkombination abzuziehen.

---

115. a) Aufstellung von 4 Läufern:
$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
Es gibt 24 Möglichkeiten.

b) Aufstellung von 3 Läufern:
$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
Es gibt 6 Möglichkeiten.

Der Startläufer steht fest. Es bleiben drei Läufer übrig.

---

116. a) $36! = 3{,}719\ldots \cdot 10^{41} \approx 3{,}72 \cdot 10^{41}$
Es gibt rund $3{,}72 \cdot 10^{41}$ Möglichkeiten.

b) $8! = 40\,320$
Es gibt 40 320 Möglichkeiten.

4 Asse und 4 Könige $\Rightarrow$ 8 Karten

---

117. a) Anzahl der Tipps für einen sicheren „Sechsertipp“:
$$\frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6!} = 13\,983\,816$$
Für einen sicheren „Sechsertipp“ müsste man 13 983 816 Tipps abgeben.

Aus 49 Kugeln werden 6 Kugeln gezogen (Auswahl ohne Berücksichtigung der Reihenfolge).
$n = 49$
$k = 6$
$n - k + 1 = 49 - 6 + 1 = 44$

b) Anzahl der Tipps für einen sicheren „Dreiertipp“:
$$\frac{49 \cdot 48 \cdot 47}{3!} = 18\,424$$
Für einen sicheren „Dreiertipp“ müsste man 18 424 Tipps abgeben.

Aus 49 Kugeln werden 3 Kugeln gezogen (Auswahl ohne Berücksichtigung der Reihenfolge).
$n = 49$
$k = 3$
$n - k + 1 = 49 - 3 + 1 = 47$

---

118. Wechselmöglichkeiten mit Berücksichtigung der Reihenfolge:
$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 15\,120$ Möglichkeiten
Wechselmöglichkeiten ohne Berücksichtigung der Reihenfolge:
$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{5!} = 126 \text{ Möglichkeiten}$$

Aus neun Spielerinnen werden fünf Spielerinnen ausgewählt:
$n = 9$
$k = 5$
$n - k + 1 = 9 - 5 + 1 = 5$

---

119. a) Fußball: $r = 11$ cm
$$V = \frac{4}{3} \cdot (11\text{ cm})^3 \cdot \pi$$
$V = 5\,575{,}279\ldots\text{ cm}^3 \approx 5\,575{,}28\text{ cm}^3$

$O = 4 \cdot (11\text{ cm})^2 \cdot \pi$
$O = 1\,520{,}530\ldots\text{ cm}^2 \approx 1\,520{,}53\text{ cm}^2$

Setze die gegebenen Werte in die Volumen- bzw. Oberflächenformel einer Kugel ein:
$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$
$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$

Hinweise und Tipps

b) Sonne: $d = 2{,}8 \cdot 10^7$ km $\Rightarrow$ $r = 1{,}4 \cdot 10^7$ km

$V = \frac{4}{3} \cdot (1{,}4 \cdot 10^7\ \text{km})^3 \cdot \pi$

$V = 1{,}149\ldots \cdot 10^{22}\ \text{km}^3 \approx 1{,}15 \cdot 10^{22}\ \text{km}^3$

$O = 4 \cdot (1{,}4 \cdot 10^7\ \text{km})^2 \cdot \pi$

$O = 2{,}463\ldots \cdot 10^{15}\ \text{km}^2 \approx 2{,}46 \cdot 10^{15}\ \text{km}^2$

---

120. Oberfläche des Gasbehälters:
$d = 28$ m $\Rightarrow$ $r = 14$ m
$O = 4 \cdot (14\ \text{m})^2 \cdot \pi$
$O \approx 2\,463{,}01\ \text{m}^2$

Berechne zuerst die Oberfläche des Gasbehälters.

Anzahl der benötigten Farbfässer:
$2\,463{,}01\ \text{m}^2 : 350\ \text{m}^2 = 7{,}03\ldots$

1 Fass reicht für 350 m².

Es werden rund 7 Fässer benötigt.

---

121. $r = 10$ cm

Berechne das ursprüngliche Volumen und die ursprüngliche Oberfläche.

$V = \frac{4}{3} \cdot (10\ \text{cm})^3 \cdot \pi$

$V \approx 4\,188{,}79\ \text{cm}^3$

$O = 4 \cdot \pi \cdot (10\ \text{cm})^2$

$O \approx 1\,256{,}64\ \text{cm}^2$

a) $1\,256{,}64\ \text{cm}^2 : 2 = 628{,}32\ \text{cm}^2$

Berechne zuerst die halbe Oberfläche.

$$\begin{aligned} 628{,}32\ \text{cm}^2 &= 4 \cdot r^2 \cdot \pi \quad &&|:4;:\pi \\ 50\ \text{cm}^2 &\approx r^2 &&|\sqrt{\ } \\ r &\approx 7{,}07\ \text{cm} \end{aligned}$$

Setze die bekannten Größen in die Formel für die Oberfläche ein und löse nach r auf.

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (7{,}07\ \text{cm})^3$

$V \approx 1\,480{,}29\ \text{cm}^3$

Berechne mit dem neuen Radius das Volumen der Kugel.

b) $1\,256{,}64\ \text{cm}^2 \cdot 2 = 2\,513{,}28\ \text{cm}^2$

Berechne zuerst die doppelte Oberfläche.

$$\begin{aligned} 2\,513{,}28\ \text{cm}^2 &= 4 \cdot r^2 \cdot \pi \quad &&|:4;:\pi \\ 200\ \text{cm}^2 &\approx r^2 &&|\sqrt{\ } \\ r &\approx 14{,}14\ \text{cm} \end{aligned}$$

Setze die bekannten Größen in die Formel für die Oberfläche ein und löse nach r auf.

$V = \frac{4}{3} \cdot (14{,}14\ \text{cm})^3 \cdot \pi$

$V \approx 11\,842{,}32\ \text{cm}^3$

Berechne mit dem neuen Radius das Volumen der Kugel.

---

122. Volumen des Bleibarrens:

Volumen = Masse : Dichte

$V = 7{,}345\ \text{kg} : 11{,}3\ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

$V = 0{,}65\ \text{dm}^3$

Volumen einer kleinen Kugel:
$0{,}65\ \text{dm}^3 : 50 = 0{,}013\ \text{dm}^3 = 13\ \text{cm}^3$

Hinweise und Tipps

Radius einer kleinen Kugel:

$13\ \text{cm}^3 = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \quad \Big| \cdot \frac{3}{4};\ :\pi;\ \sqrt[3]{\ }$

$r = 1{,}458\ldots\ \text{cm} \approx 1{,}46\ \text{cm}$

$\Rightarrow \quad d = 2 \cdot 1{,}46\ \text{cm} = 2{,}92\ \text{cm}$

Eine kleine Kugel hat einen Durchmesser von 2,92 cm.

---

123. Volumen des Zylinders:

$V_Z = (5\ \text{cm})^2 \cdot \pi \cdot 10\ \text{cm}$

$V_Z \approx 785{,}40\ \text{cm}^3$

$V_Z = r^2 \cdot \pi \cdot h_Z$ mit $h_Z = 2r$

Volumen der Kugel:

$V_{Ku} = \frac{4}{3} \cdot (5\ \text{cm})^3 \cdot \pi$

$V_{Ku} \approx 523{,}60\ \text{cm}^3$

$V_{Ku} = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$

Volumen des Kegels:

$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot (5\ \text{cm})^2 \cdot \pi \cdot 10\ \text{cm}$

$V_{Ke} \approx 261{,}80\ \text{cm}^3$

$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_{Ke}$ mit $h_{Ke} = 2r$

Bruchteile des Zylindervolumens:

Kugel:

$523{,}60\ \text{cm}^3 : 785{,}40\ \text{cm}^3 = 0{,}666\ldots = \frac{2}{3}$

$\frac{V_{Ku}}{V_Z} = \frac{\frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi}{r^2 \cdot \pi \cdot h_Z} = \frac{\frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi}{r^2 \cdot \pi \cdot 2r} = \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Kegel:

$261{,}80\ \text{cm}^3 : 785{,}40\ \text{cm}^3 = 0{,}333\ldots = \frac{1}{3}$

$\frac{V_{Ke}}{V_Z} = \frac{\frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_{Ke}}{r^2 \cdot \pi \cdot h_Z} = \frac{\frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot 2r}{r^2 \cdot \pi \cdot 2r} = \frac{1}{3}$

Die Kugel hat $\frac{2}{3}$ des Zylindervolumens.

Der Kegel hat $\frac{1}{3}$ des Zylindervolumens.

---

124. a) Volumen:

$V_{Lot} = V_{Halbkugel} + V_{Kegel}$

$V_{Lot} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi + \frac{1}{3} r^2 \cdot \pi \cdot h$

$V_{Lot} = \frac{2}{3} \cdot (2\ \text{cm})^3 \cdot \pi + \frac{1}{3} (2\ \text{cm})^2 \cdot \pi \cdot 7\ \text{cm}$

$V_{Lot} \approx 16{,}76\ \text{cm}^3 + 29{,}32\ \text{cm}^3$

$V_{Lot} \approx 46{,}08\ \text{cm}^3$

Der Kegel und die Halbkugel besitzen den gleichen Radius:
$d = 4\ \text{cm} \Rightarrow r = 2\ \text{cm}$

Gewicht:

$m = 46{,}08\ \text{cm}^3 \cdot 7{,}8\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

$m \approx 359{,}42\ \text{g}$

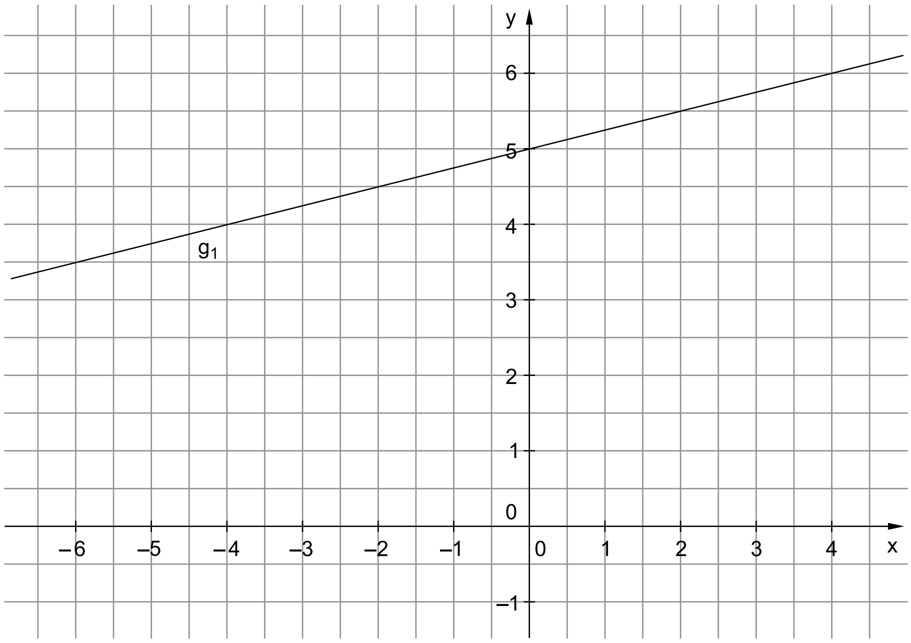
Masse = Volumen · Dichte

Das Maurerlot hat ein Gewicht von 359,42 g.

Aufgaben

Punkte

1. Die folgende Abbildung zeigt den Graphen der Geraden g_1:



a) Geben Sie die Funktionsgleichung von g_1 an (siehe Abbildung).

b) Die Gerade g_2 durch den Ursprung ist parallel zur Geraden g_1.
Geben Sie die Funktionsgleichung von g_2 an.

c) Die Gerade g_4 verläuft durch den Punkt $D(4\,|\,1)$ und ist parallel zur Geraden g_3: $y = 0{,}5x + 3$.
Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von g_4.

d) Zeichnen Sie die Geraden g_3 und g_4 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
Hinweis zum Platzbedarf: x-Achse von –4 bis 6, y-Achse von –3 bis 5

e) Gegeben ist die Gerade g_5: $y = \frac{2}{3}x - 2$.
Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts N von g_5 mit der x-Achse und geben Sie N an.

f) Weisen Sie nach, dass der Punkt $A(-3\,|\,-4)$ auf der Geraden g_5 liegt.

g) Die Gerade g_6 wird durch die Gleichung $4 = -2x - 2y$ bestimmt und schneidet die Gerade g_5 im Punkt C.
Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts C und geben Sie diesen an.

h) Überprüfen Sie rechnerisch die folgende Aussage:
Die Geraden g_5 und g_6 stehen aufeinander senkrecht. 9

2. Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch:

$$\frac{x-4}{6}+\frac{4(x-11)}{x-6}=\frac{16-x}{2}$$ 4

3. a) Eine nach oben geöffnete Normalparabel p_1 verläuft durch die Punkte $A(-4|6)$ und $B(-2|-2)$.
Geben Sie die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform an.

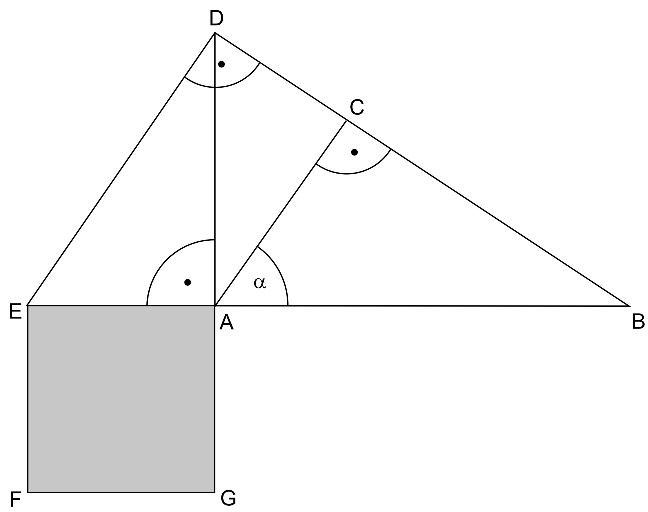
b) Eine nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2(-1|2)$.
Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.

c) Zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
Hinweis zum Platzbedarf: x-Achse von –5 bis 3, y-Achse von –4 bis 7

d) Die Parabeln p_3 und p_4 sind durch folgende Funktionsgleichungen bestimmt:
p_3: $x^2-4x=y-5$
p_4: $y=-x^2+4x-1$
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte P und Q der Parabel p_3 mit der Parabel p_4 und geben Sie diese Punkte an.

e) Durch Spiegelung der Parabel p_3 an der x-Achse entsteht die Parabel p_5. Geben Sie die Funktionsgleichung von p_5 in der Scheitelpunktform an. 8

4. Im Dreieck ABC hat die Strecke [BC] eine Länge von 4 cm und der Winkel α eine Größe von 53,13° (siehe Skizze).
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Quadrats AEFG.



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu 4

Lösungen

Aufgabengruppe I

Hinweise und Tipps

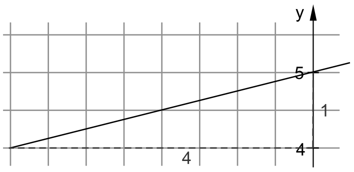
1. a) Funktionsgleichung der Geraden g_1:

$t_1 = 5$

$m_1 = \frac{1}{4} = 0,25$

g_1: $y = 0,25x + 5$

Lies aus der Abbildung den y-Achsenabschnitt t_1 ab. Wähle ein geeignetes Steigungsdreieck und bestimme die Steigung m_1 der Geraden g_1.



Gib die vollständige Funktionsgleichung der Geraden g_1 an.

b) Funktionsgleichung der Geraden g_2:

$m_2 = m_1 = 0,25$

$t_2 = 0$

g_2: $y = 0,25x$

Parallele Geraden haben die gleiche Steigung. Die Gerade g_2 verläuft durch den Koordinatenursprung, schneidet die y-Achse also bei 0.

Gib die vollständige Funktionsgleichung an.

c) Funktionsgleichung der Geraden g_4:

$m_4 = m_3 = 0,5$

$m_4 = 0,5$ und $D(4\,|\,1)$ in g_4: $y = m_4x + t_4$:

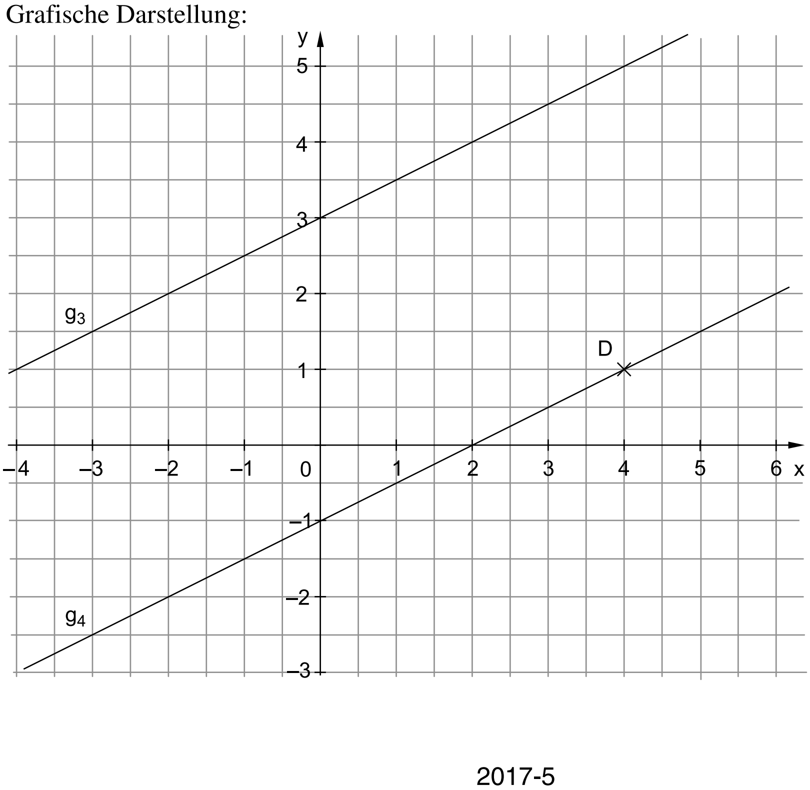
$$1 = 0,5 \cdot 4 + t_4$$
$$1 = 2 + t_4 \qquad |-2$$
$$t_4 = -1$$

g_4: $y = 0,5x - 1$

Die Gerade g_4 ist parallel zur Geraden g_3. Setze den Wert der Steigung m_4 und die Koordinaten des Punkts D in die Normalform einer linearen Funktion ein und berechne t_4.

Gib die vollständige Funktionsgleichung an.

d) Grafische Darstellung:



Lege ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm an.
Der Platzbedarf ist in der Angabe gegeben:
x-Achse: –4 bis +6
y-Achse: –3 bis +5

Beschrifte das Koordinatensystem vollständig.

Zeichne g_3 und g_4 mithilfe des y-Achsenabschnitts und des Steigungsdreiecks oder mithilfe des Punkts $D(4\,|\,1)$.

Überprüfe am Ende, ob deine gezeichneten Geraden parallel sind.

Hinweise und Tipps

e) Koordinaten des Schnittpunkts N:

g_5: $y = \frac{2}{3}x - 2$

$\frac{2}{3}x - 2 = 0 \quad | +2$

$\frac{2}{3}x = 2 \quad | \cdot \frac{3}{2}$

$x = 3$

N(3 | 0)

Um den Schnittpunkt der Geraden g_5 mit der x-Achse zu erhalten, berechne die Nullstelle der linearen Funktion.
Die Nullstelle einer linearen Funktion hat den Funktionswert $y = 0$.

Gib die Koordinaten von N an.

f) Lage von Punkt A:
A(–3 | –4)

g_5: $y = \frac{2}{3}x - 2$

$y = \frac{2}{3} \cdot (-3) - 2$
$y = -2 - 2$
$y = -4$

Der Punkt A liegt auf der Geraden g_5.

Der Punkt A liegt dann auf g_5, wenn seine Koordinaten die Funktionsgleichung von g_5 erfüllen.

Setze die x-Koordinate des Punkts A in die Funktionsgleichung von g_5 ein und berechne den Funktionswert y.
Vergleiche den Funktionswert mit der y-Koordinate des Punkts A.

g) Koordinaten des Schnittpunkts C der beiden Geraden g_5 und g_6:

g_6: $4 = -2x - 2y \quad | +2x$
$2x + 4 = -2y \quad | : (-2)$
$y = -x - 2$

g_5: $y = \frac{2}{3}x - 2$

$\frac{2}{3}x - 2 = -x - 2 \quad | +x+2$

$1\frac{2}{3}x = 0 \quad | : 1\frac{2}{3}$

$x = 0$

in g_6: $y = 0 - 2$
$y = -2$

C(0 | –2)

Forme die Gleichung der Geraden g_6 in die Normalform einer linearen Funktion um.

Setze die Funktionsgleichungen von g_5 und g_6 gleich und löse die Gleichung nach x auf.

Setze $x = 0$ in g_5 oder g_6 (hier: g_6) ein und berechne y.
Gib die Koordinaten des Schnittpunkts C an.

h) Überprüfen der Aussage:

$m_5 = \frac{2}{3}$

$m_6 = -1$

$\frac{2}{3} \cdot (-1) = -\frac{2}{3} \neq -1$

g_5 steht nicht senkrecht zu g_6. Die Aussage ist also falsch.

Steht die Gerade g_5 senkrecht zu g_6, dann gilt:
$m_5 \cdot m_6 = -1$

---

2. $\frac{x-4}{6} + \frac{4(x-11)}{x-6} = \frac{16-x}{2}$

Definitionsmenge:
$x - 6 \neq 0 \quad | +6$
$x \neq 6$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{6\}$

Bestimme den Definitionsbereich.
Die Terme im Nenner der Brüche dürfen nicht 0 sein.

Gib die Definitionsmenge an.

Hinweise und Tipps

Lösungsmenge:

$$\frac{x-4}{6}+\frac{4(x-11)}{x-6}=\frac{16-x}{2} \quad |\,6\cdot(x-6)$$

Multipliziere mit dem Hauptnenner.

$$(x-6)\cdot(x-4)+6\cdot4\cdot(x-11)=3\cdot(x-6)\cdot(16-x)$$

Multipliziere aus. Beachte die Vorzeichen.

$$x^2-4x-6x+24+24x-264=3\cdot(16x-x^2-96+6x)$$

Fasse zusammen.

$$x^2+14x-240=-3x^2+66x-288 \quad |+3x^2;-66x;+288$$

Forme die quadratische Gleichung in die Normalform um.

$$4x^2-52x+48=0 \quad |:4$$

$$x^2-13x+12=0$$

$$x_{1/2}=6{,}5\pm\sqrt{(-6{,}5)^2-12}$$

Löse mithilfe der Lösungsformel.

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

Hier ist $p=-13$ und $q=12$.

$$x_{1/2}=6{,}5\pm\sqrt{42{,}25-12}$$
$$x_{1/2}=6{,}5\pm\sqrt{30{,}25}$$
$$x_{1/2}=6{,}5\pm5{,}5$$
$$x_1=6{,}5-5{,}5$$
$$x_1=1$$
$$x_2=6{,}5+5{,}5$$
$$x_2=12$$

$x_1\neq6$ und $x_2\neq6$

$\mathbb{L}=\{1;\,12\}$

Überprüfe, ob die Lösungen in $\mathbb{D}$ liegen, und gib die Lösungsmenge an.

---

3. a) Funktionsgleichung der Parabel p_1 in der Normalform:

$A(-4\,|\,6)$; $B(-2\,|\,-2)$

p_1 nach oben geöffnet: $y=x^2+px+q$

Setze die Koordinaten der Punkte A und B jeweils in die Normalform für eine nach oben geöffnete Parabel ein.

$$\text{I} \quad 6=(-4)^2+(-4)\cdot p+q$$
$$\text{II} \quad -2=(-2)^2+(-2)\cdot p+q$$

Achte auf die Vorzeichen.

Löse das Gleichungssystem (hier: mit dem Gleichsetzungsverfahren). Löse dazu beide Gleichungen nach q auf.

$$\text{I} \quad 6=16-4p+q \quad |-16;\ +4p$$
$$\text{II} \quad -2=4-2p+q \quad |-4;+2p$$

$$\text{I} \quad -10+4p=q$$
$$\text{II} \quad -6+2p=q$$

$$\text{I}=\text{II} \quad -10+4p=-6+2p \quad |-2p;\ +10$$
$$2p=4 \quad |:2$$
$$p=2$$

Setze die beiden erhaltenen Terme für q gleich und berechne p.

$$\text{in I} \quad -10+4\cdot2=q$$
$$q=-2$$

Setze $p=2$ in eine umgeformte Gleichung (hier: Gleichung I) ein und berechne q.

p_1: $y=x^2+2x-2$

Gib die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform an.

b) Funktionsgleichung der Parabel p_2 in der Normalform:

$S_2(-1\,|\,2)$

p_2 nach unten geöffnet: $y=-(x-x_s)^2+y_s$

Setze die Koordinaten von S_2 in die Scheitelpunktform für eine nach unten geöffnete Normalparabel ein.

p_2: $y=-(x+1)^2+2$

Beachte die Vorzeichen.

$$y=-(x^2+2x+1)+2$$

Löse das Binom auf.

$$y=-x^2-2x-1+2$$
$$y=-x^2-2x+1$$

Löse die Klammer auf und fasse zusammen, dann erhältst du die Funktionsgleichung in Normalform.